

DIDACTIQUE

Ayant participé en juillet dernier à l'Université d'Été « DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ET FORMATION DES MAÎTRES », je vais essayer d'exposer ici, assez brièvement, les concepts et les hypothèses actuelles de cette discipline, pour permettre à chacun de faire le lien entre des notions parfois disparates, et pour permettre de "mettre un visage" sur les mots.
Jacques VERDIER

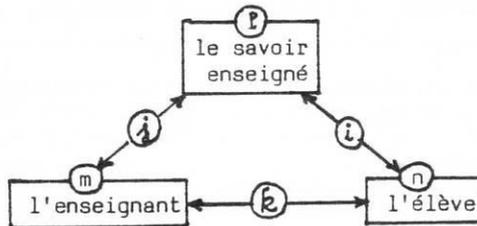
Tout d'abord, qu'est-ce que la didactique ?

D'après Régine DOUADY [1], la D.D.M. « étudie les processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, particulièrement en situation scolaire.

Elle se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage ».

Pour le didacticien, le problème majeur est celui des conditions dans lesquelles se constitue le savoir des élèves, en vue de leur optimisation, de leur contrôle et de leur reproduction [2].

Les premières recherches de D.D.M., en France, remontent aux environs de 1974, et les I.R.E.M. y ont joué un grand rôle. La D.D.M. s'est tout de suite démarquée de l'optique "mathématicienne", centrée uniquement sur les contenus, pour étudier un système tripolaire, couramment appelé le "triangle didactique" :



C'est l'étude de ce "triangle" qui permettra d'expliquer pour une large part les erreurs faites par les élèves, et de les traiter en termes d'obstacles à l'apprentissage.

(i) la relation élève / savoir enseigné

C'est elle qui a été privilégiée par les didacticiens.

L'hypothèse est faite, déjà formulée par Bachelard [3] que l'élève a, quand il apprend, déjà une "tête pleine", qu'il a déjà une conception de chaque notion, des images (ou représentations mentales), des algorithmes (le plus souvent spontanés et implicites), etc.

Ces connaissances "spontanées" peuvent s'opposer à de nouvelles conceptions visées par l'enseignant. Par exemple, pour certains élèves un nombre décimal c'est une juxtaposition de deux entiers, avec une séparation (la virgule) ; ces élèves écriront alors : $11,8 + 4,5 = 15,13$ ou $7,15 > 7,9$ ou $(2,5)^2 = 4,25$.

Ce n'est bien souvent qu'à l'occasion d'erreurs commises par les élèves que ces représentations peuvent être mises en évidence.

(j) la relation enseignant / savoir enseigné

La conception qu'a le professeur des mathématiques (ce que l'on pourra appeler "l'épistémologie du professeur") joue aussi un rôle important dans l'apprentissage.

En schématisant à l'extrême, il y a ceux pour qui les mathématiques préexistent, sont un "objet" construit une fois pour toutes, et d'autres pour qui les maths sont un objet à construire. On lira à ce sujet [4], [5] et [6], qui sont d'accès très facile, et qui posent bien ces problèmes.

(k) la relation enseignant / élève

C'est G. BROUSSEAU, de Bordeaux, qui a mis en évidence ce qu'il appelle "le contrat didactique" :

« C'est ce qui détermine, explicitement pour un petite part mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière au d'une autre, comptable devant l'autre ».

L'hypothèse est faite que toute réponse d'élève est rationnelle par rapport à la situation telle qu'il la perçoit (par exemple, il répondra "en limitant les risques") :

« Prendre en compte cette notion de contrat didactique, c'est souvent éviter une certaine naïveté dans l'analyse des réponses des élèves, naïveté qui consisterait à produire des interprétations purement cognitives (puisque l'enseignant croit questionner l'élève uniquement sur les connaissances) là où le cognitif est modulé par des exigences de cohérence externe souvent déterminantes ». [2]

Un exemple de ces règles implicites qui constituent le contrat didactique :

- tout problème posé a une solution ;
- on doit utiliser toutes les données et elles seules ;
- on doit utiliser les connaissances antérieurement étudiées (généralement celles du chapitre qui vient d'être étudié) ;
- on a tout à gagner à répondre vite ...

Pour mettre en évidence ces règles, il faut des situations en rupture avec la pratique traditionnelle (par exemple le fameux problème de Flaubert, plus connu sous le nom de "l'âge du capitaine", repris par Stella Baruk [7]).

Un résumé très clair de cette notion de Contrat didactique se trouve dans [8].

(l) le pôle "savoir enseigné"

Il y a toujours eu une distorsion très importante entre le "savoir savant" et le "savoir enseigné". La notion de distance, par exemple, est au départ un outil de l'analyse fonctionnelle, et est enseignée en géométrie et dans le domaine numérique.

« La transposition didactique est le processus par lequel un élément du "savoir savant" devient une connaissance à enseigner, puis un objet d'enseignement » (Yves Chevallard, [9])

Cette transposition peut même être tellement poussée qu'elle devient "création didactique" : on enseigne des concepts qui n'ont aucune existence dans le savoir savant, par

exemple les *Cos* (avec un grand C), différents des *cos* (avec un petit c), qu'on a trouvés il y a peu dans certains manuels ... et qui n'ont pas eu la vie longue !

Cette dénaturation des contenus mathématiques a conduit au développement d'une nouvelle branche, les "mathématiques scolaires", qui a sa cohérence interne, mais dont les liens avec les (vraies ?) mathématiques sont parfois loin d'être évidents.

L'étude de l'histoire et de l'épistémologie des mathématiques permet également d'expliquer un certain nombre d'obstacles rencontrés par les élèves (car ces obstacles ont déjà joué ce rôle dans la construction de la science).

Il faudra aussi tenir compte du découpage qui est fait de la discipline (la norme légale de progression peut être source d'échecs scolaires), et de l'ordre dans lequel sont présentées les diverses notions (confusion fréquente entre les fondements théoriques de la notion et les premiers apprentissages à présenter).

(m) le pôle "enseignant"

Il a pratiquement été délaissé par les didacticiens dans les dix dernières années ; il sera probablement bientôt étudié, en liaison avec les Sciences de l'Education.

Ce qui caractérise - au point de vue didactique - l'enseignant, c'est que ce dernier doit prendre constamment des décisions (c'est à dire qu'il doit faire des choix, le plus souvent implicites) dans des classes où la situation est d'une extrême complexité. Il n'a donc ni le temps ni la disponibilité d'esprit pour rationaliser ces choix : si la didactique pouvait permettre de comprendre (au moins en partie) ce qui se passe dans la classe, alors peut-être l'enseignant pourrait-il devenir conscient de ses choix.

Un autre caractéristique de l'enseignant est qu'il nie (le plus souvent) la pertinence de toute théorie. Les seules informations qui sont pertinentes à ses yeux doivent répondre à quatre critères :

- être utilisables immédiatement (recettes) ;
- avoir été validées dans une classe "normale" (et non expérimentale) ;
- être reliées aux systèmes de valeurs ou aux idéaux pédagogiques auxquels il adhère ou pour lesquels il milite (ex : l'autonomie de l'élève) ;
- être "particularisables" (c'est à dire adaptables à la situation de sa classe, qui est particulière par nature).

(n) le pôle élève

Les références aux théories Piagétienne sont constantes en D.D.M., mais celles-ci se révèlent vite insuffisantes.

(On n'a pas oublié la façon dont la réforme dite "des maths modernes" des années 70 avait déformé les théories de Piaget, de sorte que les structures logiques de l'enfant correspondent exactement aux structures logiques de la construction Bourbakiste).

Quatre hypothèses font actuellement l'unanimité :

- l'acquisition des connaissances passe par une action de l'élève (cf. infra) ;
- les connaissances ne s'empilent pas (le passage d'un niveau à un autre se fait par des phases de régression et de rééquilibrage [10] ;
- l'acquisition des connaissances se fait contre des connaissances antérieures [3] ;

- la mise en place de conflits socio-cognitifs favorise les situations d'apprentissage [11] [12].

Les didacticiens, en se basant sur les hypothèses énoncées plus haut, construisent des "situations didactiques" (c'est à dire toute situation où il y a volonté de faire acquérir quelque chose aux élèves).

L'hypothèse (ou l'idéal ?) étant : pour que l'élève donne un sens à une notion, il faut qu'elle lui apparaisse comme un outil indispensable (c'est à dire qu'il n'y en a pas d'autres pour le remplacer), qu'il doit construire, pour résoudre un problème qu'il s'est approprié.

La recherche de telles situations se nomme "l'ingénierie didactique".

Pour G. BROUSSEAU, quatre étapes sont nécessaires à la construction d'un savoir nouveau par l'élève :

- une phase d'ACTION (et de DÉCISIONS) : l'élève, confronté à un problème, le prend en charge et produit des actions génératrices d'un savoir faire ;
- une phase de FORMULATION (et de COMMUNICATION) : échange d'informations, et construction d'un langage pour assurer cet échange ;
- une phase de VALIDATION (au sens de PREUVE) : l'élève doit prouver ce qu'il affirme autrement que par l'action ; il doit justifier sa solution CONTRE d'autres ;

Ces trois premières phases sont dévolues à l'élève.

- une phase d'INSTITUTIONNALISATION, dévolue à l'enseignant, où celui-ci reconnaît le concept construit, le nomme, et en fixe conventionnellement et explicitement le statut.

Michèle ARTIGUE ajoute ([2] page 78) une cinquième étape nécessaire :

- une phase d'EXERCICES, où l'élève aura l'occasion de faire fonctionner et de mettre à l'épreuve les connaissances acquises.

C'est dans une large mesure l'élève lui-même qui a la responsabilité de la construction de son savoir. Or les situations d'enseignement traditionnelles fonctionnent rarement sur ce schéma.

Une situation didactique, cependant, n'est pas nécessairement une situation de recherche ; elle peut aussi être une situation d'enseignement (j'allais écrire "normale" !). Elle fonctionne alors ainsi :

- s'appuyant sur des hypothèses de la théorie didactique, le professeur prévoit le comportement des élèves dans la situation proposée : cette analyse a priori prétend que telle ou telle chose peut se passer ;
- l'expérimentation en classe permet de confirmer ou d'infirmer ces prévisions.

Une des notions importantes de cette analyse a priori est celle de "variable didactique", variable sur laquelle l'enseignant peut agir, et dont un changement de valeur peut entraîner une modification des processus de résolution chez l'élève.

Par exemple l'élève utilisera-t-il la même procédure pour résoudre $x^2 + 2x - 3 = 0$ et $0,785x^2 - 135,268x + 0,0255 = 0$? utilisera-t-il la même procédure si le temps est limité

ou s'il est libre ? s'il doit travailler seul ou avec un groupe ? si les informations sont proposées par le prof dans un ordre différent ? etc.

On trouvera une aide à la construction et à la réalisation de telles situations (au collège surtout) dans l'article de Michel MANTE paru dans [13], et un exemple (pour la classe de cinquième) dans un article de Michel CLINARD paru dans [14].

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Régine DOUADY, Didactique des mathématiques, article Mathématiques de l'Encyclopedia Universalis, 1984.
- [2] Michèle ARTIGUE et Régine DOUADY, "La didactique des mathématiques en France", in Revue Française de Pédagogie, n°76, juil/sept 1986, INRP
- [3] G. BACHELARD, "La formation de l'esprit scientifique", librairie Vrin, Paris, 1977.
- [4] Jacques NIMIER, "Les maths, le français, les langues... à quoi ça me sert", Cédic/Nathan, 1985.
- [5] Jacques NIMIER, "L'enseignant et la représentation de sa discipline", in Recherches et Formation, n°1, 1987, INRP.
- [6] Bernard CHARLOT, "Qu'est-ce que faire des maths ?", in Bulletin APMEP n° 359, juin 1987 (p. 263).
- [7] Stella BARUK, "L'âge du capitaine (de l'erreur en mathématiques)", Ed. du Seuil, 1985.
- [8] Le contrat didactique, in "Didactique des mathématiques : le dire et le faire", Cédic/Nathan, 1987, p.491
- [9] Yves CHEVALLARD, "La transposition didactique", Ed. La Pensée Sauvage, Grenoble, 1985. Cet ouvrage très dense est de lecture assez difficile ; on pourra lui préférer : "Les programmes et la transposition didactique" du même auteur, in Bulletin APMEP n° 352, février 1986, p. 32, voire même : Transposition didactique in [8] p.497.
- [10] Alain BOUVIER, "Apprentissage et didactique", in Document n° 51 de l'IREM de Lyon, mai 1985.
- [11] Anne-Nelly PERRET-CLERMONT, "La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale", Ed. Peter Lang, Berne (lecture assez ardue).
- [12] Yves PRETEUR, "Les conflits socio-cognitifs", in Cahiers Pédagogiques n° 218-219, nov-déc 1983, p.45.
- [13] Autour de la notion de situation problème, in "Suivi scientifique 1985-1986 des nouveaux programmes de sixième", bulletin inter-IREM, 1986, p.226.
- [14] Le jeu de la boîte noire : une approche de la formulation en algèbre, in "Suivi scientifique 1986-1987 des nouveaux programmes de cinquième", bulletin inter-IREM, 1987, p.247.