DANS NOS CLASSES

INTRODUCTION A LA NOTION DE VECTEUR

Une introduction à la notion de vecteur dans une classe de « seconde technique spéciale » (élèves issus d'un C.A.P. désirant réintégrer un second cycle long technique).

Par Marc SERAY

Placer en bas à gauche de votre feuille un point A.

A partir du point A, on se déplace vers la droite de 10 cm. On obtient un point A_1. Puis on tourne de 30° sur la gauche et on se on déplace de $0,75\times10 = 7,5$ cm. On obtient le point A_2.

On recommence ainsi le procédé : à partir du point A_n on tourne de 30° sur la gauche et on se déplace d'un longueur égale aux 3/4 de la longueur du déplacement précédent. On obtient le point A_{n+1}.

On construit sur la feuille les points A_1, A_2, … A_{10}.

Comment se déplacer directement de A à A_{10} ?

Le but de ce travail dirigé est de proposer une introduction motivante de la notion de vecteur.
Pour situer le problème dans une classe de 2$^{\text{e}}$TSP, il faut savoir que ces élèves n'ont fait ni quatrième ni troisième et n'ont ni la capacité au niveau du langage, ni la patience intellectuelle, ni même le temps de digérer une introduction des vecteurs par classes d'équivalence de bipoints équipollents (si tant est que cette introduction fût souhaitable au niveau d'une quatrième et d'une troisième). Il faut donc en peu de temps passer d'un niveau de connaissances nul sur le sujet à quelques exercices de synthèse sur la notion de barycentre. L'idée que j'expose là est née d'une discussion avec M. MORLET et de la lecture du livre de SEYMOUR PAPERT racontant la création du langage LOGO. L'idée est de se servir de la notion intuitive qu'ont les élèves de leurs déplacements dans l'espace pour aller vers la notion formalisée de vecteur en temps qu'objet ayant une direction, un sens, une longueur. On introduira par la suite la notion de bipoints équipollents. Un autre avantage de cette manière de procéder réside dans le fait que les vecteurs du professeur de mathématiques sont bien les mêmes objets que ceux employés par le professeur de sciences physiques, la chose n'étant pas claire dans toutes les consciences d'élèves de seconde. Enfin, avant d'aborder le commentaire de la séquence en classe, je précise que la trigonométrie du triangle rectangle est revue et acquise, et que les élèves ont déjà pratiqué de nombreux calculs enchaînés avec la machine à calculer.

La partie de la séance consacrée à la construction ne pose pas de problèmes particuliers à condition de s'assurer que chaque élève ait pris une feuille format A4 et l'ait disposée verticalement devant lui. Signalons qu'au premier virage certains élèves tournent de 120° ; on les remet sur la piste en leur précisant que les angles sont relatifs au déplacement immédiatement précédent et non à leur position devant la feuille. Il n'y a plus d'erreur par la suite.

Après cette construction une discussion s'engage sur la manière de répondre à la deuxième question. La plupart des élèves veulent qu'on donne les coordonnées du point A_{10} (oui.. mais dans quel repère ?). Certains, néanmoins, après quelques questions bien orientées, se contenteraient d'une longueur de déplacement et d'un angle relatif au déplacement AA_1 (oui, mais comment calculer cette longueur et cet angle ?). Finalement, nous nous mettons d'accord sur le plan de travail suivant : calcul des coordonnées de A_{10} dans un repère d'origine A et dont les axes sont parallèles aux bords de la feuille, puis calcul de la longueur du déplacement et de l'angle cité.

Comment exécuter la première phase du travail ? Après une courte période de réflexion pendant laquelle je n'interviens pas, l'idée est trouvée : on va décomposer chacun des déplacements en un déplacement parallèle à l'axe des *x* et un autre parallèle à l'axe des *y*, puis on les affectera d'un signe + ou d'un signe - suivant qu'on avance ou qu'on recule sur l'axe en question. On dessine ce qu'on vient de dire. On écrit le calcul des coordonnées de A_{10}. Là j'interviens pour rectifier des notations trop lourdes. A ce stade du travail, je leur demande s'il était important de choisir des axes orthogonaux. Nous nous mettons d'accord sur la synthèse, suivante : on aurait pu certainement décomposer les déplacements suivant des axes non orthogonaux mais les premiers nous aideront plus pour les calculs. Je conclus alors cette partie en leur faisant sentir que pour se déplacer dans le plan il suffit de savoir se déplacer dans deux directions distinctes (la notion de base, de coordonnées n'est pas loin mais nous ne la formaliserons que plus tard).

Ensuite les élèves attaquent le calcul quelque peu fastidieux de la longueur de tous les déplacements tracés sur la figure. Sur cette partie du travail les relations trigonométriques sont appliquées correctement. Le plus gros problème auquel on se heurte est celui du manque d'organisation : les calculs sont dispersés sur la feuille, on ne se contente que des résultats approchés parfois avec une seule décimale, les relations trigonométriques intermédiaires ne sont pas écrites. Tout cela leur paraît trop long. En dehors du fait qu'il faut bien trouver une méthode pour exposer les résultats, je leur montre qu'en fait, il n'y a que deux types de raisonnements utilisés et qu'on peut se contenter de n'écrire qu'une fois chacun d'eux. Je leur demande ensuite de ranger les résultats dans deux tableaux l'un indiquant les déplacements suivant l'axe des x, l'autre suivant l'axe des y. En revanche je n'interviens pas sur le problème de la précision des calculs. On termine finalement le calcul des coordonnées de A_{10} et on vérifie sur la figure. Évidemment ceux qui ont rempli le tableau avec trop peu de précision ne sont pas satisfaits de leurs résultats. Je leur montre alors qu'il n'était pas nécessaire d'utiliser la machine à calculer au stade du travail où ils l'ont fait. Ils sont chargés de reprendre les tableaux, de n'y inscrire que les résultats réellement utiles et d'exécuter à nouveau le calcul des coordonnées de A_{10}. On contrôlera les résultats la prochaine fois.

La séance se termine sur la méthode qui permet de calculer la longueur du déplacement AA_{10} ainsi que son angle par rapport à AA_1. On contrôlera les résultats la prochaine fois.

Après une rapide vérification des calculs et un contrôle graphique, la séance suivante est consacrée à un cours de synthèse : notion de vecteur, direction, sens, longueur ; les représentations d'un même vecteur : les bipoints équipollents. Signalons que dans cette présentation le vecteur nul n'apparaît pas naturellement ; on pourra l'introduire au moment de l'étude de la somme des vecteurs.