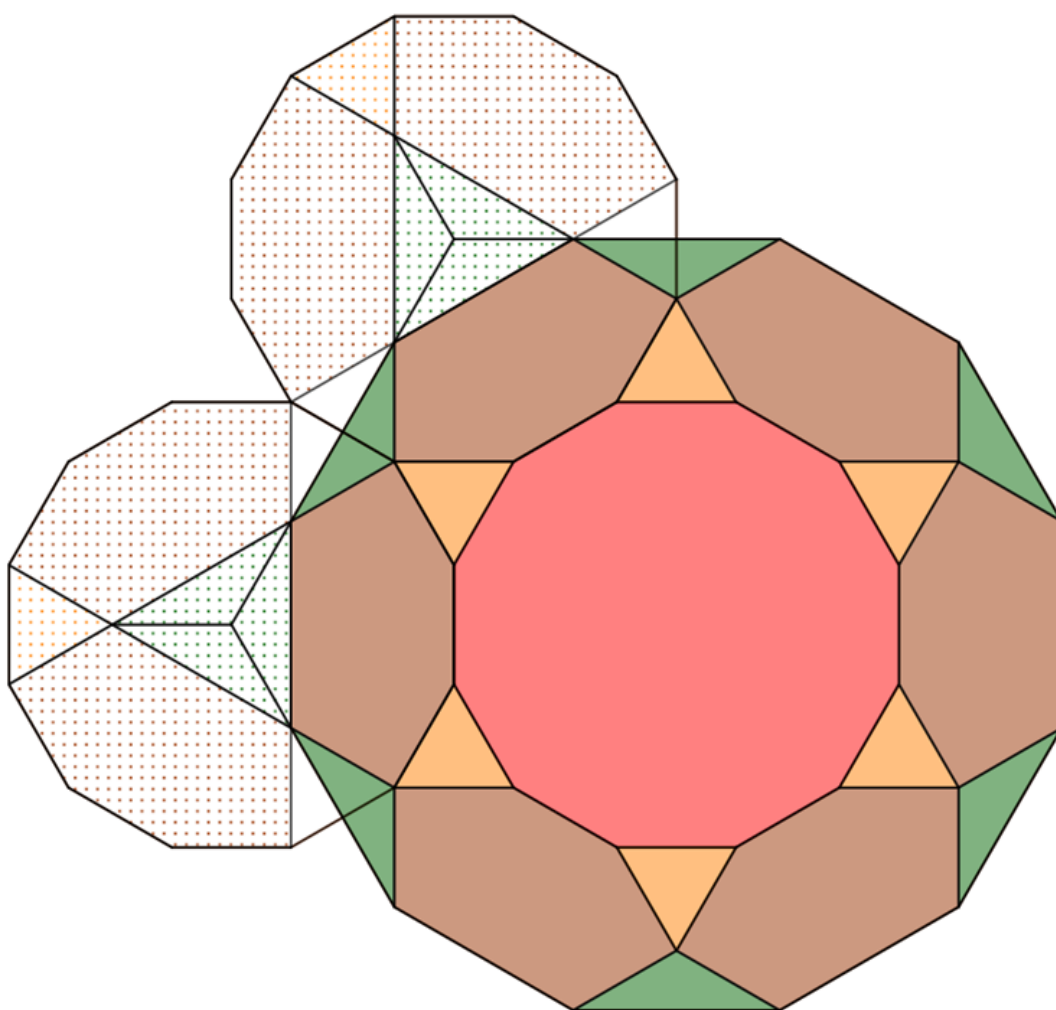


La rubrique est apparue dans le [Petit Vert n°133](#) à propos d'un découpage qui était attribué à Dudeney. Elle est devenue régulière à partir du [Petit Vert n°139](#) présentant trois trisections du carré imaginées en 2010, 2015 et 2018 par Christian Blanvillain, le conférencier intervenant cette année pour notre [journée régionale](#). Le Petit Vert s'est ensuite fait l'écho d'autres trisections trouvées en Lorraine : trisections du carré (Petits Verts [150](#) et [151](#)), du [triangle équilatéral](#), de l'[octogone régulier étoilé](#), de l'[hexagone régulier](#).

Dans ce Petit Vert, vous trouverez une trisection du dodécagone imaginée en 2025. La rubrique perdurera, d'autres découpages trouvés récemment attendent d'être commentés.

Tous les articles de cette rubrique sont accessibles sur notre [site](#). Ils sont issus d'échanges entre membres du Groupe « Jeux » de la Régionale.

TRISECTION DU DODÉCAGONE

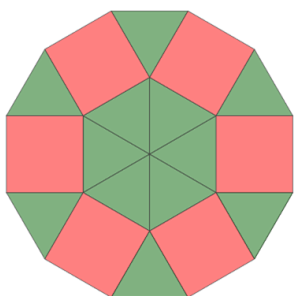


DISSECTIONS D'UN DODÉCAGONE RÉGULIER

Fathi Drissi
Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine
À Jacques VERDIER

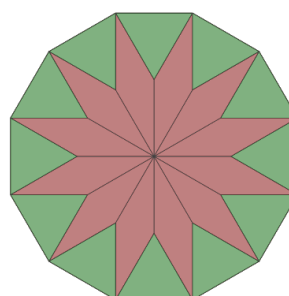
Dans ce numéro spécial du Petit Vert, nous proposons de présenter quelques dissections du dodécagone régulier. Celles-ci ont été obtenues à l'aide des deux pavages du dodécagone ci-dessous :

Pavage de type I



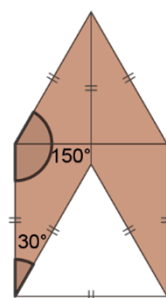
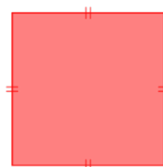
Il est réalisé à l'aide de carrés et de triangles équilatéraux.

Pavage de type II



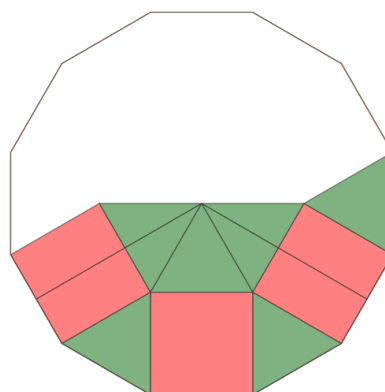
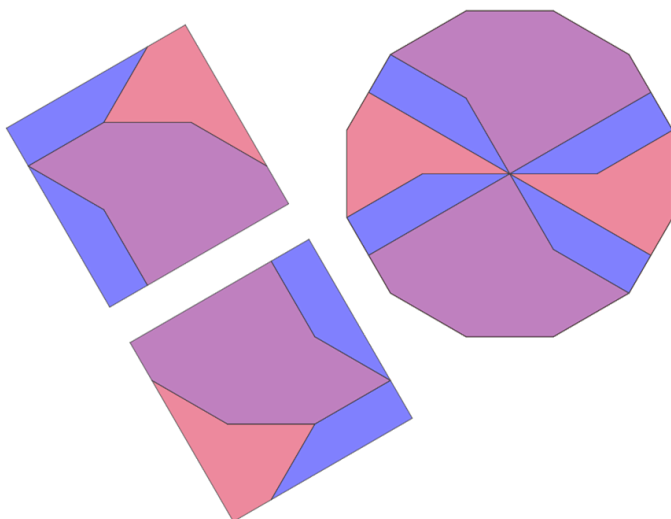
Et celui-ci est réalisé à l'aide de triangles équilatéraux et de losanges.

On remarquera qu'un carré peut être disséqué en deux losanges du pavage de type II de cette façon :

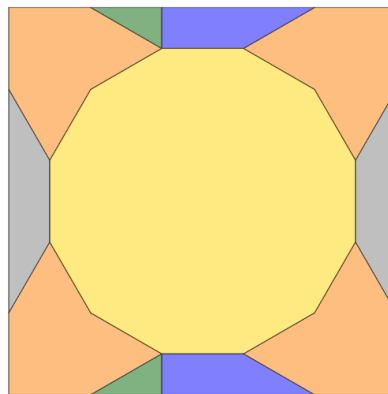
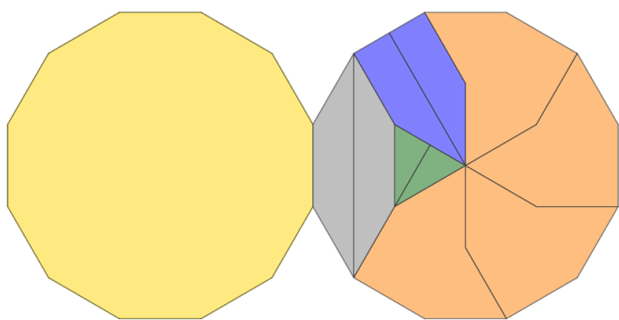


Dissection d'un dodécagone régulier en deux carrés congruents

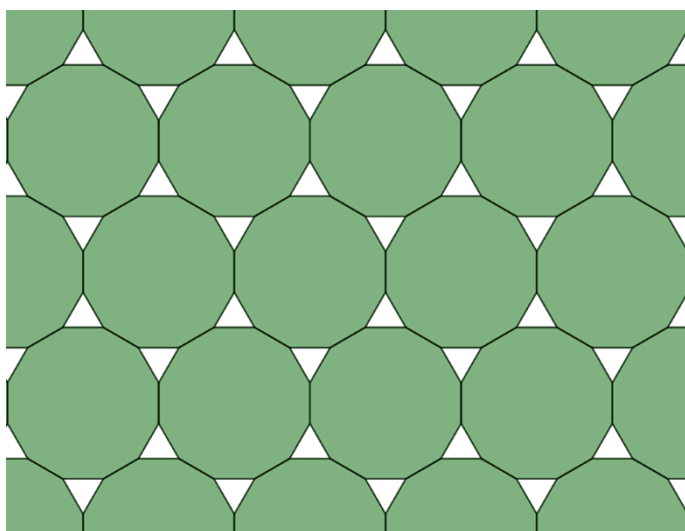
Cette dissection est obtenue en utilisant le pavage de type I et ce découpage :



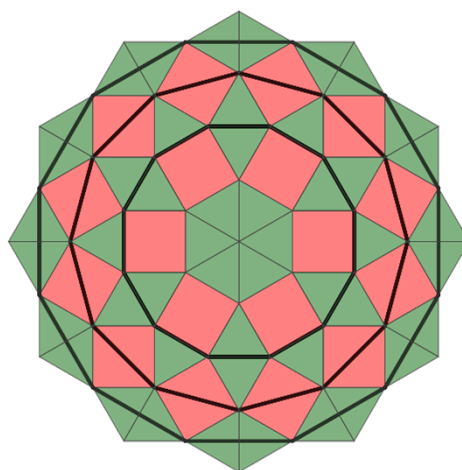
Dissection de deux dodécagones congruents en un carré



En combinant le pavage de type I du dodécagone régulier et le pavage semi-régulier (un triangle équilatéral et deux dodécagones réguliers) ci-dessous, nous obtenons une dissection et une trisection du dodécagone.

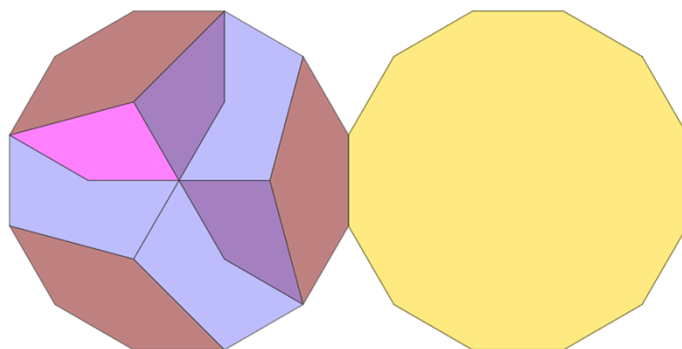
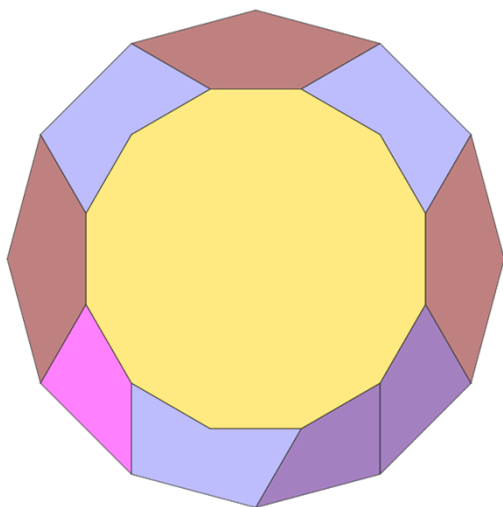


Pavage hexagonal tronqué (un triangle équilatéral et deux dodécagones réguliers)

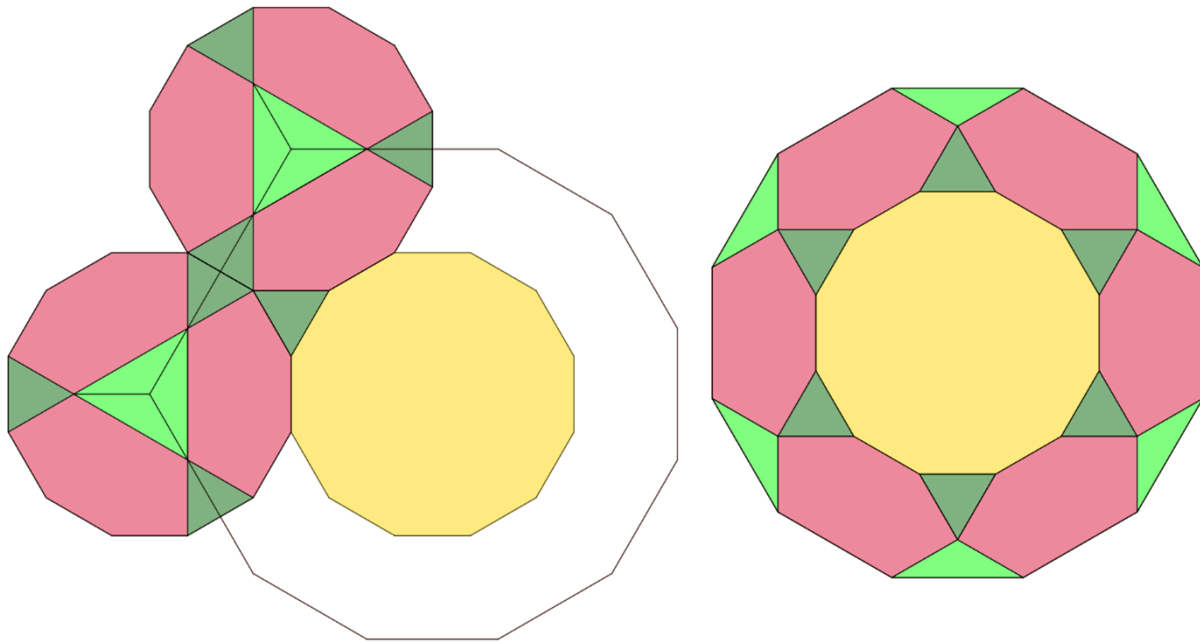


Les trois dodécagones en traits gras sont homothétiques et ont pour longueurs respectives 1, $\sqrt{2}$ et $\sqrt{3}$.

Dissection d'un dodécagone en deux dodécagones congruents

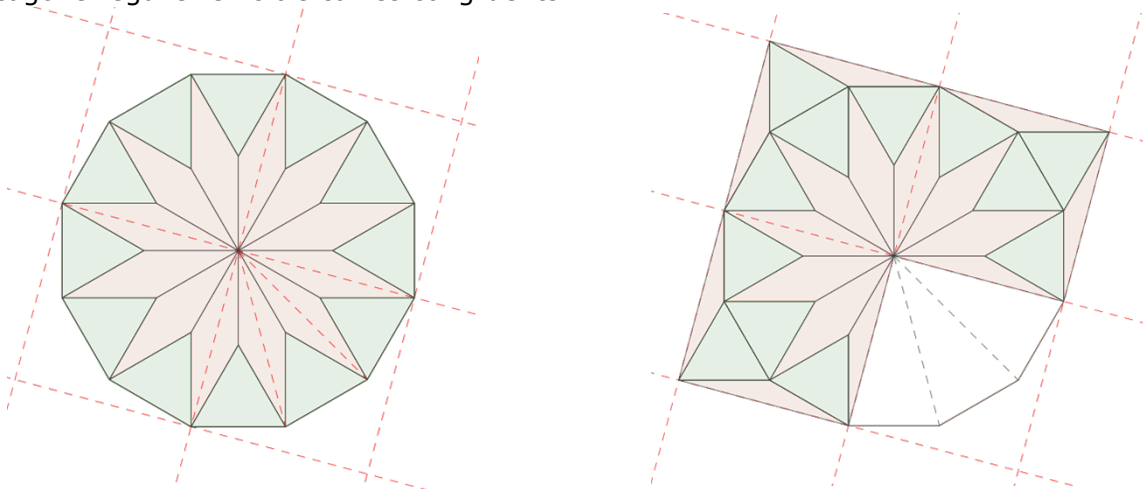


Trisection du dodécagone régulier en trois dodécagones congruents

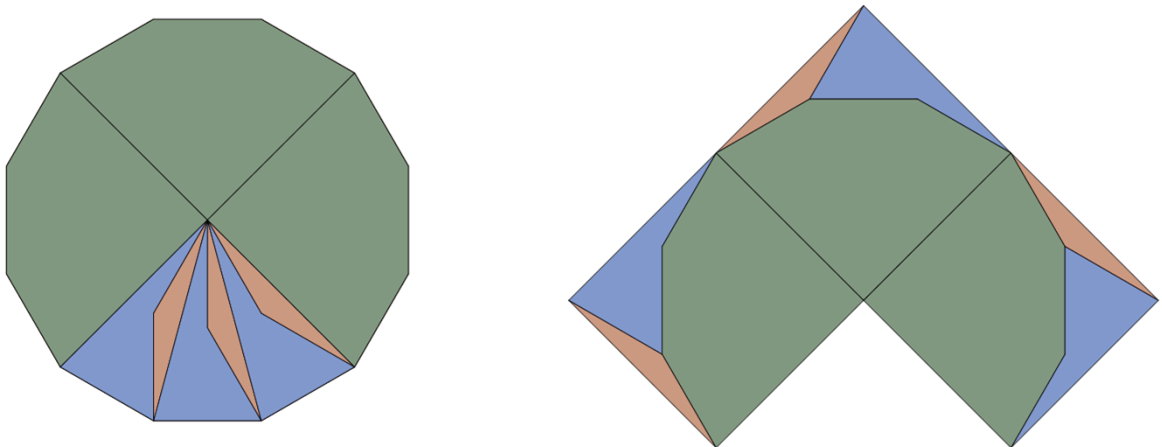


Dissections obtenues à partir du pavage de type II

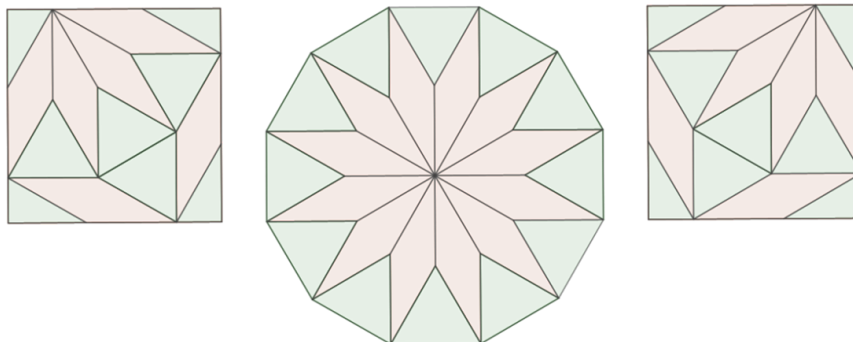
En utilisant le pavage de type II et le découpage ci-dessous, on peut obtenir une dissection du dodécagone régulier en trois carrés congruents.



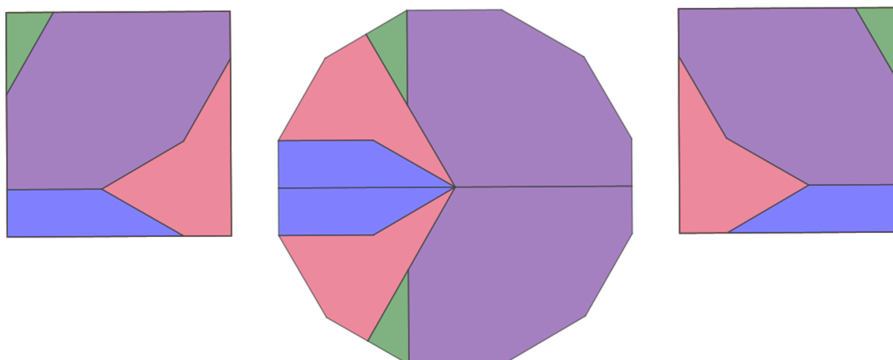
Cette dissection peut être optimisée ainsi :



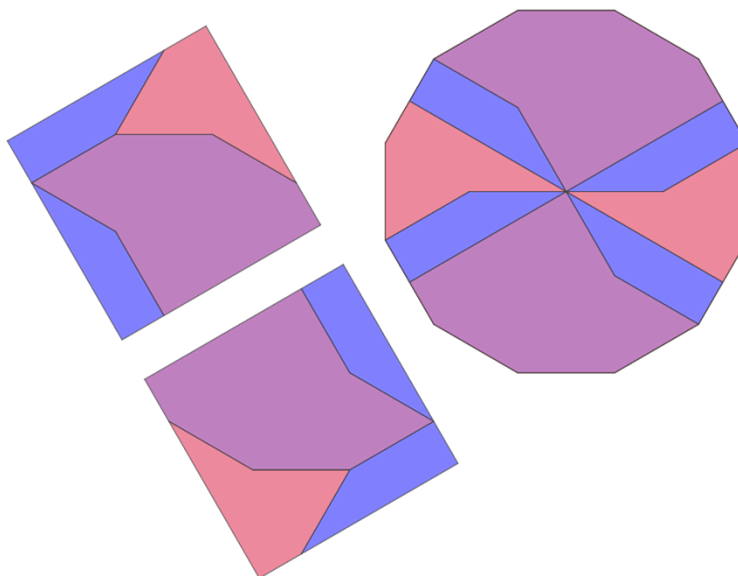
Et une dissection en deux carrés congruents :



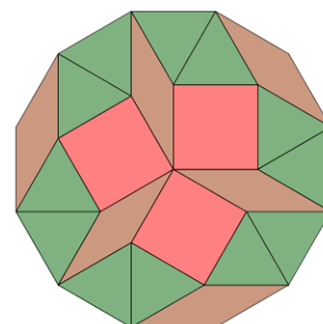
En optimisant le découpage, on obtient cette dissection :



Ou, on retrouve la dissection en deux carrés et obtenue à l'aide du pavage de type I :

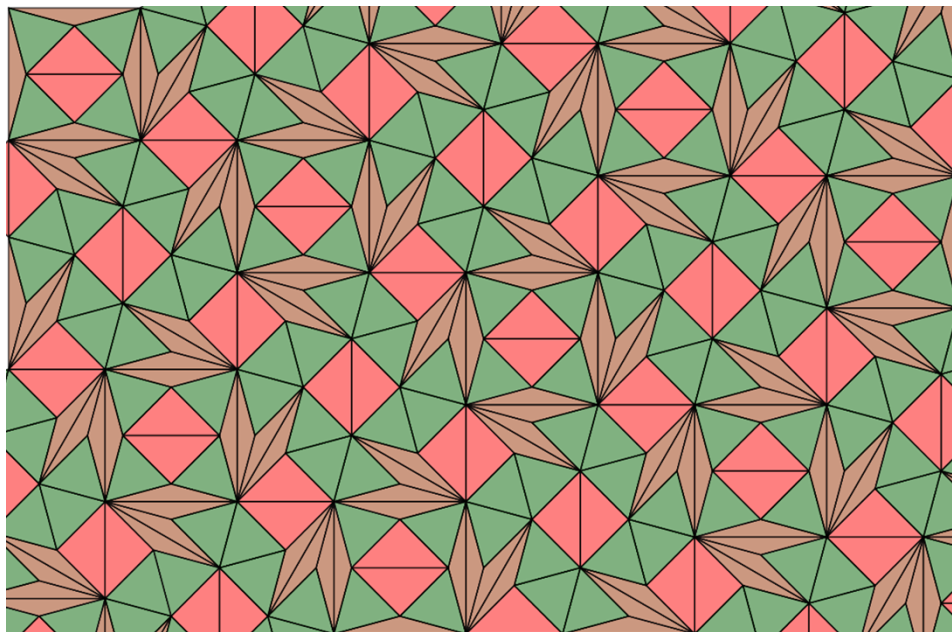


Il est aussi possible de combiner les tuiles des deux pavages de types I et II pour obtenir d'autres dissections du dodécagone régulier. Nous utiliserons le recouvrement du dodécagone régulier ci-contre pour réaliser sa dissection en un carré ou trois carrés congruents, ce qui permettra de faire le lien avec la trisection du carré.

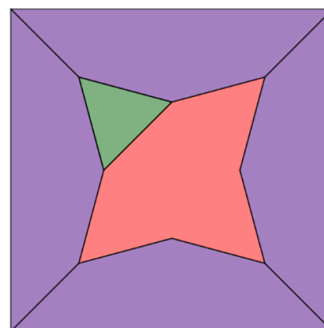
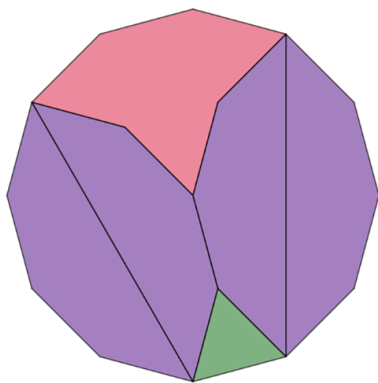


Avant de donner cette dissection, nous proposons le pavage ci-dessous qui est réalisé à l'aide des trois tuiles précédentes. En traçant une des deux diagonales de chaque carré et chaque losange, on fait apparaître un pavage de Pythagore avec deux carrés dont l'un est un agrandissement de l'autre dans le rapport $\sqrt{3}$.

Saurez-vous trouver ces deux carrés ?

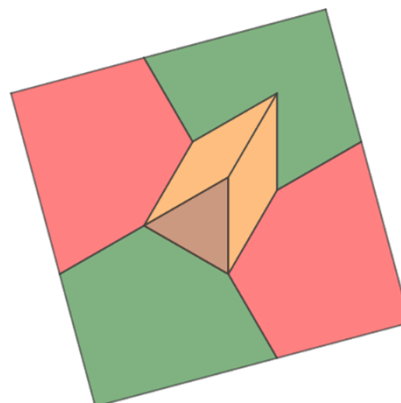
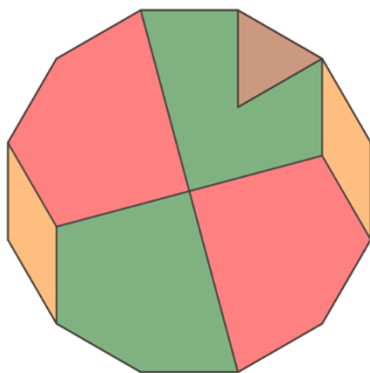


Ce grand carré du pavage de Pythagore est aussi celui que l'on trouve dans la dissection du dodécagone régulier en un carré de [Harry Lindgren](#).



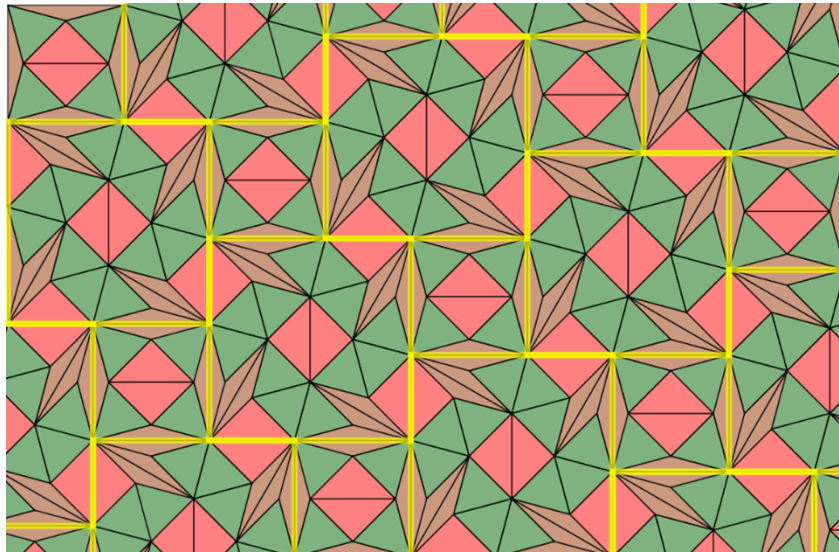
Cette dissection est optimale, elle est réalisée en seulement six morceaux.

Nous en proposons une autre, mais en sept morceaux :

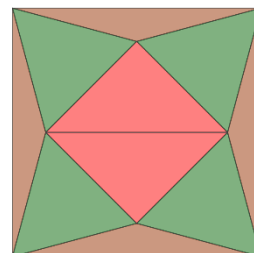
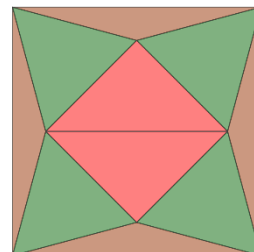
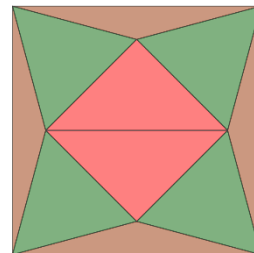
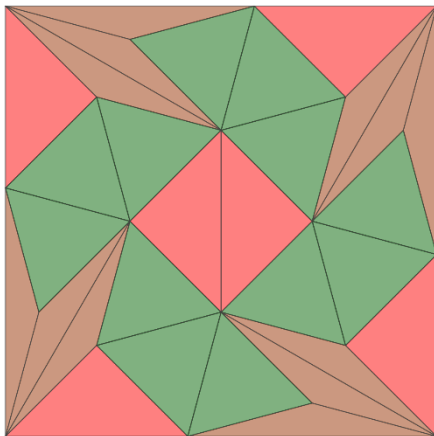


Addendum

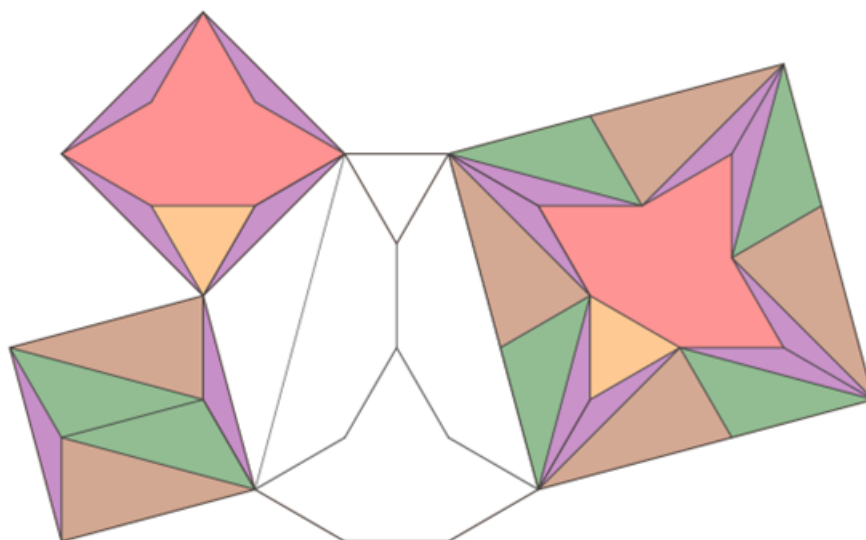
Le pavage de Pythagore avec la mise en évidence des deux carrés jaunes « en pipe » :



Et la trisection du carré qui en découle :



La dissection de Harry Lindgren avec une trisection du carré :



Une autre dissection du dodécagone en un carré ou en trois carrés congruents :

