

DROITES

Activité parue dans [le PETIT VERT, n° 10 de Juin 1987](#)¹

Jacques Verdier

Nous avons constaté que beaucoup d'élèves de terminale G² n'avaient pas acquis les savoir-faire correspondant aux objectifs 2, 3 et 4 (voir ci-dessous). En 1ère G, nous avons donc cherché à construire des situations pour y remédier.

Objectifs (liste communiquée aux élèves)

À la fin de cette séquence, tu devras être capable de faire ce qui suit :

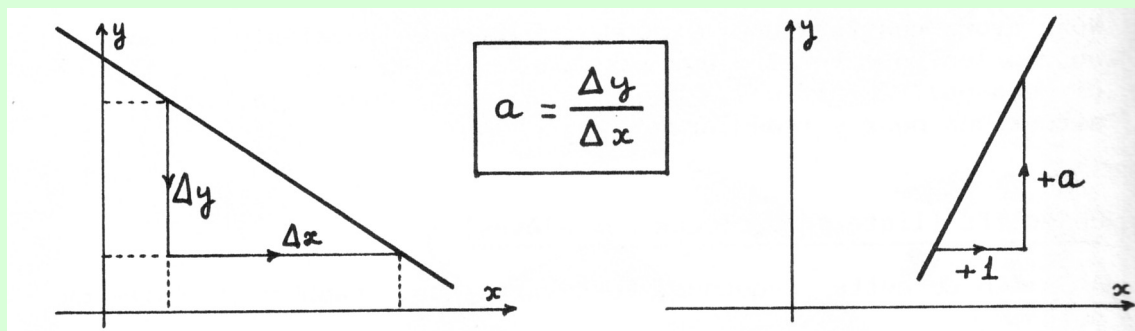
- 1)** Tracer une droite dont l'équation $y = ax + b$ est donnée.
- 2)** Trouver directement sur le graphique, le coefficient directeur a , et l'équation $y = ax + b$ d'une droite tracée.
- 3)** Savoir à quoi correspond, dans la pratique, le coefficient directeur.
- 4)** Tracer une droite connaissant un de ses points et le coefficient directeur (sans en chercher l'équation).
- 5)** Retrouver l'équation d'une droite dont on connaît un des points et le coefficient directeur.
- 6)** Retrouver l'équation d'une droite dont on connaît deux points.
- 7)** Décomposer, par le calcul, une expression (fonction d'une variable) en une partie fixe et une partie proportionnelle à la variable.
- 8)** Même décomposition, mais graphique.
- 9)** Passer de la représentation graphique à l'équation algébrique et vice versa, et s'aider de l'une pour trouver des propriétés de l'autre.
- 10)** Reconnaître qu'il y a une contradiction entre la représentation graphique et le calcul algébrique, et déceler où est l'erreur.
- 11)** Reconnaître, dans un problème "concret" écrit en langage courant, que l'on est dans une des situations décrites ci-dessus.

1. Il s'agit d'un numéro spécial, format A4, qui est à la fois le n° 10 du Petit Vert, et le n° 9 de « La Caverne », bulletin de l'IREM de Lorraine.

2. Devenues S.T.G. par la suite, puis STMG

Organisation de la séance

- 1) Cette séquence a sa place dans une expérience "Travail autonome et disciplines scientifiques" : trois professeurs (maths, comptabilité, méthodes administratives et commerciales) de cette première G sont concernés et sont présents simultanément dans la classe pour répondre à la demande. La séquence a duré deux fois 3,5 heures consécutives (correspondant à 1,5 h de math, 1 h de compta et 1 h de M.A.C.) ; pour la plupart des élèves, ces 7 heures ont été insuffisantes.
- 2) Les élèves travaillent par groupes de 4 constitués par les professeurs de façon à être hétérogènes tant au point de vue niveau mathématique (ou du moins l'impression subjective que nous en avons) que de la classe de seconde suivie l'année précédente.
- 3) Dès le premier exercice (qui, volontairement, est un exercice graphique) les élèves ont rencontré des difficultés : même ceux qui étaient « bons » en seconde mais pour qui les équations de droites n'évoquent que vecteurs directeurs et déterminants.
- 4) À la fin des exercices 1 et 2, le professeur de mathématiques a fait une très brève synthèse graphique au tableau, que voici :



En effet, la « mémorisation visuelle » de ces deux schémas nous a paru indispensable. Il n'y a eu aucun autre apport théorique magistral.

- 5) Un des exercices nous a paru très constructif : le n° 4, car il suscite des réflexions chez les élèves pour qui « droite » est synonyme de « proportionnel ». Par exemple : « C'est pas proportionnel et pourtant ça y est quand même » (en effet, les écarts en ordonnée sont proportionnels aux écarts en abscisse, ce qui trouble certains, fort heureusement).

Les fiches

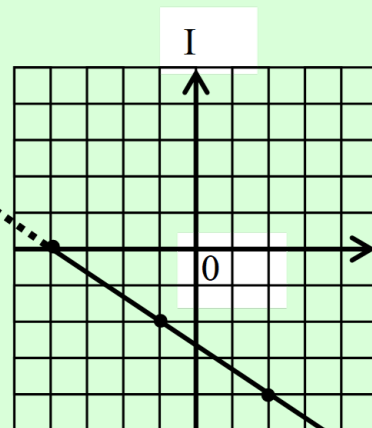
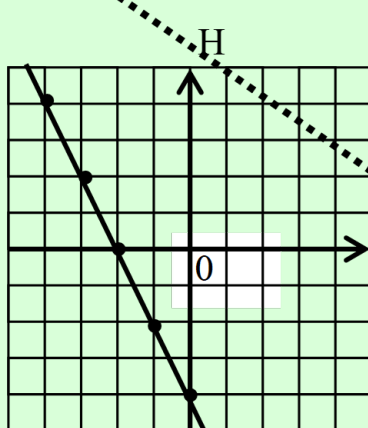
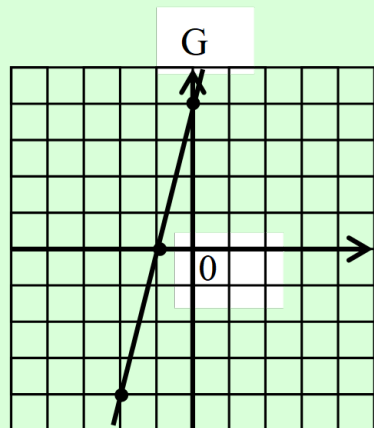
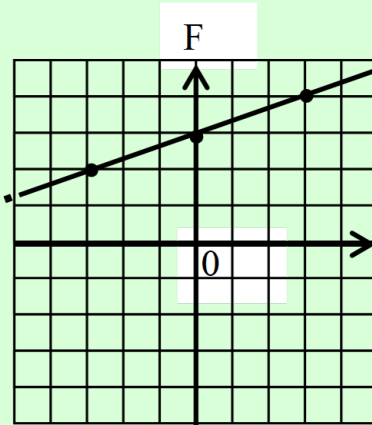
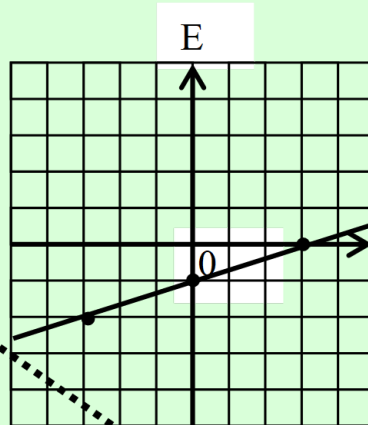
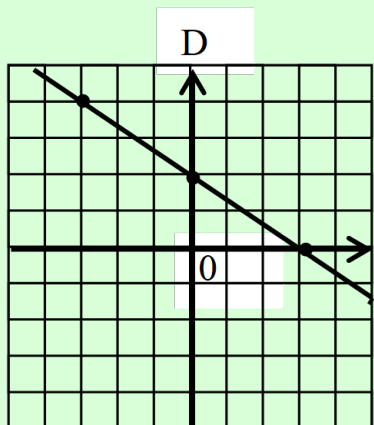
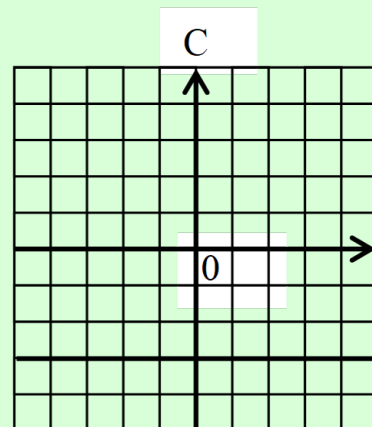
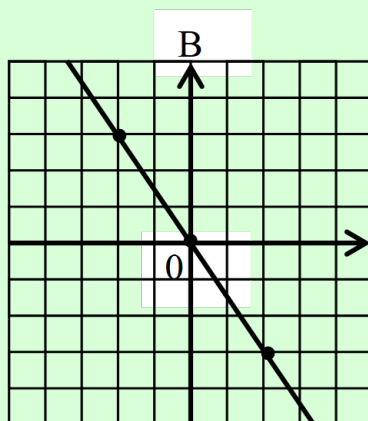
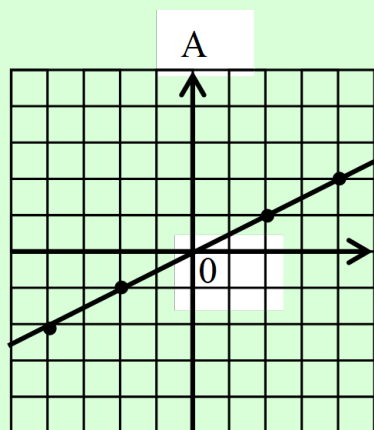
Pour les exercices 1 et 2, nous nous sommes inspirés de l'article « Pentes et droites » de l'IREM d'Orléans, publié dans le bulletin Inter-IREM de juin 1981 (numéro spécial « Thèmes pour la classe de seconde ») ; l'exercice 1 de cette brochure était d'ailleurs tiré des travaux du CUEEP de Lille. Pour des raisons de place, nous ne présentons ici que le début de la séquence, et les exercices correspondants.

Activités proposées**Exercice 1**

Observez les droites représentées ci-dessous, graphiques A à I.

Sans aucun calcul, essayez d'ordonner ces droites suivant l'ordre croissant de leur coefficient directeur.

Pour chacun de ces droites, « lisez » sur le graphique son coefficient directeur, puis donnez son équation (de la forme $y = ax + b$).

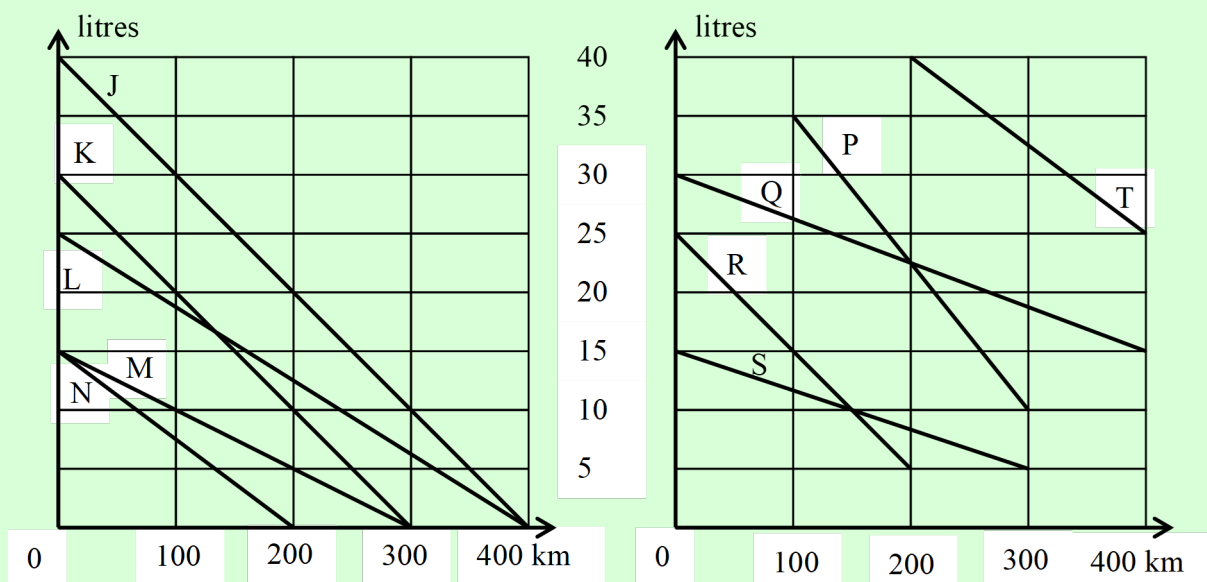


Exercice 2

Les deux graphiques ci-dessous représentent la quantité d'essence contenue dans le réservoir de voitures, en fonction de la distance inscrite sur le compteur journalier. Il y a dix voitures, appelées J, K, ... S, T.

Par exemple, au kilomètre 0, le réservoir de la voiture J contenait 40 litres d'essence ; au kilomètre 400, il était vide.

Sans aucun calcul, essayez d'ordonner ces 10 voitures de la plus « sobre » à celle qui consomme le plus. Puis calculez la consommation moyenne de chaque voiture.

**Exercice 3**

Voici des équations de droites. Les classer par « ordre de croissance » (de celle qui décroît le plus à celle qui croît le plus) :

$$(A) y = \frac{1}{2}x \quad (B) y = -\frac{2}{3}x \quad (C) y = -3$$

$$(D) y = \frac{3}{2}x - 2 \quad (E) y = -\frac{1}{3}x + 1 \quad (F) y = -\frac{1}{3}x - 2$$

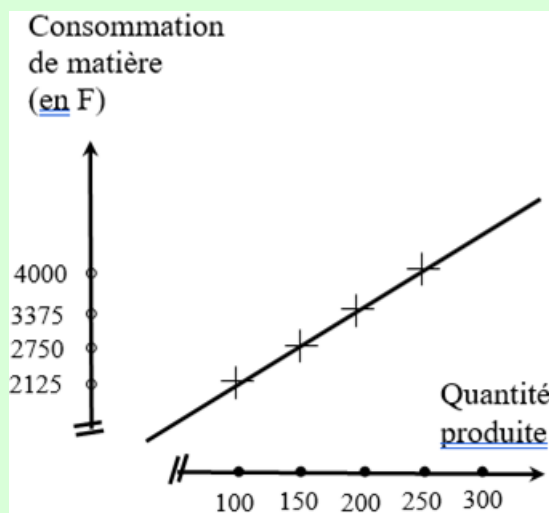
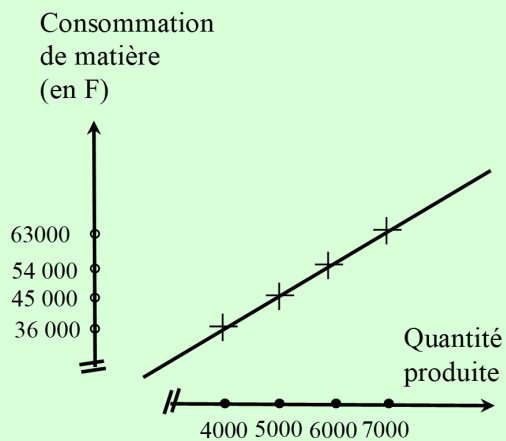
$$(G) y = 4x + 4 \quad (H) y = -\frac{3}{2}x - 3 \quad (I) y = -\frac{3}{2}x + 2$$

Sur un même graphique, tracez quelques unes de ces droites (par exemple (C), (F) et (I))

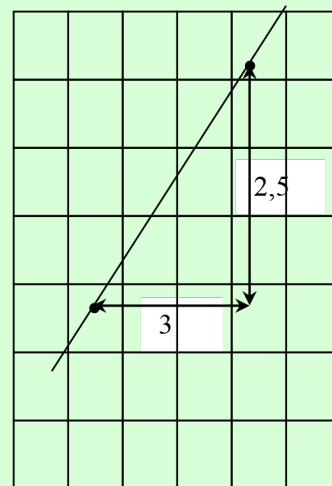
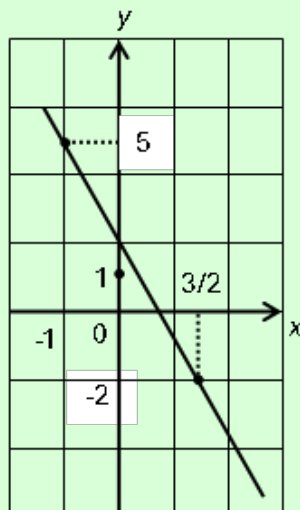
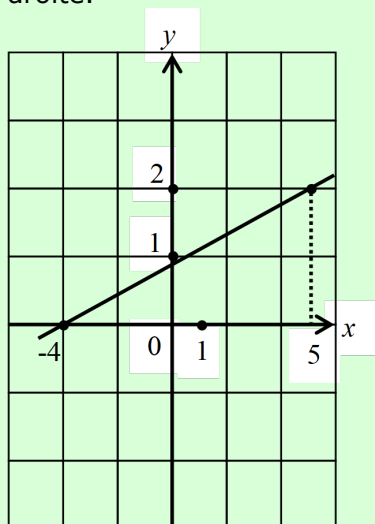
Exercice 4

Sur ces graphiques, la consommation de matière est-elle proportionnelle à la quantité produite ? Quelle est la consommation de matière par quantité produite ?

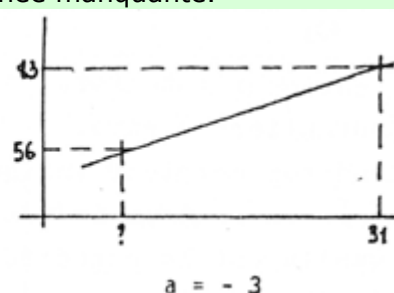
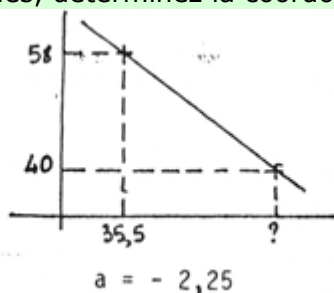
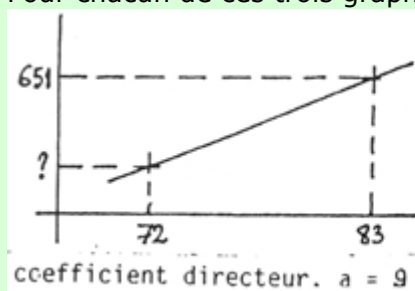
Si q est la quantité de matière et C la consommation, donnez l'équation de la droite sous forme $C = aq + b$.

**Exercice 5**

Pour chacun de ces graphiques, donnez le coefficient directeur et retrouvez l'équation de la droite.

**Exercice 6**

Pour chacun de ces trois graphiques, déterminez la coordonnée manquante.



Exercice 7 On donne deux points d'une droite. Il faut retrouver son équation, sans la tracer.

(J) La droite passe par les points de coordonnées $(2; -1)$ et $(3; 2)$.

(K) La droite passe par les points de coordonnées $(5; 0)$ et $(-\frac{1}{3}; 2)$.

(L) La droite passe par les points de coordonnées $(-1; 2)$ et $(2; -4)$.

(M) la droite passe par les points de coordonnées $(-3; -2)$ et $(\frac{5}{2}; -2)$.

Exercice 8

q quantité produite	C charges totales
500	9 500
1 000	15 500
1 500	21 500
2 000	27 500
2 500	33 500
3 000	39 500

Représentez graphiquement ce tableau.

Décomposez C en une partie proportionnelle à q et une partie fixe.

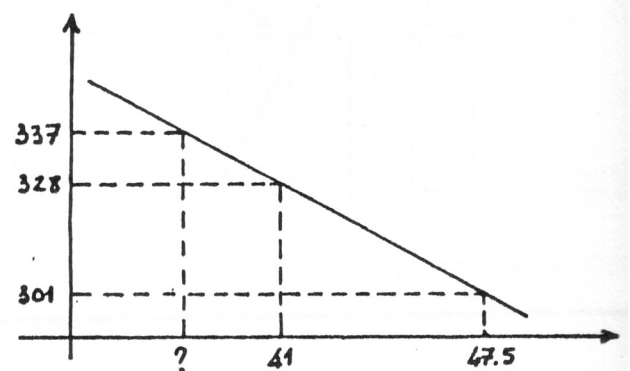
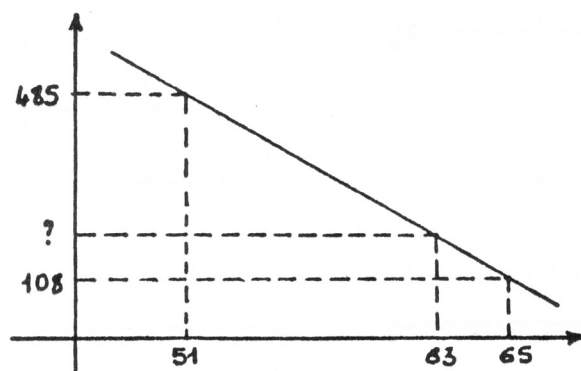
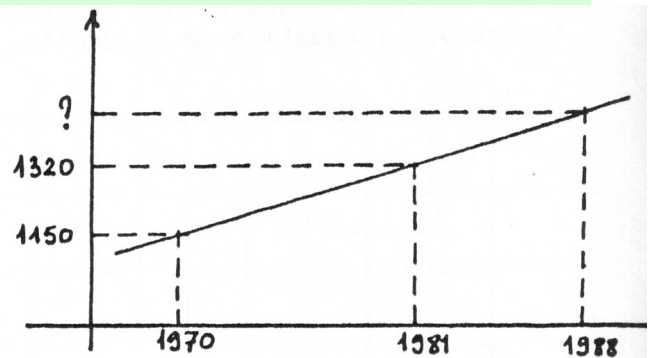
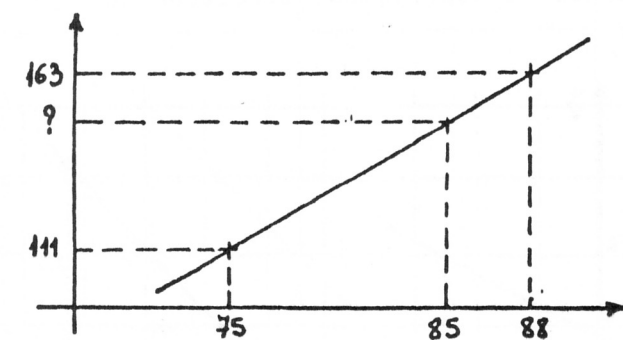
Quel est le coût de production d'une unité ?

Représentez, sur un graphique, les charges fixes et les charges proportionnelles à q (charges variables).

Exercice 9

Exercice facultatif pour ceux qui ne font pas l'option.

Complétez les graphiques suivants.



Exercice 10

Un automobiliste fait le plein d'essence et remet alors son compteur « journalier » à zéro.

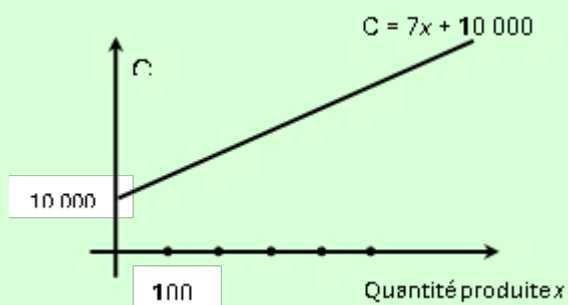
Quand son compteur indique 380 km, il lui reste 19,88 litres.

Quand son compteur indique 520 km, il lui reste 9,52 litres.

- Quelle est la capacité de son réservoir ?
- Quelle est la consommation moyenne de sa voiture ?
- Quelle distance peut-il parcourir avec un plein ?

Exercice 11

Ce type d'exercice sera repris en comptabilité.



Représentez, sur ce graphique, les charges fixes et les charges proportionnelles à x.

Quel est le coût de production d'une unité ?

Si le prix de vente d'une unité est 10, le chiffre d'affaires est alors $CA = 10x$.

Représentez, sur le même graphique, le chiffre d'affaires en fonction de x puis le coût total de production en fonction de x.

Le résultat est égal au chiffre d'affaires diminué des coûts. Calculez le résultat en fonction de x et le représenter graphiquement.

Pour $x \in \{0, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000\}$, faites un tableau représentant les charges totales, les charges variables et le chiffre d'affaires en fonction de x. Représentez les charges totales en fonction du chiffre d'affaires.

ANNEXE

Article de Claude MORLET, publié dans ce même numéro du Petit Vert

Les équations de droites.

Elles existent sous deux formes : l'équation réduite $y = ax + b$ (qui s'écrit quelquefois $x = c$), c'est-à-dire la représentation graphique d'une fonction affine ; ou bien l'équation générale $ux + vy = w$.

Si l'on remarque que pour 80 % des élèves les droites n'apparaîtront en terminale que comme des tangentes à une courbe $y = f(x)$, on préférera la première forme.

Mais on peut se demander pourquoi on a inventé les $ux + vy = w$? Tout bêtement parce que certaines droites ne s'écrivent pas des $y = ax + b$; l'usage systématique des équations réduites nous obligera donc à considérer des cas particuliers dans les problèmes de géométrie analytique chaque fois qu'une droite deviendra parallèle à Oy, il faudra traiter le cas particulier.

Encore faut-il remarquer qu'il y a deux sortes de problèmes de géométrie analytique, ceux dont les données sont toutes des nombres fixés, et ceux dont les données comportent des paramètres, ou des points mobiles. Seuls les seconds peuvent donner lieu à des discussions de cas particuliers. Mais on n'ose pas les traiter en seconde (car trop compliqués), ni même en première S. C'est l'exemple typique de la complication venue d'un autre temps et d'un autre niveau (les classes de taupe des années 50). C'est idiot.

Donc les équations de droites sont d'abord les « $y = ax + b$ » et pour trouver l'équation d'une droite je chercherai d'abord sa pente (appelez-la coefficient directeur si vous voulez). Il est pourtant impossible d'oublier les « $ux + vy = w$ », car on doit traiter des systèmes d'équations à deux inconnues. Mais on entre là dans un autre domaine, celui des problèmes linéaires (car résoudre des systèmes pour mécaniser la méthode ne sert pas à grand chose à ce niveau), que l'on peut résoudre graphiquement.

Ainsi les objectifs de l'étude des équations de droites en seconde n'ont rien à voir avec la géométrie analytique. En particulier les vecteurs directeurs et autres méthodes qui cachent la notion de pente, n'ont rien à y faire. Notons que les nouveaux programmes de collège tiennent compte de ces remarques ; malheureusement en seconde on prétend toujours faire de la géométrie analytique. C'est idiot.

Claude MORLET

Jacques était venu dans notre lycée pour animer une « formation-recherche » et il avait su créer une superbe dynamique entre collègues.

Il est inutile de nous attarder ici sur son talent pour animer ce genre de réunion, mais il nous avait aussi étonnés par sa super organisation.



Un modèle de rigueur, un modèle d'ordre, mais surtout un modèle éco-éco, et cela transparaissait sur sa chemise, non pas sa chemise textile mais sa chemise cartonnée, celle où il rangeait ses dossiers. Jacques faisait de sa chemise cartonnée une utilisation optimale : chacune de ses quatre faces devenait tour à tour la page de couverture. Et il lui en fallait des chemises pour classer et trier tous les dossiers qu'il suivait.

Son sens de l'organisation ne l'empêchait pas cependant d'être créatif, plein d'idées, de questions et d'interrogations enrichissantes. L'APMEP était son cheval de bataille et il mettait toute son énergie pour recruter des membres, toute son intelligence pour publier des documents, tout son humour pour dynamiser et rendre conviviales les réunions de la Régionale. Jacques nous montrait que nous pouvons être éco-éco, économe et écologiste, tout en étant efficace et humain.

Geneviève Bouvart