Quelle géométrie enseigner au collège et au lycée ?

Exposé de M. Claude MORLET le 16 octobre 1985, lors de l'Assemblée générale de la Régionale.

Depuis que l'on change les programmes de mathématiques (1970), c'est le programme de géométrie qui a été le plus « ballotté ».

Les programmes actuels sont dans un état épouvantable :

- avant 1970, il n'y avait rien sur les structures vectorielles (apparition des translations en Math. Élem. seulement) ;
 - en 1970 : tout est axé sur le vectoriel, et on voit apparaître une construction théorique de la géométrie indépendante des figures (tout est ramené au domaine numérique) ;
 - en 1975/76 (réforme HABY), quasi-disparition des vecteurs dans le premier cycle ; le "vectoriel" ne reste qu'en seconde.
- D'où d'énormes incohérences : triangles "semblables" en 6^{ème} puis seulement en 1^{ère} S ; "pente" opposée à "vecteur directeur" pour les équations de droites ; disparition des aires et des angles en 5^{ème}, 4^{ème} et 3^{ème}.

Il faudrait absolument mettre de l'ordre et fixer les objectifs de cet enseignement de la géométrie, en fonction du public visé.

- pour les futurs scientifiques, qui auront encore besoin de mathématiques après le Bac : ils auront besoin des structures vectorielles dès le début de l'enseignement supérieur (pour la dynamique, l'étude des champs de vecteurs, etc.), et de déboucher sur les structures linéaires.

- pour les lycéens au niveau du Bac :

la géométrie apparaît essentiellement en analyse :

- les graphiques de fonctions (coordonnées, etc.),
- la traduction géométrique numérique (exemple : interpolation linéaire),

et dans l'étude du corps $\mathbb{C}$ des complexes (avec la trigonométrie).

- au niveau du L.E.P. ou de fin de 3^{ème} : on peut faire déjà énormément de choses rien qu'avec la "résolution" des triangles rectangles.

LES DEUX PRINCIPAUX OBJECTIFS DE LA GÉOMETRIE DANS L'AVENIR :

Une constatation tout d'abord :

En 1960, la base de la culture scientifique était la physique et la mécanique (d'où, en mathématiques, les notions d'analyse et de géométrie correspondantes).

En 1985, la base de la culture scientifique est probabilité/statistique et informatique. Nulle trace de géométrie dans cela : elle jouera un rôle de moins en moins important.

Le problème crucial : comment l'enseignement du Collège va-t-il préparer à cette nouvelle culture ?

OBJECTIF

La géométrie comme SCIENCE DU RAISONNEMENT (à condition de ne pas l'algorithmiser).

Il faut développer la structuration logique de l'esprit, de la pensée.

Il semble que la géométrie soit un terrain de prédilection pour développer ces capacités logiques et l'apprentissage du raisonnement. Problème : cet apprentissage doit-il, et peut-il, d'adresser à tout public ?

Malheureusement, la tendance actuelle de l'enseignement de la géométrie est contraire à ce premier objectif : on n'enseigne plus le raisonnement, mais l'algorithmisation ; c'est certainement du au hiatus important entre la capacité de raisonnement des élèves est ce qui est demandé dans les programmes : on juge (¹) les élèves sur leur capacité à "faire tourner" des algorithmes qu'ils apprennent par cœur et, par "glissement", ces algorithmes deviennent le programme.

OBJECTIF 2

APPRENDRE À MAITRISER L'ESPACE (et non pas à l'axiomatiser).

- On peut apprendre à calculer l'espace ;
 - on peut manipuler des structures qui pourront être réutilisées par la suite,
- (ces deux aspects étant peut être antinomiques).

¹ Il faut incriminer le rôle de la notation dans l'enseignement : les professeurs ont tendance à ne faire que des exercices "notables".

Par ailleurs : avec les programmes actuels, il faudrait beaucoup plus de temps pour travailler ; mais l'expérience montre que quand on réduit les programmes, les professeurs "font" alors de la technicité très pointue (voir par exemple ce qui s'est fait en 1^{ère} sur les limites).

Songeons qu'en 1970 (il n'y a que 15 ans) tout était axiomatique on se demandait même s'il était licite de dessiner en géométrie. Peut-on prévoir ce qu'il adviendra dans 15 ans ?

Ces objectifs existent actuellement, sous-jacents, dans les programmes. Mais tant que l'on fonctionne avec des PROGRAMMES, comme actuellement, on ne pourra pas faire de la géométrie.

Problème proposé par J. Verdier

Soit Π une parabole quelconque de sommet O . On va munir Π de deux opérations, notées $+$ et $*$. Il s'agit de démontrer que $(\Pi, +, *)$ est un corps commutatif.

Addition : Soit $A \in \Pi$ et $B \in \Pi$. La parallèle à la droite (AB) , menée par O , recoupe la parabole en S . Si $B = A$, on "remplace" la droite (AB) par la tangente en A à Π .

L'opération est définie par $A + B = S$.

Multiplication : Soit I un point quelconque de Π , différent de O , fixé une fois pour toutes.

Soit $A \in \Pi$ et $B \in \Pi$. La droite (AB) coupe l'axe Δ de la parabole en M ; la droite (IM) recoupe la parabole en P .

Si $B=A$, on "remplace" la droite (AB) par la tangente en A à Π .

L'opération est définie par $A * B = P$.

Après avoir démontré que $(\Pi, +, *)$ est un corps, donner la construction géométrique permettant de résoudre l'équation $A-X + B = O$ sur Π (discuter suivant la position des points A et B).

Voir en page 12 un peu d'aide si vous n'arrivez pas à démarrer !

Envoyez vos solutions et vos suggestions de problèmes à :

A. VIRICEL, 16 rue de la Petite Haye, 54600 VILLERS-LES-NANCY