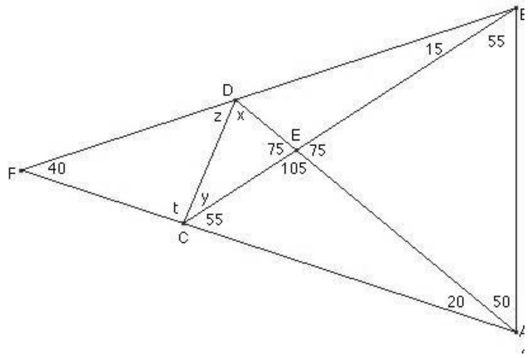
PROBLÈMES



Solution du numéro précédent

Nous avons placé sur la figure ci-dessus les données de l'énoncé, ainsi que la valeur des angles qui s'en déduisent immédiatement. On recherche la valeur de *x*.

Au premier abord, on pourrait penser que l'écriture des relations liant *x*, *y*, *z* et *t* dans le quadrilatère CEDF suffit à résoudre le problème :

$$\begin{cases} x+y=105 \\ x+z=120 \\ y+t=125 \\ z+t=140 \end{cases}$$

Il n'en est rien : le système ci-dessus est « indéterminé » (à 3 degrés de liberté). En effet, la donnée des quatre angles d'un quadrilatère ne suffit pas à donner la forme de ce quadrilatère.

Nous n'avons pas trouvé de méthode plus « élégante » que l'utilisation de la relation trigonométrique $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$ qui va permettre de déterminer successivement AE, BE, CE et DE (en prenant AB comme unité), puis du théorème « de Pythagore généralisé » (ou théorème d'Al Kashi) dans le triangle CDE pour calculer CD.

On trouve successivement : $\mathrm{AE}=\frac{\sin 55°}{\sin 75°}$, $\mathrm{BE}=\frac{\sin 50°}{\sin 75°}$, $\mathrm{CE}=\frac{\sin 20°}{\sin 105°}$, $\mathrm{DE}=\mathrm{BE}\times\frac{\sin 20°}{\sin 60°}$,

$\mathrm{CD}^2=\mathrm{CE}^2+\mathrm{DE}^2-2.\mathrm{CE}.\mathrm{DE}.\cos 75°$, d'où $\sin x=\frac{\mathrm{CE}\times\sin 75°}{\mathrm{CD}}\approx 0{,}92$.

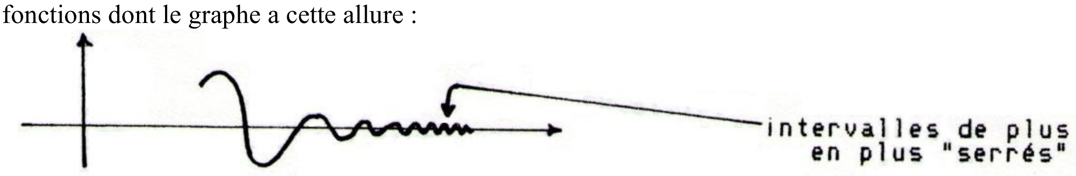
Soit **$x \approx 66,972\,749\,48 \approx 66°58'\,21,9''$**.

PROBLÈMES D'ANALYSE

Énoncé du problème n°9

Cet énoncé est inspiré par un exercice de Jean-Louis OVAERT

f est une fonction telle que $\lim_{\infty} f=0$. Peut-on en déduire que $\lim_{\infty} f'=0$? la réponse est NON : ils suffit de prendre une fonctions dont le graphe a cette allure :



Comme par exemple $f(x)=\frac{\sin(x^2)}{x}$.

On suppose maintenant que, de plus, *f* est une fonction monotone décroissante (à partir d'une certaine valeur de *x*) ;

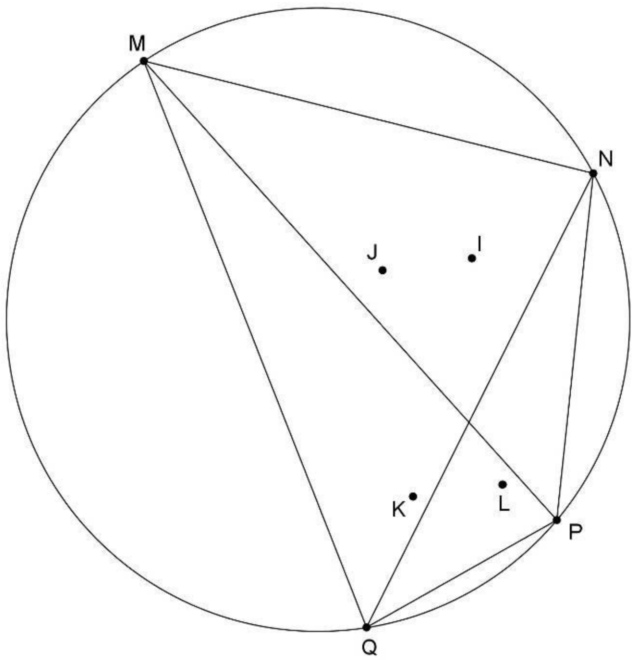
Peut-on en déduire que $\lim_{\infty} f=0 \Rightarrow \lim_{\infty} f'=0$

Énoncé du problème n°10

Cet énoncé est proposé par Michel **BONN**

Il est évident que $\left.\begin{array}{l}\lim_{\infty} f=0 \\ \lim_{\infty} f'=0\end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{\infty}(f+f')=0$. La réciproque est-elle vraie ?

POUR SÉCHER UN PEU



*Prenons quatre points **M N P Q** sur un cercle. Avec ces quatre points nous pouvons former quatre triangles **MNP**, **MNQ**, **PQM** et **PQN**.*
*Soit **I**, **J**, **K** et **L** les centres des cercles inscrits de ces quatre triangles.*
*Alors **I J K L** sont les sommets d'un rectangle. Pourquoi ?*
(Vous remarquerez d'abord que les points M N I J sont cocycliques).

C. MORLET