

LE PETIT VERT N° 19 – Septembre 1989

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

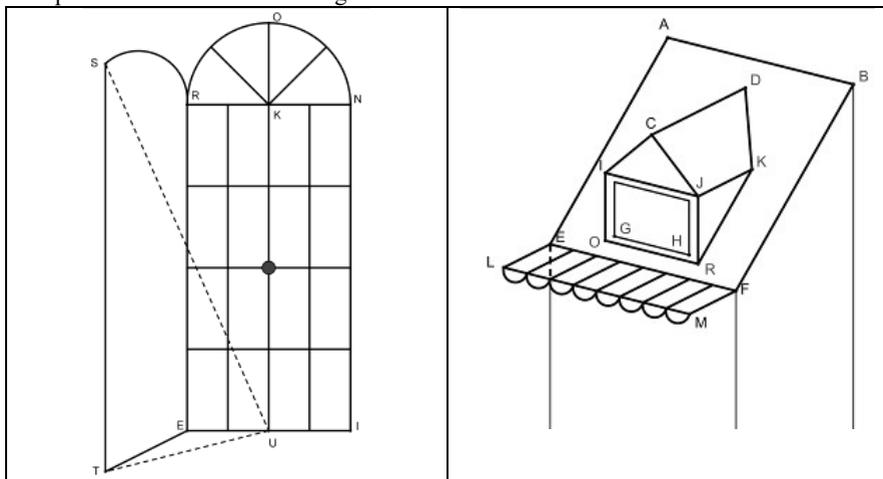
UN EXEMPLE DE PROGRESSION EN 1^{ère} S

Par Michèle FABREGAS
Lycée Schuman, METZ

Première séance (2 h)

Comme dans la classe certains élèves n'avaient jamais fait de géométrie dans l'espace en seconde, j'ai distribué les feuilles ① et ② (voir en annexe 1 et annexe 2). Ils les ont observées pendant un quart d'heure puis nous avons commenté tous ensemble les problèmes que ces figures ambiguës posaient. Ils se sont pris au jeu et nous avons ainsi revu les conventions de la perspective cavalière utilisée par les mathématiciens. C'est alors que j'ai distribué la feuille ③ en leur donnant à faire les exercices d'application I et II (voir annexe 3) pour la séance suivante.

Puis nous nous sommes intéressés aux positions relatives de droites et de plans dans l'espace en observant les deux figures ci-dessous :



Je leur ai demandé, pour la figure 1, de nommer les droites parallèles, et de dire si elles étaient toutes coplanaires.

Même travail à partir de la figure 2 ; puis réponse à des questions du type les droites (CJ) et (DK) sont-elles sécantes ? (CJ) et (KR) ? (IC) et (DK) ? Justifier.

Seconde séance (2h) :

Après avoir corrigé l'exercice C₁, nous avons fait ensemble C₂, puis nous avons abordé les problèmes d'intersection d'un cube par un plan (Cet C₄ de la feuille d'exercice). Faire les dessins et justifier les intersections a été très long.

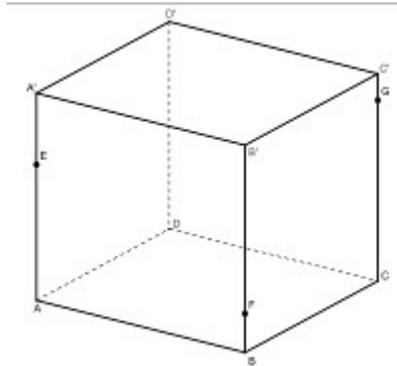
Pour la séance suivante, ils ont à préparer les n^{os} 25, 26 et 27 page 27 de leur manuel (DIMATHEME, 1^{ère} S, Géométrie).

Troisième séance (2h)

Correction des trois exercices. Ensemble, résolution de C₈, C₉ et C₁₀.

Puis, pendant plusieurs séances, nous avons "abandonné" la géométrie dans l'espace. Au contrôle, ils ont eu l'exercice suivant, qui a été correctement réussi par les trois quarts de la classe :

ABCD A' B' C' D' est le cube ci-contre.
 a) Construisez, lorsqu'elle existe, la droite d'intersection du plan (EFG) avec chacune des six faces du cube,
 b) Dessinez d'une autre couleur l'intersection de ce cube avec le plan parallèle à (EFG) qui passe par A,



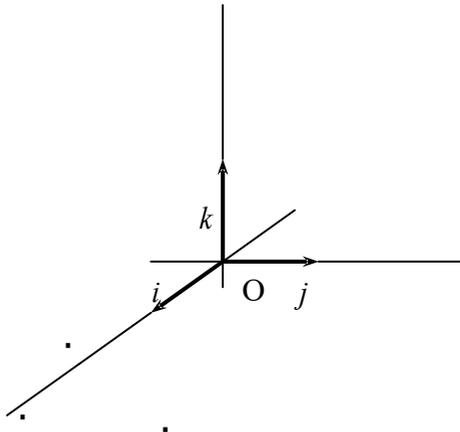
Pendant tout le premier trimestre, j'ai consacré deux heures par semaine à la géométrie. Les trois premières séances (ci-dessus) avaient été consacrées à la géométrie dans l'espace ; les suivantes l'ont été à la géométrie plane, à la géométrie vectorielle plane, à la géométrie analytique plane (jusqu'à la mi-novembre).

Nous sommes ensuite "retournés dans l'espace" avec de la géométrie analytique, toujours à partir du cube.

Exemple d'exercice :

Dans ce repère (O, i, j, k) :

- 1) Placez les points A(-2, 0, 3), B(1, 4, 0) et C(4, 1, 0).
- 2) Montrez que A, B et C déterminent un plan P dont vous donnerez une représentation paramétrique.
- 3) Construisez P, Q et R, points d'intersection de P avec les axes du repère, Trouvez analytiquement les coordonnées de chacun de ces points.

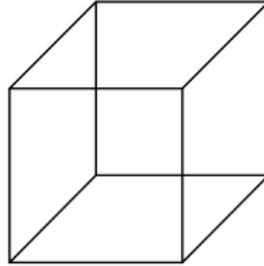


Annexe 1 : FEUILLE 1

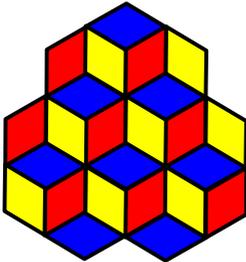
La représentation plane d'objets de l'espace est source de difficultés. Plusieurs techniques peuvent être employées : lesquelles connaissez-vous ?

La perspective "cavalière" en est une. Quelles sont ses caractéristiques ? ses règles ?

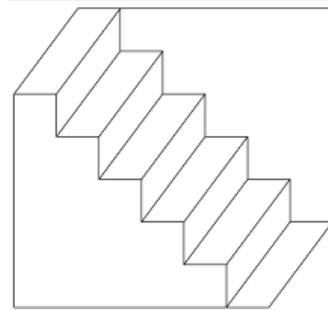
Certaines des figures ci-dessous sont ambiguës ou bien représentent des objets qui ne peuvent exister. Pourquoi ?



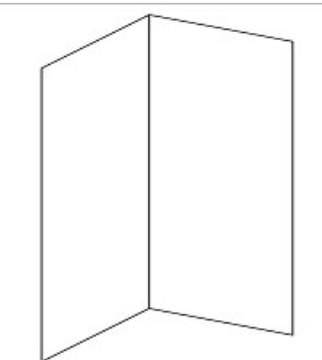
① Le cube réversible de Necker



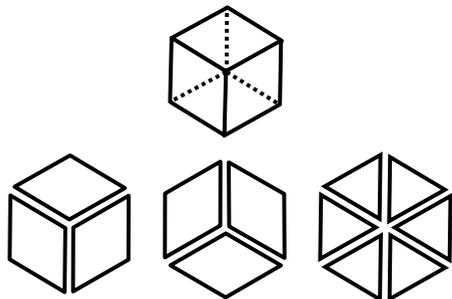
② Assemblage de cubes réversibles. Dans cette figure, c'est la direction des cubes qui s'inverse. Les surfaces bleues constituent à certains moments les faces supérieures des cubes, à d'autres moments les faces inférieures. Il est très rare de percevoir la figure comme un plan composé de losanges.



③ Le célèbre escalier réversible de Schröder. Au début, il semble normal, et monte vers la gauche ; mais si nous continuons à le regarder, il s'inverse soudain et apparaît à l'envers.



④ Le livre réversible de Mach. Le problème est de déterminer si le livre est ouvert avec le dos ou les pages tournés vers nous.

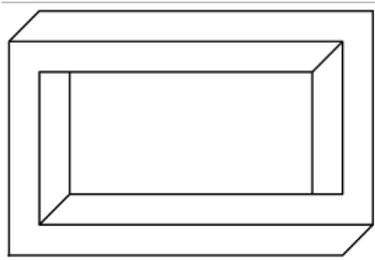


⑤ Projection isométrique d'un cube.

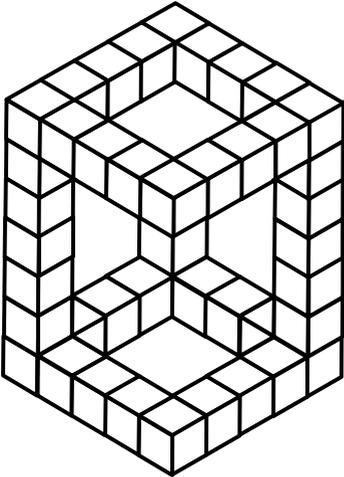
Annexe 2 : FEUILLE 2



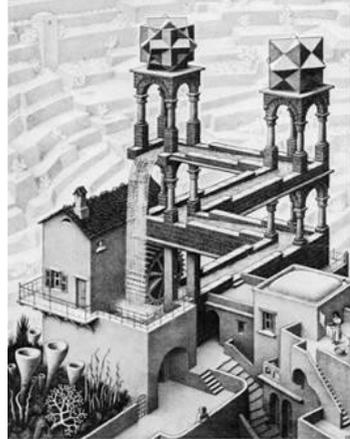
① Le triangle impossible de Penrose.



②



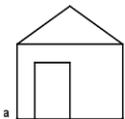
③



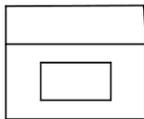
④ « Wasserfall », lithographie d'Escher (1961)

Annexe 3 : FEUILLE 3

I. Une maison est représentée par les vues suivantes. Complétez sa représentation en perspective conique à un point de fuite S :



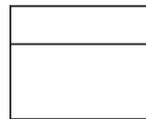
a
Vue de face



b
Vue de droite



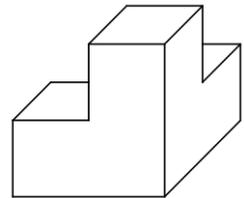
c
Vu de derrière



Vue de gauche

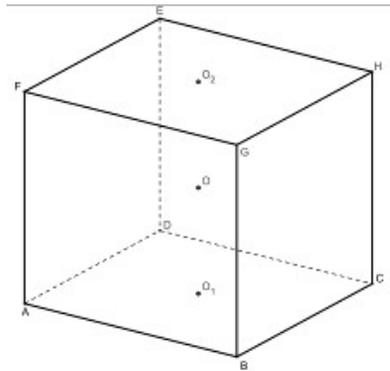
II. Le solide représenté ci-contre en perspective cavalière est constitué de quatre cubes de même taille.

- 1) Complétez le dessin en traçant les arêtes cachées.
- 2) Dessinez les vues de face, de dessus, de dessous et de droite de ce solide.



EXERCICES

C₁ : Tracez un patron d'un cube de 10 cm de côté dans du papier bristol, et construisez ce cube. Dénombrer les faces, les sommets, les arêtes. Énoncez les différents vecteurs et établissez des relations entre eux.

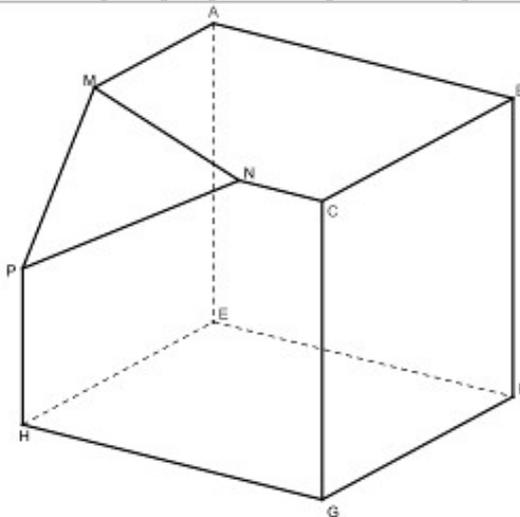


C₂ : Voir figure ci-contre.

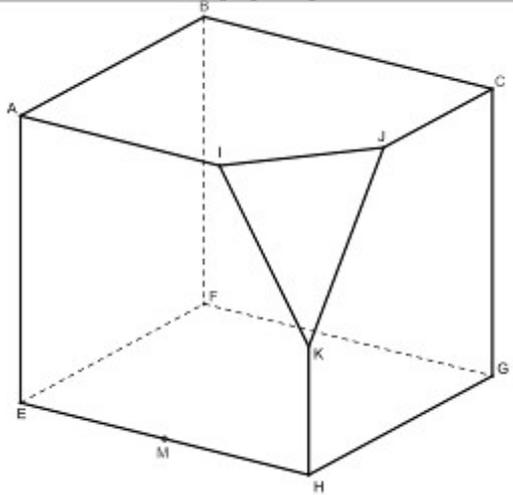
Démontrez que $(DE) \parallel (BG)$. Démontrez que $(AF) \parallel (HC)$. Déduisez-en que les trois points O_1 , O_2 (centres des faces ABCD et EFGH) et O (centre du cube) sont alignés.

C₃ : On a dessiné un cube, avec un coin coupé (figure ci-dessous).

Trace la section de ce cube par le plan parallèle au plan MNP, et passant par C.

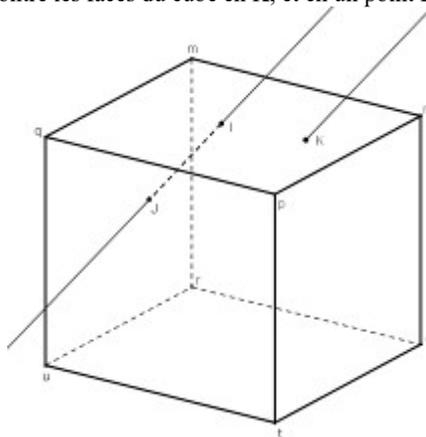


C₄ : On a dessiné un cube dont on a coupé un coin (*figure ci-dessous*).
Trace l'intersection de ce solide avec le plan parallèle au plan BDM (où D est le sommet du coin coupé, et M le milieu de EH) et qui passe par K.

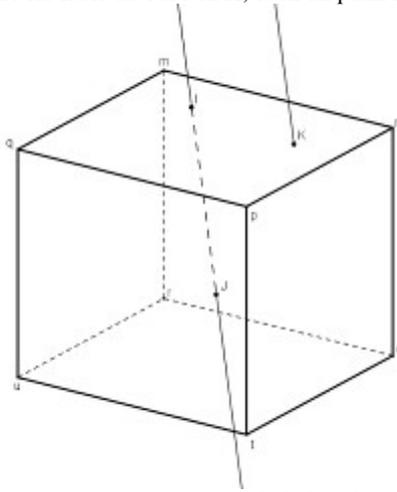


C₈ : ABCDEFGH est un cube (même figure que C₂). M, N et P sont trois points situés respectivement sur [AB], [BC] et [EH]. Déterminez l'intersection du plan (MNP) avec les faces du cube.

C₉ : Les deux droites d et d' sont parallèles. La droite d rencontre les faces du cube en I et J. La droite d' rencontre les faces du cube en K, et en un point L que tu dois dessiner :



C₁₀ : Les deux droites d et d' sont parallèles. La droite d rencontre les faces du cube en I et J. La droite d' rencontre les faces du cube en K, et en un point L que tu dois dessiner :



N. d. l. r. La plupart de ces exercices sont extraits de la brochure de l'IREM de Lorraine « Dessiner l'espace : 92 exercices pour les élèves de seconde » (1988).
