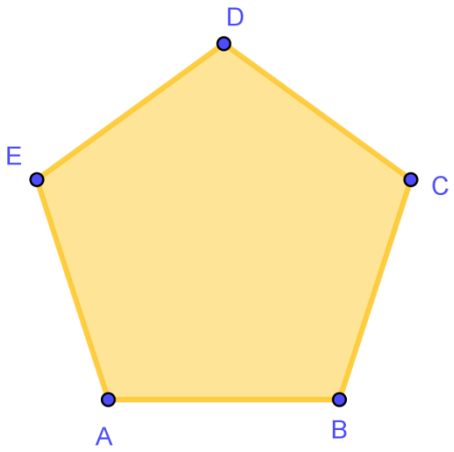
DÉFI N°153 - 1 UN DÉCAGONE

Soit ABCDE un pentagone régulier.

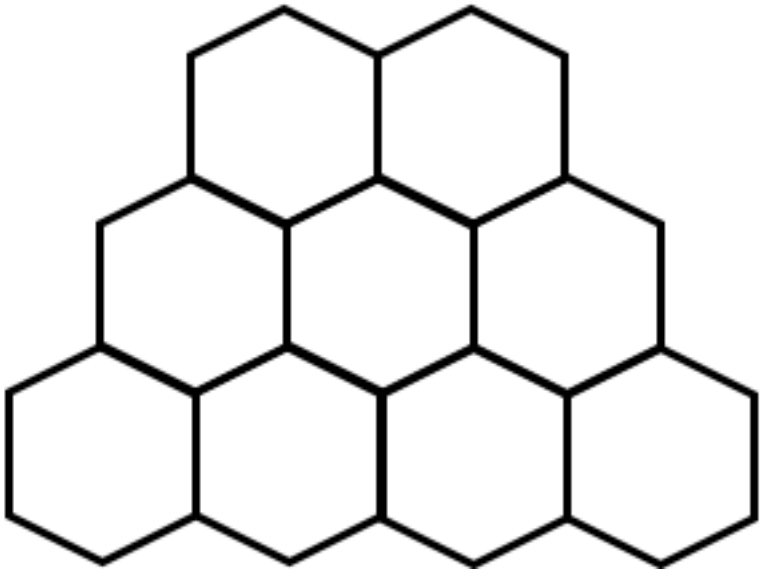
En utilisant uniquement la règle non graduée, construire un décagone régulier ayant le segment [AB] pour côté.



DÉFI N°153 – 2
DES NOMBRES DANS DES HEXAGONES

Placer les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 dans les hexagones ci-dessous sachant que les produits des nombres de deux hexagones voisins (ayant un côté commun) sont, par ordre croissant : 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 10 ; 14 ; 15 ; 16 ; 18 ; 20 ; 32 ; 40 ; 42 ; 54 ; 56 et 63.

Il n'y a qu'un nombre dans chaque case.



Retour au sommaire

DÉFI ALGORITHMIQUE N° 153

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.

Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme.

L'exercice suivant avait été proposé en 2017.

Le commissaire Girard a réussi un joli coup de filet. Pour connaître le montant du butin récupéré lors de cette arrestation il suffit d'écrire la liste des carrés des entiers 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49... de les accoler (14916253649...) et de prendre le nombre auquel appartient le 2017ème chiffre de cette liste.

Quel est le montant du butin récupéré ?

On demande d'écrire une fonction nieme_chiffre(n) qui, pour un entier n représentant le rang du chiffre, renvoie le carré d'entier auquel appartient ce chiffre.

SOLUTION DÉFI ALGORITHMIQUE N° 151

Le défi algorithmique du PV 151 reprenait l'exercice 7 du Rallye 2016 et demandait d'écrire une fonction superpose(h,m) qui, pour deux entiers h et m représentant le nombre d'heures et de minutes, renvoient les deux entiers h'>h, le plus petit possible, et m' donnant le moment, h' heures et m' minutes, où les aiguilles de l'horloge se superposent.

L'aiguille des minutes se déplace de 6 degrés par minutes, celle des heures se déplace de 30 degrés par heure et donc d'un demi-degré par minute. On augmente les minutes par pas de un donc l'angle de leur aiguille par pas de six. On en déduit l'angle de heures. On cesse la répétition quand l'angle des heures est compris entre l'angle des minutes et l'angle des minutes augmenté de six.

Pseudo-code :

```
Fonction superpose(h, m : entiers ; h' ,m' : entiers)
        h' ← h ;
        m' ← m ;
        ang_heures ← reste( reste(h',12) ×30 + m' ×0,5 , 360) ;  angle des heures
                (reste renvoie le reste de la division euclidienne)
        ang_minutes ← m' × 6 ; angle des minutes
        tant que ang_heures < ang_minutes ou ang_heures > ang_minutes + 6, faire:
                m' ← m' + 1 ;
                si m' = 60, alors : quand une heure s'est écoulée
                        m' ← 0 ;
                        h' ← reste(h + 1, 12) ;
                finSi ;
                ang_heures ← reste( reste(h',12) ×30 + m' ×0,5 , 360) ;
                ang_minutes ← m' × 6 ;
        finTantque ;
        renvoyer h',m'
```

Retour au sommaire

Python

```
def superpose(h,m):
  hr = h
  mr = m
  ang_heures = ((hr%12) * 30 + mr*0.5) % 360
  ang_minutes = mr * 6
  while ang_heures < ang_minutes or ang_heures > ang_minutes+6:
    mr = mr+1
    if mr == 60:
      mr = 0
      hr = (hr+1) % 12
    ang_heures = ((hr%12) * 30 + mr*0.5) % 360
    ang_minutes = mr * 6
  return hr , mr
```

SOLUTIONS DÉFI PV 152 - 1

« À quand la prochaine année avec 5 samedis, dimanches et lundis dans le même mois ? »

Nous n'avons eu qu'une solution arithmétique mais nous avons reçu deux solutions algorithmiques !

Solution arithmétique

Un mois comprend 5 samedis, 5 dimanches et 5 lundis si et seulement s'il commence par un samedi et comporte 31 jours.

Lors d'une année non bissextile le premier de chaque mois occupe les rangs 1, 32, 60, 91, 121, 152, 182, 213, 244, 274, 305, 335.

Ce qui donne modulo 7 : 1, 4, 4, 0, 2, 5, 0, 3, 6, 1, 4, 6 que l'on peut noter p_1, …, p_{12}

Notons le rang des jours de la semaine j_1, … j_7. Ainsi le lundi est représenté par $j_1=1$.

Si j_k est le premier jour de l'année, les « samedis 1 » seront positionnés par $p_i=7-j_k$.

Par exemple en 2023 le premier jour de l'année était un dimanche soit $j_k=7$. Alors $p_i=0$.

Or $p_4=0$ et $p_7=0$ Le septième mois de l'année, soit le mois de juillet comportera 5 samedis, 5 dimanches et 5 lundis. On exclut le mois d'avril qui ne comporte que 30 jours.

Solutions obtenues par algorithme

Les programmes Python sont sur notre site.

Retour au sommaire

Résultats

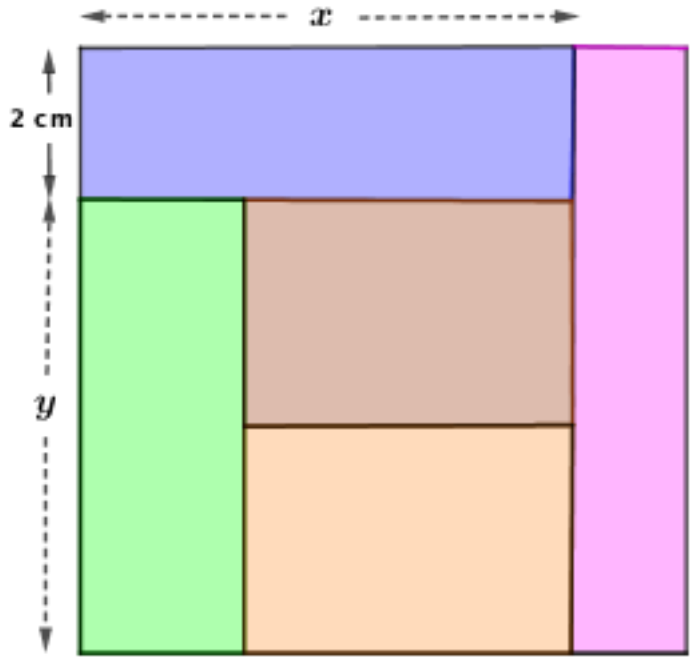
2025 ['Mars']
2026 ['Aout']
2027 ['Mai']
2028 ['Janvier', 'Juillet']
2029 ['Décembre']
2031 ['Mars']
2032 ['Mai']
2033 ['Janvier', 'Octobre']
2035 ['Décembre']
2036 ['Mars']
2037 ['Aout']
2038 ['Mai']
2039 ['Janvier', 'Octobre']
2042 ['Mars']
2043 ['Aout']
2044 ['Octobre']
2046 ['Décembre']
2048 ['Aout']
2049 ['Mai']
2050 ['Janvier', 'Octobre']
2053 ['Mars']
2054 ['Aout']
2055 ['Mai']
2056 ['Janvier', 'Juillet']
2057 ['Décembre']
2059 ['Mars']
2060 ['Mai']
2061 ['Janvier', 'Octobre']
2063 ['Décembre']
2064 ['Mars']
2065 ['Aout']
2066 ['Mai']
2067 ['Janvier', 'Octobre']
2070 ['Mars']
2071 ['Aout']
2072 ['Octobre']
2074 ['Décembre']
2076 ['Aout']
2077 ['Mai']
2078 ['Janvier', 'Octobre']
2081 ['Mars']
2082 ['Aout']
2083 ['Mai']
2084 ['Janvier', 'Juillet']
2085 ['Décembre']
2087 ['Mars']
2088 ['Mai']
2089 ['Janvier', 'Octobre']
2091 ['Décembre']
2092 ['Mars']
2093 ['Aout']
2094 ['Mai']
2095 ['Janvier', 'Octobre']
2098 ['Mars']
2099 ['Aout']
2100 ['Mai']
2101 ['Janvier', 'Octobre']
2103 ['Décembre']
2104 ['Mars']
2105 ['Aout']
2106 ['Mai']
2107 ['Janvier', 'Octobre']
2110 ['Mars']
2111 ['Aout']
2112 ['Octobre']
2114 ['Décembre']
2116 ['Aout']
2117 ['Mai']
2118 ['Janvier', 'Octobre']
2121 ['Mars']
2122 ['Aout']
2123 ['Mai']

Retour au sommaire

SOLUTIONS DÉFI PV 152 - 2
5 RECTANGLES POUR UN CARRÉ

Merci à nos lecteurs qui ont été inspirés par ce défi et nous ont adressé leurs solutions.

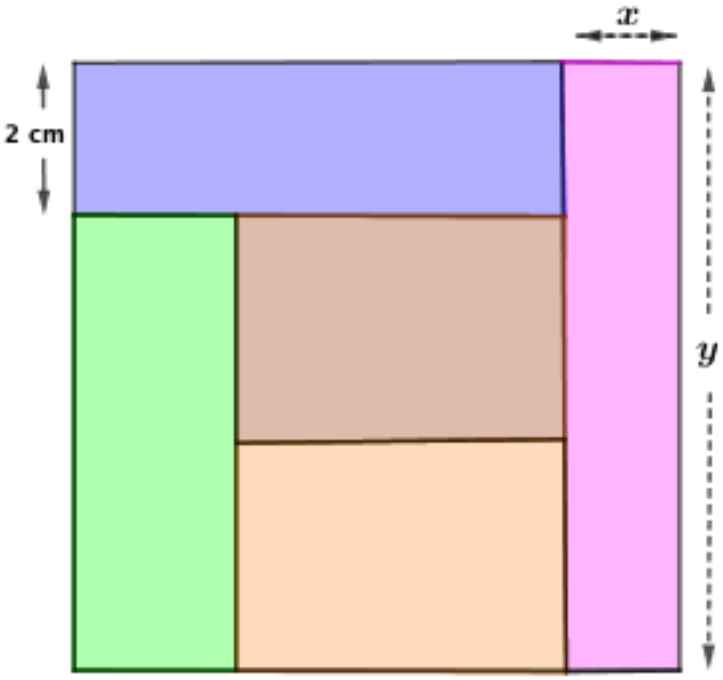
Une première solution



$$x\,y = 3 \times 2x$$

On divise chaque membre par x, d'où $y = 6\,cm$ et donc le côté du carré mesure 8 cm et son aire vaut 64 cm².

Une deuxième solution



L'aire du carré vaut y^2

donc $x\,y = \frac{y^2}{5}$

d'où $x = \frac{y}{5}$

et d'autre part, $2(y - x) = x\,y$

Or $2(y - x) = 2(5x - x) = 8x$.

On a donc $x\,y = 8\,x$ d'où

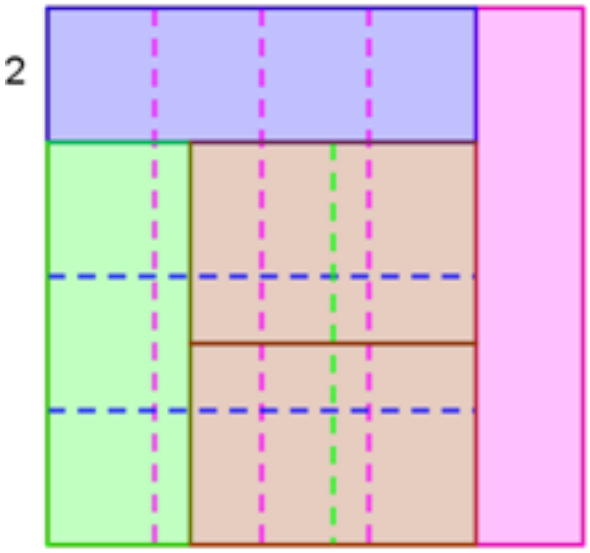
$y = 8\,cm$

et l'aire du carré vaut 64 cm².

Retour au sommaire

Une troisième solution

Cette solution nous semble à la portée d'élèves de 6ème ou 5ème qui n'ont pas encore abordé l'algébrisation.

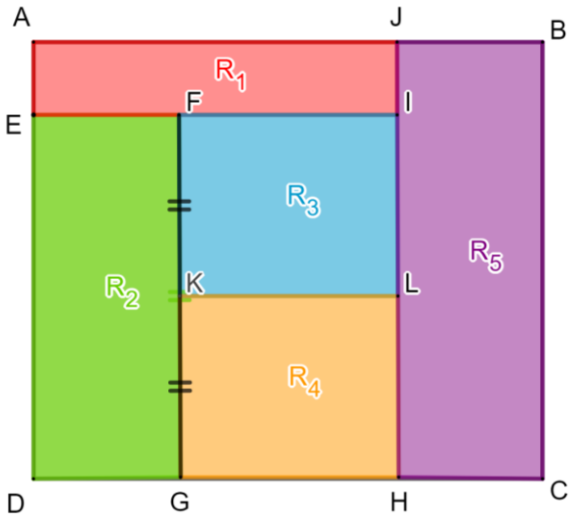


En effet, les rectangles étant d'aires égales, l'aire de chacun d'eux vaut $\frac{1}{5}$ de celle du carré.

Après avoir enlevé le rectangle violet, il reste $\frac{4}{5}$ du carré à partager en 4 rectangles de même aire et puisque le rectangle bleu a la même longueur que le rectangle restant (vert + orange), on peut déduire que la longueur du rectangle restant (et donc la longueur du côté du carré) a été partagée en 4.

Ainsi, la longueur du côté du carré vaut 4x2 soit 8 cm et donc l'aire du carré initial vaut 64 cm².

Une quatrième solution



$$\boldsymbol{AE = 2}$$
$$\boldsymbol{EF = z}$$

Les cinq rectangles ont la même aire.

Donc les rectangles R_3 et R_4 ayant la même longueur ont la même largeur d'où K est le milieu de [FG].

Mettons quelques lettres :

$$\begin{cases} \boldsymbol{AJ = EI = x} \\ \boldsymbol{ED = FG = y \Rightarrow FK = KG = \frac{y}{2}} \\ \boldsymbol{EF = DG = z \Rightarrow FI = KL = GH = x - z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{Aire\ (R_1) = 2x} \\ \boldsymbol{Aire\ (R_2) = yz} \\ \boldsymbol{Aire\ (R_3\ ou\ R_4) = \frac{y}{2}(x - z)} \end{cases}$$

Puisque $Aire\ (R_2) = Aire\ (R_3)$ on a $yz = \frac{y}{2}(x - z)$ d'où $x = 3z$.

Puisque $Aire\ (R_2) = Aire\ (R_1)$ on a $2x = yz$ ou $2 \times 3z = yz \Longrightarrow y = 6$.

Le côté de ce carré mesure donc 2+6=8 cm et son aire est $8^2 = 64\ \text{cm}^2$

Vérifions que chaque rectangle a une aire de $\frac{64}{5} = 12{,}8\ \text{cm}^2$

$$Aire\ (R_1) = 12{,}8 \Rightarrow 2x = 12{,}8 \Rightarrow x = 6{,}4$$
$$Aire\ (R_2) = 12{,}8 \Rightarrow 6z = 12{,}8 \Rightarrow z = \frac{32}{15}$$
$$JB = 8 - 6{,}4 = 1{,}6\ et\ Aire\ (R_5) = 1{,}6 \times 8 = 12{,}8$$
$$Aire\ (R_3) = Aire(\ R_4) = \left(6{,}4 - \frac{32}{15}\right) \times 3 = 12{,}8$$

Retour au sommaire