

À LA DÉCOUVERTE DE PI

Valérian Sauton

Collège Marie Curie de Troyes (10)

Présentation

L'objectif de cette activité est de faire découvrir le lien entre le diamètre d'un cercle et son périmètre à des élèves de sixième. Cette activité a été menée avec un groupe de 24 élèves en réussite en mathématiques.

Dans un premier temps, par observation de deux figures, on trouve de manière intuitive que le périmètre d'un cercle est supérieur au double de son diamètre et inférieur au quadruple de son diamètre.

Les élèves essaient ensuite de trouver un lien plus précis en travaillant en groupe, munis de deux bouts de ficelle, sur des planches de bois cloutées.

Intentions pédagogiques

- Montrer que le périmètre d'un cercle est proportionnel à son diamètre.
- Trouver une estimation de Pi.

Déroulement de l'activité

Les tables de la salle de classe ont été disposées en îlots pour l'activité.

Les élèves s'installent et commencent à réfléchir en groupe aux deux premiers exercices. La question « Que peut-on dire du périmètre d'un cercle comparé à son diamètre ? » met la plupart des groupes en difficulté. Certains répondent rapidement que le périmètre d'un cercle est plus grand que son diamètre. *Une autre figure sera ajoutée afin d'éviter cet écueil lors de la prochaine utilisation de cette activité.*

Sur cette première partie de l'activité, je sollicite régulièrement l'attention de tous les élèves afin que l'on puisse échanger sur les réponses de chaque groupe aux différentes questions et conserver une avancée commune.

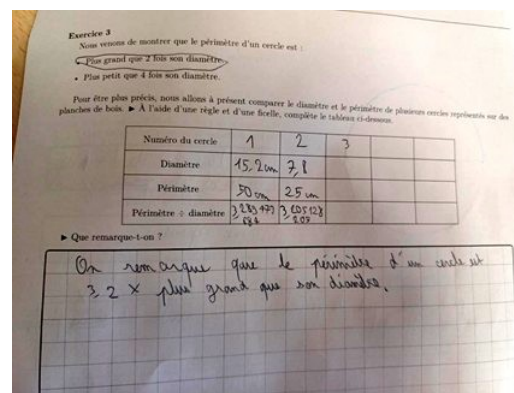
Il est intéressant de noter que certains élèves ne se rendent pas compte, en observant la figure, que la longueur du demi-cercle est plus grande que le diamètre du cercle. Pour leur faire comprendre, la disposition de la salle en îlot me permet de les faire se déplacer pour se rendre d'un point à un autre via deux chemins : celui en ligne droite et celui en arc de cercle. Les sceptiques comprennent alors facilement.

Même remarque pour l'exercice 2. Les élèves arrivent plus facilement à répondre à la question lorsqu'elle est reformulée sous la forme « Quel est le chemin le plus court ? » plutôt que « Quelle est la longueur la plus petite ? ».

Pour la question 1 de l'exercice 2, un élève me dit : « Monsieur, c'est comme quand on court autour d'un terrain de basket. C'est plus court quand on coupe comme en bleu plutôt que d'aller jusqu'au coin du terrain. »

Là encore il me faut guider les élèves et ensemble nous arrivons à répondre à la question 3. Après 15 minutes, les élèves commencent l'exercice 3 en autonomie avec une planche de bois par groupe et deux bouts de ficelles (un vert et un blanc).

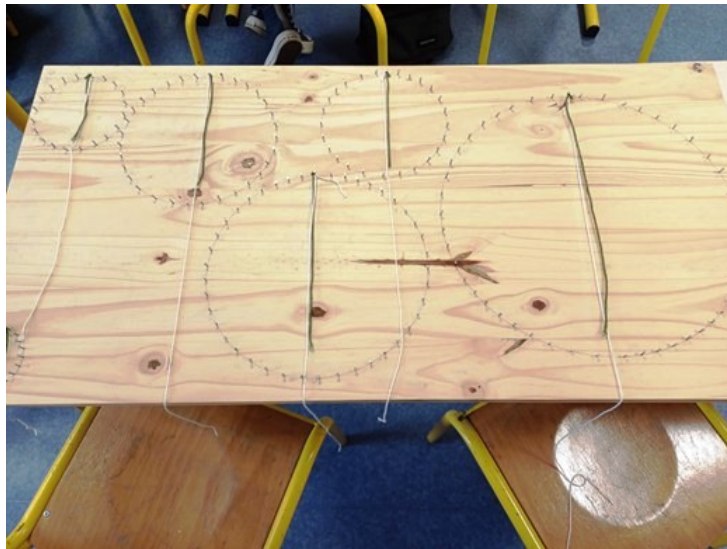
Certains groupes voient tout de suite comment utiliser l'une des ficelles pour faire le tour du cercle et mesurer son périmètre. Je dois aider deux groupes pour leur expliquer comment utiliser la ficelle afin de mesurer le périmètre de chaque cercle.



Un groupe arrive rapidement à une bonne estimation du lien entre le périmètre d'un cercle et son diamètre.

Après 15 minutes, nous mettons en commun les mesures des différents groupes et constatons ensemble qu'en divisant le périmètre d'un cercle par son diamètre on obtient un nombre compris entre 3,1 et 3,3.

Je fais remarquer aux élèves que leurs cercles ont des dimensions modestes et qu'on pourrait se demander si cette remarque s'applique aussi à des cercles plus grands. Pour cela, j'utilise une planche en bois plus grande sur laquelle se trouvent des cercles de toutes dimensions. Pour chaque cercle de la planche se trouvent deux bouts de ficelles : un vert long comme le diamètre et un blanc long comme le périmètre.



Les élèves se répartissent autour de moi et nous pouvons comparer les ficelles pour chaque cercle. Afin de bien voir le lien multiplicatif, je leur montre dans un premier temps que la ficelle blanche correspond bien au périmètre du cercle en faisant le tour du cercle avec. Ensuite, je passe la ficelle entre deux clous diamétralement opposés (j'ai bien fait attention d'en avoir en clouant la planche) et leur montre que je peux faire 3 diamètres et qu'il me reste un petit bout de ficelle.



Je procède ainsi pour plusieurs cercles et demande aux élèves ce que l'on peut dire de ce « petit bout ». Les élèves proposent des réponses très intéressantes, en voici quelques-unes :

« Le petit bout dépend de la taille du cercle. »

« On dirait que c'est un sixième du diamètre. »

« Ça veut dire que c'est proportionnel ? »

J'enchaîne sur ces réponses et, en prenant la longueur du « petit bout » entre deux doigts, je montre aux élèves que ce « petit bout » correspond plutôt sur mon cercle à environ un septième du diamètre pour ce premier cercle. Nous vérifions ensuite si c'est vrai pour un autre et constatons qu'en effet, on reste de l'ordre d'un sixième ou d'un septième.

Une élève demande alors : « Ça veut dire que le périmètre d'un cercle c'est trois fois son diamètre et un septième du diamètre ? »

Sur cette remarque, je fais regagner leur place aux élèves afin de pouvoir écrire la conclusion de cette activité. Ensemble nous écrivons d'abord le constat de nos mesures, à savoir que le périmètre d'un cercle est environ 3,2 fois plus grand que son diamètre.

Avec une division décimale, le parallèle est fait entre le 0,2 et le septième remarqué dans ma manipulation de la grande planche.

Pour conclure, j'explique aux élèves que les mathématiciens ont pu prouver que le rapport du périmètre d'un cercle par son diamètre est constant et est égal à un nombre qu'on ne peut pas écrire comme fraction de deux entiers. Impossible à écrire exactement à l'aide de l'écriture décimale ou avec une fraction de deux entiers, on utilise une lettre grecque pour mentionner ce nombre. La lettre correspondant au P, première lettre du mot grec « périphérea » signifiant périphérie. Une valeur approchée est 3,14 et un peu plus précisément 3,14159.

Conclusion

C'est la deuxième année que j'utilise ma planche cloutée et j'en suis toujours aussi satisfait. L'an passé j'avais moins guidé les élèves, leur donnant les planches en bois avec une consigne très ouverte : « Comparer le diamètre et le périmètre de ces cercles. »

Les élèves avaient alors davantage de temps avec les petites planches de bois, mais il m'avait fallu guider la plupart des groupes dans la démarche à suivre.

Dans cette activité j'ai choisi de davantage guider les élèves dans leur phase de découverte et en suis satisfait. En une séance, l'essentiel de la notion est expliqué. Les premiers exercices ne sont pas obligatoires mais je les trouve intéressants pour guider les élèves dans des comparaisons diamètre-périmètre.

L'échange avec les élèves lors de la présentation avec la grande planche cloutée est vraiment intéressant et permet de mentionner facilement la proportionnalité. C'est une activité facile à mettre en œuvre qui plaît aux élèves, je ne me vois plus aborder cette notion sans utiliser ma planche cloutée.

Ma collègue, Catherine DARY, a aussi testé cette activité avec un groupe d'élèves moins performants. Moins consciencieux dans leurs mesures, les rapports trouvés étaient compris entre 2,8 et 3,4. Le passage par la grande planche a fini de les convaincre et ils pouvaient tous dire une semaine après l'activité que le périmètre d'un cercle c'est environ 3 et quelques fois le diamètre. Afin de faciliter la mise en commun, Catherine a projeté un tableau vide qu'un élève de chaque groupe allait compléter après chaque découverte.

Note de la rédaction

Dans le [Petit Vert n°158](#) des boîtes de Brie ont été récupérées, prêtes à rouler sur le sol pour introduire le nombre π en classe de sixième.