

## ET SI JE REPASSAIS LE CERTIFICAT D'ÉTUDES ?

François Drouin

Le 16 juin 2025, lors d'une « Journée de l'amitié » organisée à Sampigny (55), des « tempes grises » ont été au bout de cette envie. La partie « Mathématiques » leur a causé quelques soucis, en particulier ce problème :

### Problème A. L'héritage

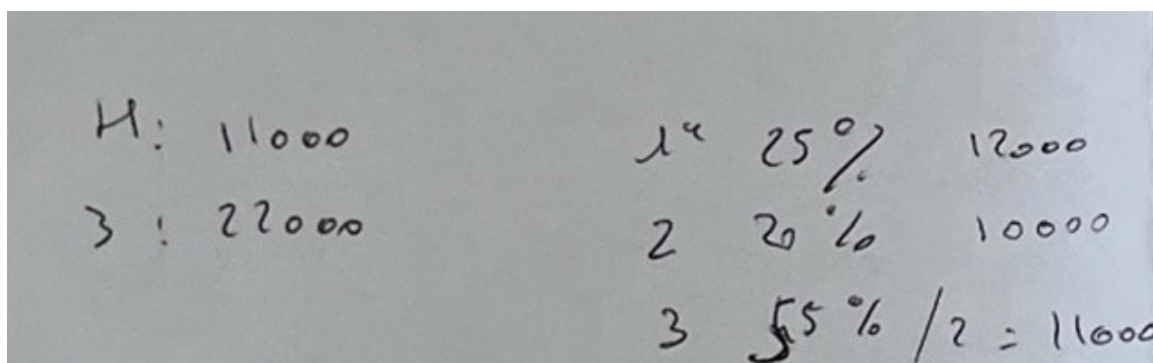
Un vieillard laisse en mourant sa fortune à 3 neveux. Le premier doit recevoir le  $\frac{1}{4}$ , le second en recevra le  $\frac{1}{5}$ , le dernier recevra le reste, mais il devra donner la moitié de sa part à l'hôpital. L'hôpital recevant 11 000 francs, trouvez la fortune du vieillard et la part de chaque neveu.

|                                 |                                |
|---------------------------------|--------------------------------|
| Part du premier neveu : .....   | Part du deuxième neveu : ..... |
| Part du troisième neveu : ..... | Fortune du vieillard : .....   |

### Analyse de quelques brouillons retrouvés sur les tables de candidats et candidates

Ce problème n'a été réussi par personne ce jour-là. Il a paru intéressant de jeter un œil sur ce qui avait été tenté.

#### Premier extrait de brouillon



11 000 francs sont en effet la moitié des 55% de l'héritage, donc 27,5% de l'héritage. Resterait donc à trouver la somme correspondant à 100% de l'héritage.

[Retour au sommaire](#)

27,5% de l'héritage valent 11 000 francs.

1% de l'héritage vaut 11 000 : 27,5 francs soit 400 francs.

100% de l'héritage valent donc 400 x 100 francs soit 40 000 francs.

Les parts de chaque neveu se calculent alors aisément.

### Deuxième extrait de brouillon

Handwritten mathematical work showing fractions and percentages. At the top left, the sum of fractions is written:  $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$ . To the right, a percentage is given:  $27,5\% = \frac{11}{40}$ . Below these, there are some crossed-out calculations and the numbers 25% and 20%. At the bottom, the equation  $C + H = 22000 = 55\%$  is written, with '4000' written below it.

L'utilisation de pourcentages est également préférée à l'utilisation de fractions.

Cette démarche aurait pu aboutir. Le zéro barré en bas de l'extrait fait-il partie de la recherche du montant total de l'héritage ?

### Troisième extrait de brouillon

Handwritten mathematical work showing calculations with fractions and percentages. On the left, there are calculations involving 22000 and 11000, with a fraction  $\frac{1}{4}$  and a percentage  $25\%$ . On the right, there are calculations involving 11000 and 22000, with a fraction  $\frac{1}{4}$  and a percentage  $25\%$ . At the bottom, there are several lines of calculations, including  $60500$  and  $3800$ .

Les fractions sont ici utilisées, mais les sommes 22 000 francs et 11 000 francs ne réussissent pas à devenir des fractions de l'héritage total.

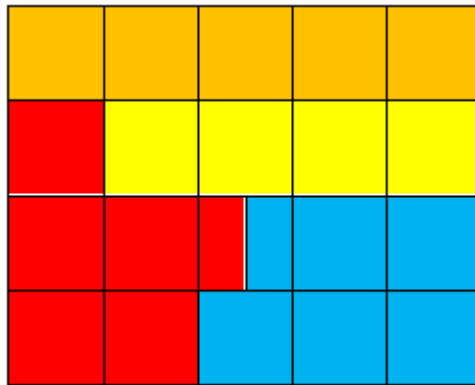
Il est intéressant de constater que quelques dizaines d'années après avoir quitté l'école, le travail avec des fractions n'est pas facile et est pour ce problème remplacé avec plus de succès par leur transformation en pourcentages.

Nous avons de notre côté essayé d'imaginer diverses méthodes de résolution de ce problème.

### **Solution 1**

$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$  Je visualise la situation par un rectangle 5x4.

En orange, le quart pour le premier. En jaune, le cinquième pour le second. En rouge et bleu, le reste avec en rouge la part pour l'hôpital et en bleu la part pour le troisième.



L'hôpital reçoit 11 000 francs.

5,5 carreaux représentent 11 000 francs

11 carreaux représentent 22 000 francs.

1 carreau représente 2 000 francs.

En orange, 5 carreaux pour le premier donc 10 000 francs.

En orange, 4 carreaux pour le premier donc 8 000 francs.

En rouge et bleu, 5,5 carreaux pour l'hôpital et le troisième donc deux fois 11 000 francs.

La fortune du vieillard est donc (10 000 + 8 000 + 2x11 000) francs soit 40 000 francs.

### **Solution 2 utilisant un modèle en barres**

| Fortune du vieillard                       |                |                                                                                                    |
|--------------------------------------------|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Premier neveu                              | Deuxième neveu | Troisième neveu et hôpital                                                                         |
| $\frac{1}{4}$                              | $\frac{1}{5}$  | 11 000 francs + 11 000 francs                                                                      |
| $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$ |                | « 11 000 francs + 11 000 francs »<br>représentent donc $\frac{11}{20}$ de la fortune du vieillard. |

$$22\ 000\ \text{francs} = \frac{11}{20} \times \dots\ \text{francs}$$

La fortune du vieillard est 22 000 francs :  $\frac{11}{20}$  soit  $22\ 000\ \text{francs} \times \frac{20}{11}$ .

La fortune du vieillard est 40 000 francs.

### Solution 3 algébrique

J'appelle  $f$  le montant de la fortune du vieillard.

Les deux premiers neveux reçoivent  $\frac{1}{4}f + \frac{1}{5}f$ , c'est-à-dire  $\frac{9}{20}f$ .

$\frac{11}{20}f$  n'ont pas encore été distribués.

La moitié de ce qui n'a pas encore été distribué est égale à 11 000 .

$$\frac{11}{20}f \times \frac{1}{2} = 11000$$

$$\frac{11}{40}f = 11000$$

$$f = (11000 \times 40) : 11 = 40000$$

La fortune du vieillard est 40 000 francs.

### Solution 4 imaginée par une enseignante en classe de quatrième

Part du troisième avant partage avec l'hôpital :  $1 - (\frac{1}{4} + \frac{1}{5}) = \frac{20}{20} - (\frac{5}{20} + \frac{4}{20}) = \frac{11}{20}$ .

Part de l'hôpital :  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{11}{20}$ .

$$\frac{1}{2} \times \frac{11}{20} = \frac{11}{40}$$

$\frac{11}{40}$  de la somme de départ = 11 000 francs

Donc somme de départ :

$\frac{40}{40}$  de la somme de départ = 40 000 francs.

Quelques élèves le voient immédiatement. Pour les autres, sont utilisés un tableau de proportionnalité et l'égalité des produits en croix (ça, ça passe beaucoup mieux que l'utilisation des fractions...) :

|       |    |        |
|-------|----|--------|
| Part  | 11 | 11 000 |
| Total | 40 | ?      |

Part du premier (francs)

$$\frac{1}{4} \text{ de } 40\,000 = \frac{1}{4} \times 40000 = \frac{40000}{4} = 10000.$$

Part du deuxième (francs)

$$\frac{1}{5} \text{ de } 40\,000 = \frac{1}{5} \times 40000 = \frac{40000}{5} = 8000.$$

Part du troisième : 11 000 francs

Part de l'hôpital : 11 000 francs

Vérification

$$10\,000 \text{ francs} + 8\,000 \text{ francs} + 11\,000 \text{ francs} + 11\,000 \text{ francs} = 40\,000 \text{ francs}$$

## Conclusion

La variété des démarches possibles ne nous donne pas envie d'en privilégier une. En 2025, est-il encore possible d'en présenter plusieurs, de laisser du temps aux élèves pour se les approprier et leur fournir des éléments de choix utilisables lors de la résolution de problèmes futurs ?

## Complément

Dans ce livre de problèmes, nous retrouvons un problème dont l'énoncé ressemble à celui proposé en juin à Sampigny.

Un homme, en mourant laisse  $\frac{1}{3}$  de sa fortune à son fils,  $\frac{1}{4}$  à sa fille et le reste à sa femme. Quelle fraction de sa fortune sa femme aura-t-elle ?

Sachant que la part de sa femme est de 24 000 francs, trouver la part du fils et de la fille.

Demander la fraction de sa fortune reçue par sa femme est très certainement une aide à la résolution de ce problème.

---