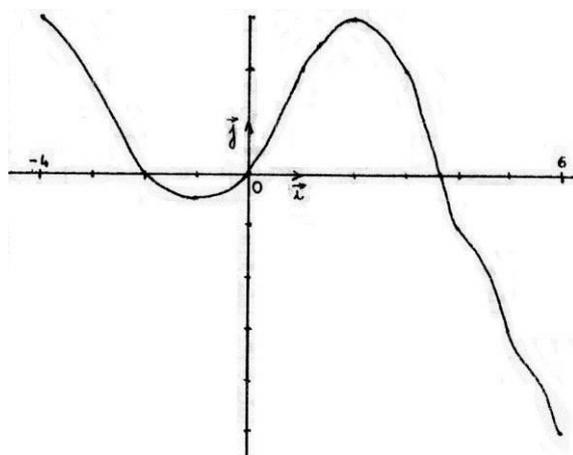


Fonctions

Les questions suivantes, en discussion l'an passé à la COPREM, correspondent à ce qu'un élève de seconde désireux de passer en première (y compris 1^{ère} S) doit savoir faire en ce qui concerne le chapitre « FONCTIONS ». Elles donnent « l'esprit » dans le quel il faut aborder cette partie du programme, et confirment qu'un certain nombre de questions (étude systématique des taux de variation, par exemple) n'ont pas leur place dans la classe de seconde. Par contre, l'utilisation « pratique » des graphiques (résolution d'équations par simple lecture, par exemple) est primordiale.

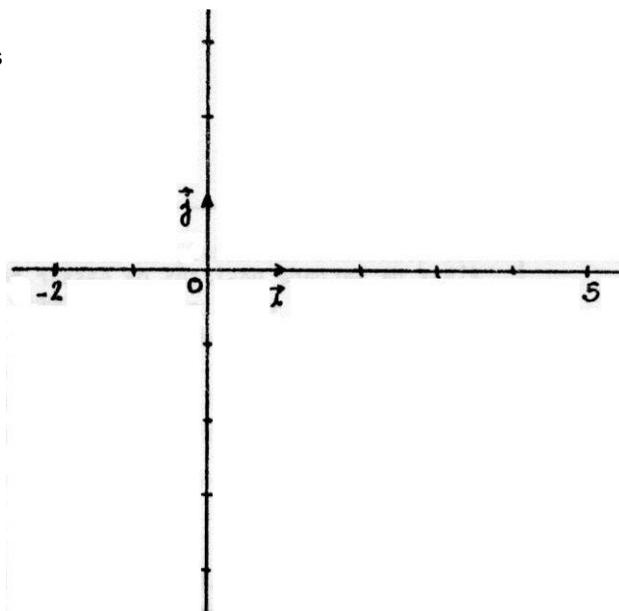
1. Voici la représentation graphique d'une application de $[-4 ; 6]$ vers \mathbb{R} . Cocher d'une croix la case correspondant à chacune des 12 affirmations suivantes :

	VRAI	FAUX	On ne peut pas le savoir
L'équation $f(x) = 0$ a trois solutions, $x = 0$, $x = -2$ et $x = 4$.			
L'équation $f(x) = 0$ a trois solutions, $x = 2$, $x = 0$ et $3 < x < 4$.			
L'équation $f(x) = 2$ a deux solutions.			
L'équation $f(x) = 2$ a trois solutions, $x = 1$, $x = 3$ et $-4 < x < -3$.			
L'équation $f(x) = -1$ a une seule solution, $x = 4$.			
L'équation $f(x) = -1/2$ a deux solutions, $x = -1$ et $3 < x < 4$.			
L'inéquation $f(x) > 3$ n'a pas de solution.			
L'inéquation $f(x) < 0$ n'a pas de solution.			
L'inéquation $f(x) \leq 3$ admet l'intervalle $[-4 ; 6]$ comme ensemble de solutions.			
L'inéquation $-1 \leq x \leq 3$ admet $[-4 ; 4]$ comme ensemble de solutions.			
L'inéquation $f(x) \geq -3$ admet l'intervalle $[-4 ; 5]$ comme ensemble de solutions.			
L'inéquation $f(x) \geq 2$ admet $[1 ; 3]$ comme ensemble de solutions.			



2. Donner la représentation graphique d'une application f de $[-2 ; 5]$ dans \mathbb{R} qui vérifie les cinq conditions suivantes :

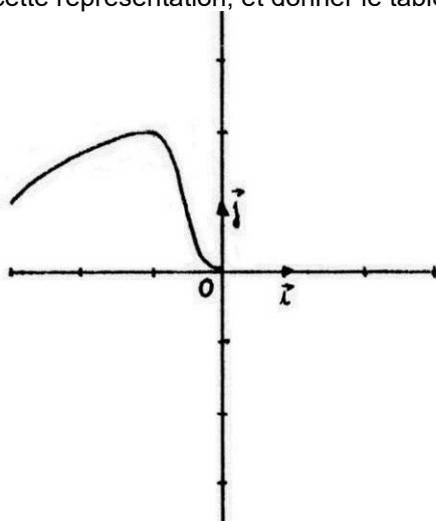
- ♦ f est strictement croissante sur $[-2 ; 1]$;
- ♦ f est strictement décroissante sur $[1 ; 5]$;
- ♦ $f(-2) = -4$;
- ♦ $f(0) = 3$;
- ♦ $f(5) = 1$.



3. Compléter les tableaux ci-dessous, en indiquant la variation de la fonction considérée.

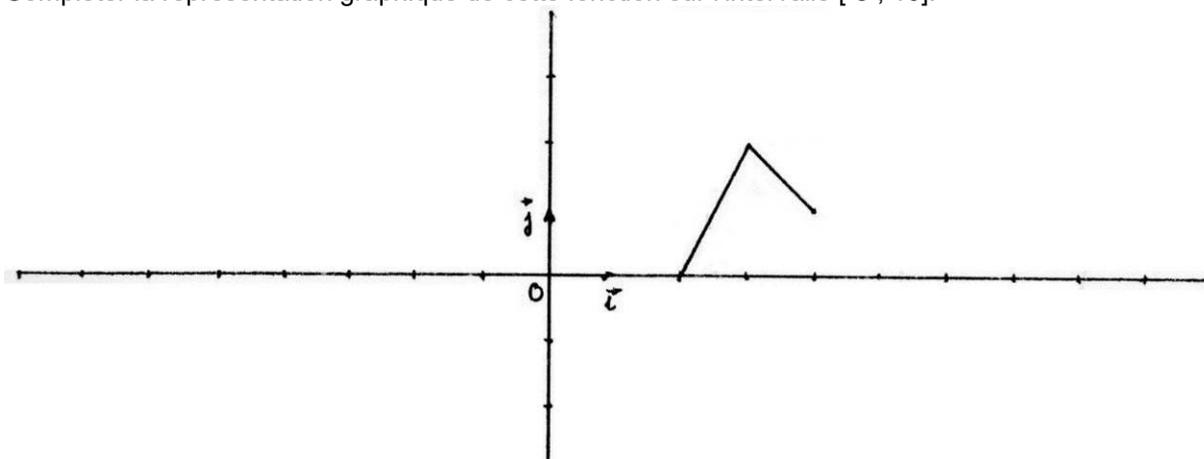
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-3</td><td style="width: 50%; text-align: left;">2</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto x^2$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-3	2	Var.			$x \mapsto x^2$			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-4</td><td style="width: 50%; text-align: left;">10</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto x$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-4	10	Var.			$x \mapsto x $			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">4</td><td style="width: 50%; text-align: left;">100</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto \sqrt{x}$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	4	100	Var.			$x \mapsto \sqrt{x}$			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-10</td><td style="width: 50%; text-align: left;">1</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto x^3$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-10	1	Var.			$x \mapsto x^3$		
x	-3	2																																					
Var.																																							
$x \mapsto x^2$																																							
x	-4	10																																					
Var.																																							
$x \mapsto x $																																							
x	4	100																																					
Var.																																							
$x \mapsto \sqrt{x}$																																							
x	-10	1																																					
Var.																																							
$x \mapsto x^3$																																							
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-10</td><td style="width: 50%; text-align: left;">20</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto 3x-1$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-10	20	Var.			$x \mapsto 3x-1$			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-10</td><td style="width: 50%; text-align: left;">-1</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto \frac{1}{x}$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-10	-1	Var.			$x \mapsto \frac{1}{x}$			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-100</td><td style="width: 50%; text-align: left;">0</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto x$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-100	0	Var.			$x \mapsto x $			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">1</td><td style="width: 50%; text-align: left;">5</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto \frac{1}{x}$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	1	5	Var.			$x \mapsto \frac{1}{x}$		
x	-10	20																																					
Var.																																							
$x \mapsto 3x-1$																																							
x	-10	-1																																					
Var.																																							
$x \mapsto \frac{1}{x}$																																							
x	-100	0																																					
Var.																																							
$x \mapsto x $																																							
x	1	5																																					
Var.																																							
$x \mapsto \frac{1}{x}$																																							
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">0</td><td style="width: 50%; text-align: left;">10</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto x^2$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	0	10	Var.			$x \mapsto x^2$			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-4</td><td style="width: 50%; text-align: left;">4</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto \frac{1}{x}$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-4	4	Var.			$x \mapsto \frac{1}{x}$			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">0</td><td style="width: 50%; text-align: left;">4</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto x$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	0	4	Var.			$x \mapsto x $			<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="width: 50%;">x</td><td style="width: 50%; text-align: right;">-10</td><td style="width: 50%; text-align: left;">0</td></tr> <tr><td>Var.</td><td colspan="2"></td></tr> <tr><td>$x \mapsto 4x-5$</td><td colspan="2"></td></tr> </table>	x	-10	0	Var.			$x \mapsto 4x-5$		
x	0	10																																					
Var.																																							
$x \mapsto x^2$																																							
x	-4	4																																					
Var.																																							
$x \mapsto \frac{1}{x}$																																							
x	0	4																																					
Var.																																							
$x \mapsto x $																																							
x	-10	0																																					
Var.																																							
$x \mapsto 4x-5$																																							

4. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction impaire définie sur $[-3 ; 3]$. Compléter cette représentation, et donner le tableau de variation de la fonction.

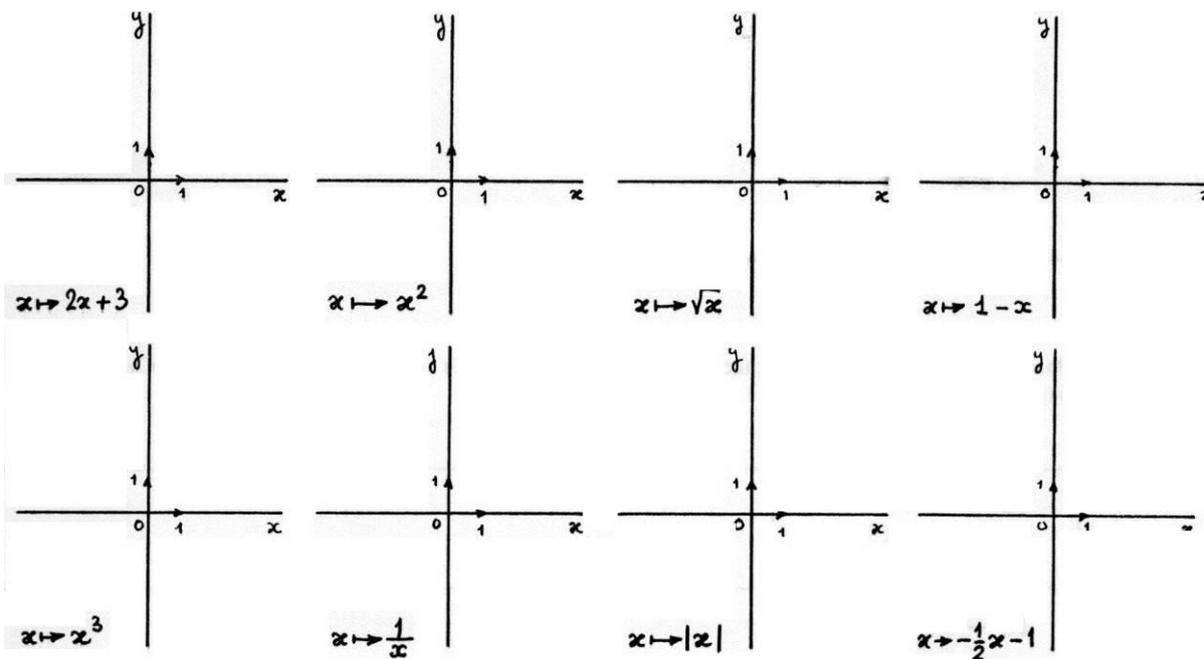


x	
variation de $f(x)$	

5. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction périodique, de période 2, Compléter la représentation graphique de cette fonction sur l'intervalle $[-8 ; 10]$.



6. Tracer la représentation graphique des fonctions indiquées :



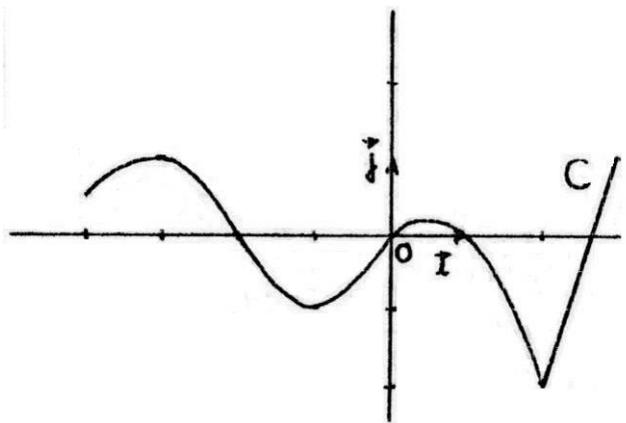
7.

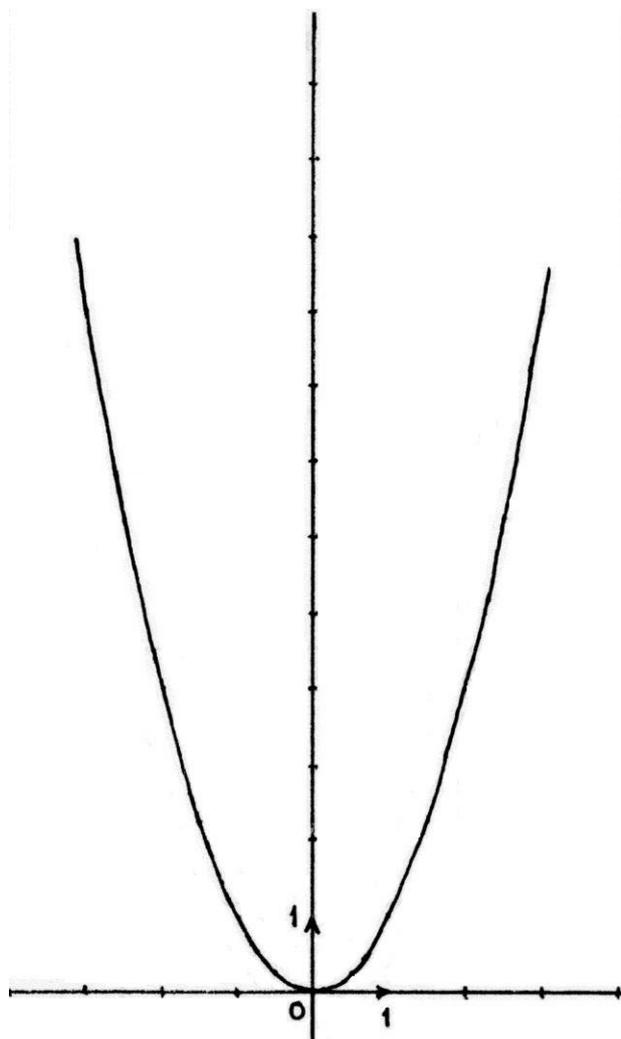
C désigne la représentation graphique d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4 ; 3]$.

En déduire la représentation graphique de la fonction

$$g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$x \mapsto |f(x)|$$





8. Voici la représentation graphique de la fonction f :

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$x \quad x^2$$

En déduire celle de la fonction g :

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

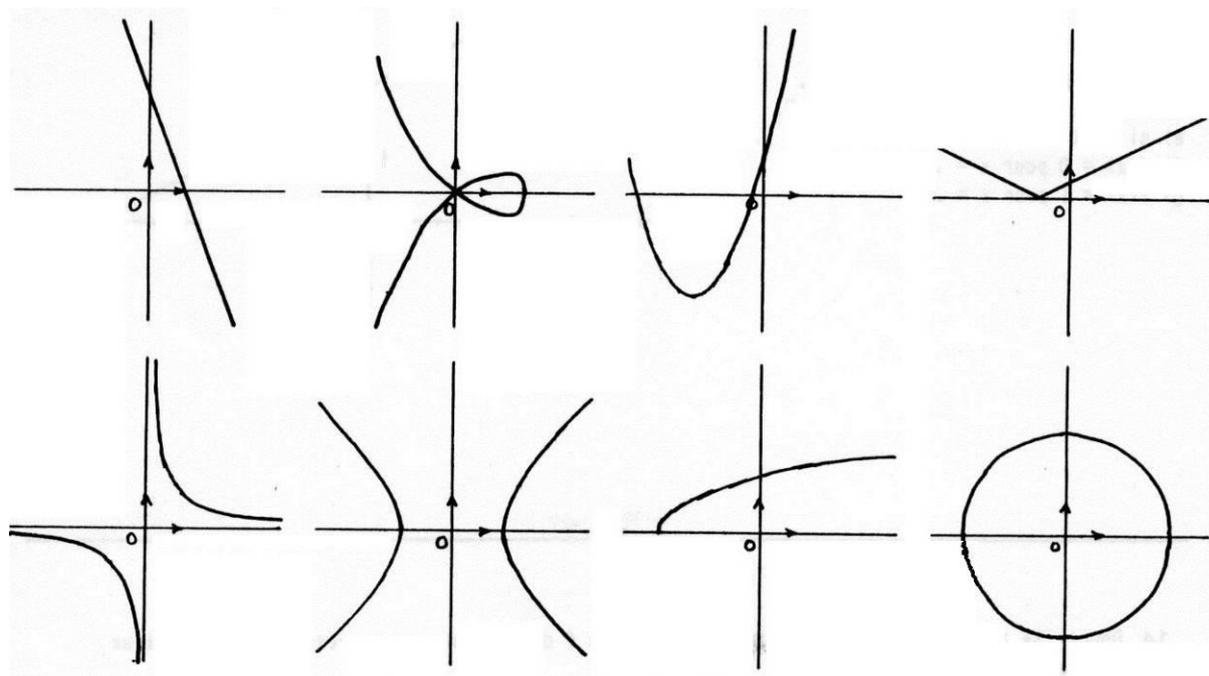
$$x \quad x^2 + 2$$

et la tracer.

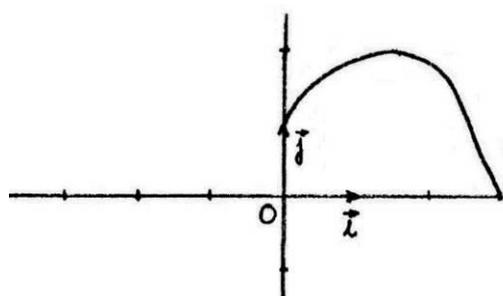
9. Voici six fonctions ; pour chacune d'elles, dire si elle est paire, ou impaire, ou ni paire ni impaire. Justifier la réponse (à droite).

f_1	$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $x \quad \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$	
f_2	$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $x \quad x^3 + 1$	
f_3	$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $x \quad x^3 + 5x$	
f_4	$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $x \quad \cos(x)$	
f_5	$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $x \quad \frac{2x + 3}{x}$	
f_6	$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ $x \quad \sin(x) - x$	

10. Voici quelques figures. Sont-elles des représentations graphiques de fonctions ? Pour chacune d'elles, répondre par OUI ou par NON.



11. Voici une partie de la représentation graphique d'une fonction paire définie sur $[-4 ; +4]$. Compléter la représentation graphique et donner le tableau de variation de cette fonction.



x	
var.	
$f(x)$	

12. Voici la représentation graphique de la fonction f :

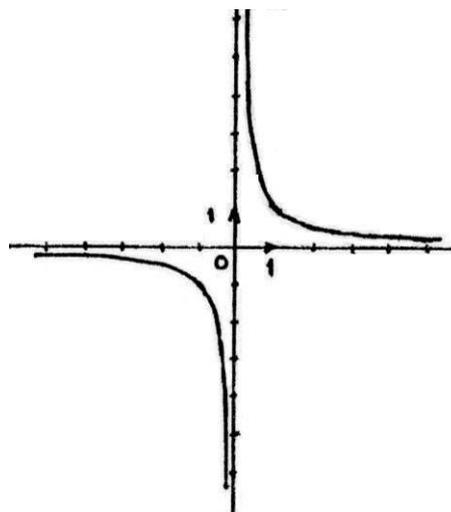
$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$x \rightarrow \frac{1}{x}$$

Sur le même graphique, tracer la représentation de g :

$$\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$$

$$x \rightarrow \frac{2}{x}$$



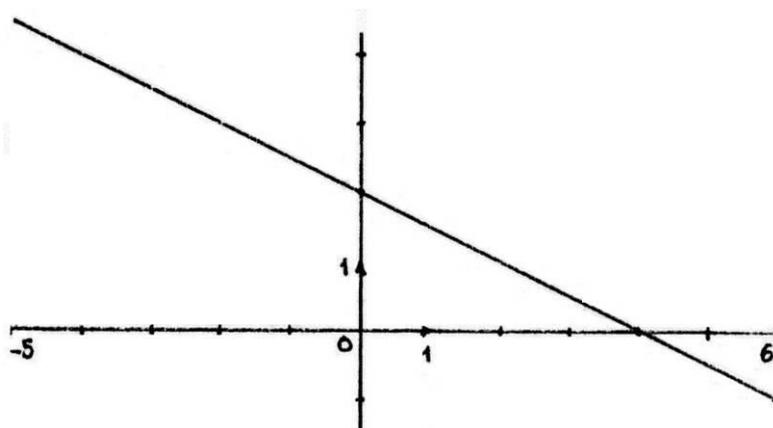
13.

Voici la représentation graphique d'une application f de $[-5 ; 6]$ vers \mathbf{R} .

R.

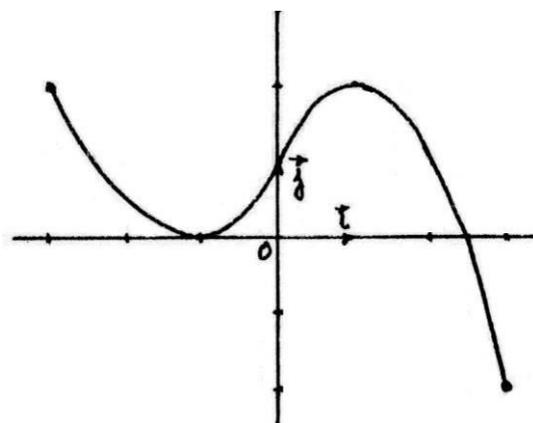
Compléter :

- a) $f(0)$: ...
- b) $f(-4)$ = ...
- c) $f(x) > 0$ si et seulement si
- d) $f(x)$ si et seulement $x < 0$.
- e) si $-5 < x < 4$ alors ... $< f(x) < \dots$
- f) $f(x) = 0$ pour $x = \dots$
- g) $f(x) = 1$ pour $x = \dots$



14. Donner le tableau de variation de l'application f définie par sa représentation graphique ci-dessous.

x	
var. de f	

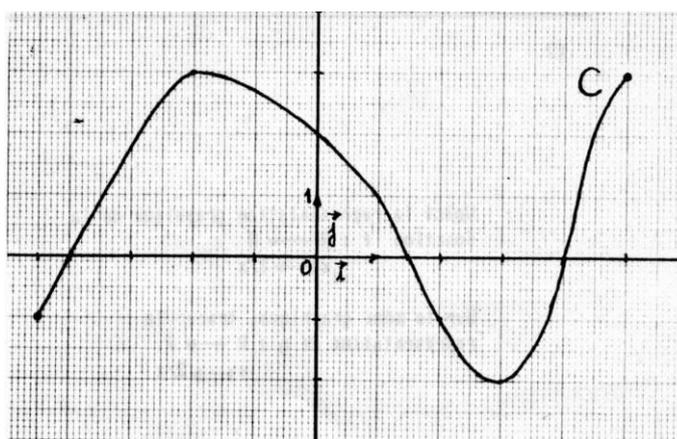


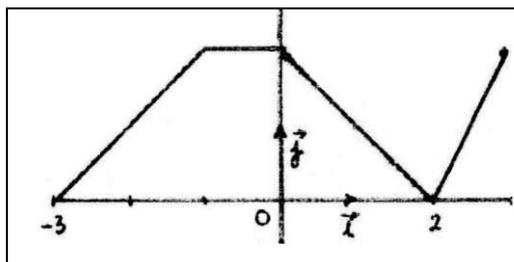
15.

C désigne la représentation graphique d'une application f de $[-4,5 ; 5]$ vers \mathbf{R} .

Compléter :

- a) $f(0) = \dots$
- b) si $0 < x < 3$, alors ... $< f(x) < \dots$
- c) si $-4 < x < -2$, alors ... $< f(x) < \dots$
- d) si $-4,5 < x < 2$, alors ... $< f(x) < \dots$
- e) pour quelles valeurs de x a-t-on :
 - $f(x) = 0$?
 - $f(x) = 3$?





16.
La représentation graphique d'une application f est donnée ci-contre, relativement à un repère (O, i, j)
Indiquer les variations de la fonction f à l'aide de phrases.

17. Donner le tableau de variation d'une application f de $[-2 ; 4]$ vers \mathbf{R} vérifiant les conditions suivantes :

f est strictement croissante sur $[-2 ; 0]$; $f(-2) = 1$; f admet en 0 un maximum relatif égal à 2 ;

f est strictement décroissante sur $[0 ; 2]$; f admet en 2 un minimum relatif égal à 1 ;

f est strictement croissante sur $[2 ; 4]$; $f(4) = 3$.

x	
var. de f	

18. Voici le tableau de variation d'une application de $[-7 ; 7]$ dans \mathbf{R} . Cocher les réponses dans le tableau suivant :

	VRAI	FAUX	On ne peut pas savoir
$f(5) = -3$			
$f(-4) < 5$			
$-2 < f(0) < 5$			
$f(6) = 2$			
$f(3) = -1$			
f s'annule trois fois sur $[-7 ; 7]$			

