DÉFI PV152-1

À quand la prochaine année avec 5 samedis, dimanches et lundis dans le même mois ?

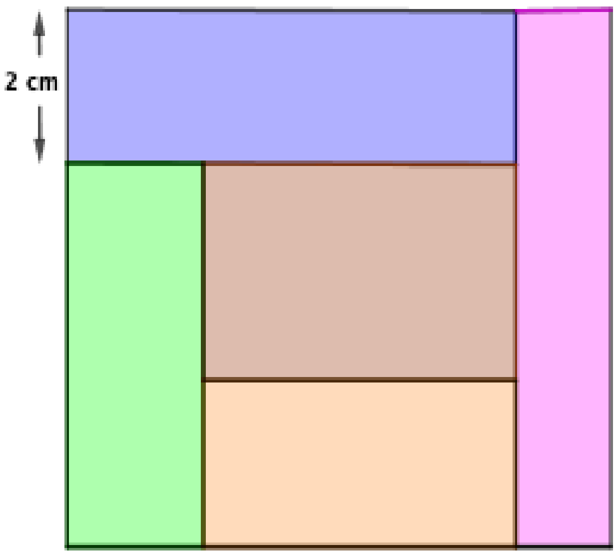
OCTOBRE 2022

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

www.calendrier-imprimer.fr

DÉFI PV152-2

5 RECTANGLES POUR UN CARRÉ

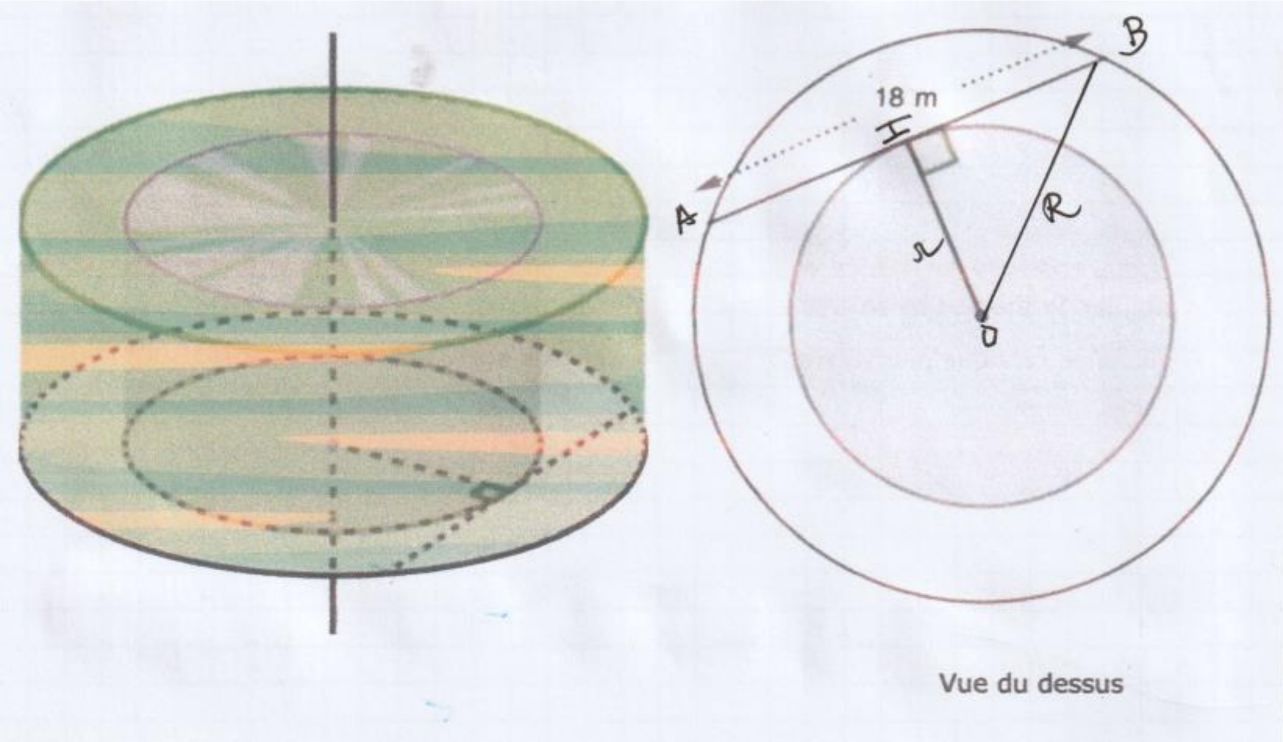


Un carré est découpé comme ci-contre (figure approximative) en 5 rectangles de même aire.

Quelle est l'aire de ce carré ?

Retour au sommaire

SOLUTIONS DU DÉFI PV151 – 1



Déterminer le volume compris entre les deux cylindres sachant qu'ils sont concentriques, ont une même hauteur de 2O m et le même axe de révolution.

Solution proposée par Fabien Lombard

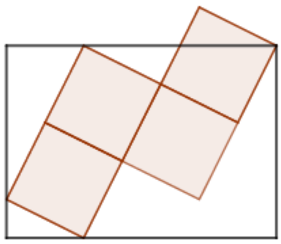
$\mathcal{A}$(Base en forme de couronne)$=\pi(R^2-r^2)=\pi\times IB^2=\pi\times 9^2=81\pi\ (m^2)$.

$\mathcal{V}$(Cylindre) $=h\times A(\text{Base})=20\times 81\pi=1620\pi\ (en\ m^3)\simeq 5089{,}380(en\ m^3)$.

Remarque

C'était un vieil « exo classique » : « Calculer l'aire d'une couronne connaissant la longueur de la tangente [AB] ».

SOLUTIONS DU DÉFI PV151 – 2



Chaque carré composant le tétramino ci-contre a une aire de 1 cm².

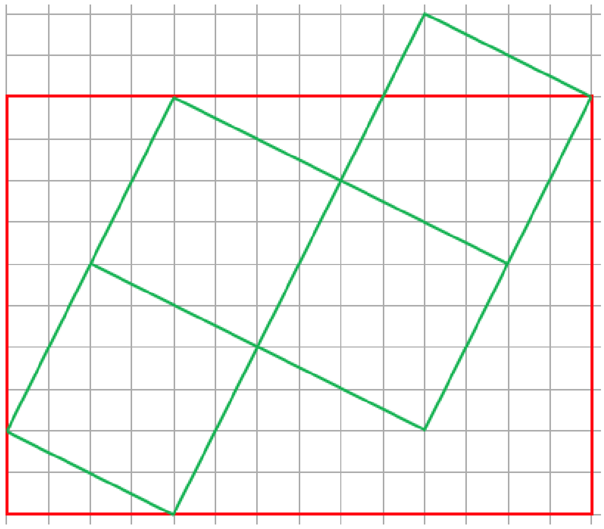
Que vaut l'aire de la partie blanche du rectangle ?

Retour au sommaire

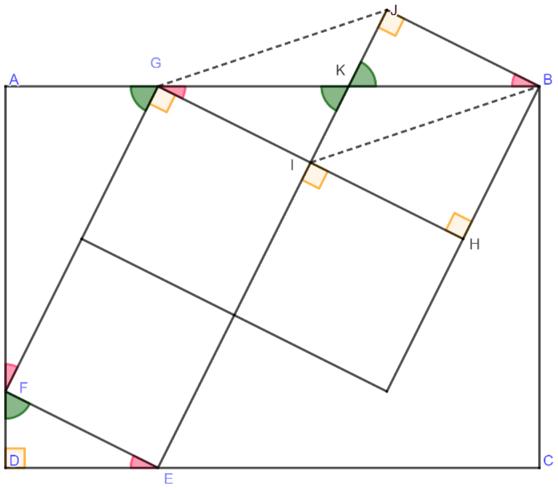
Une première piste

En Lorraine, nous aimons bien les dessins installés sur un quadrillage. Réaliser celui proposé par Michel est un premier défi ! Mais grand bonheur du jour, il nous met sur la piste d'une réponse à la question posée dans l'énoncé.

Chaque petit carreau du quadrillage a une aire égale à 1/20 de l'aire d'un carré formant le tétramino. Il y a de quoi trouver l'aire de la zone blanche proposée dans l'énoncé…



Une solution proposée par Fabien Lombard

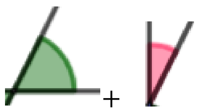


Chaque carré de ce tétramino ayant une aire de $\mathbf{1\,cm^2}$, les côtés mesurent donc 1 cm de long.

Le quadrilatère BIGJ est un parallélogramme puisque $\overrightarrow{\boldsymbol{BJ}} = \overrightarrow{\boldsymbol{HI}} = \overrightarrow{\boldsymbol{IG}}$ donc K est le milieu de [GB] et de [IJ].

$$\boldsymbol{IK} = \boldsymbol{KJ} = \frac{\boldsymbol{IJ}}{\mathbf{2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

et $\boldsymbol{GK} = \boldsymbol{KB} = \frac{\sqrt{5}}{2}$. (Théorème de Pythagore)

 $= 180° - 90° = 90°$ (Angles complémentaires codés en vert et rose)

Les triangles rectangles GHB et FAG ayant un angle aigu respectivement égal sont semblables.

Puisque $\frac{FG}{GB} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ on a $AG = BH \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 1 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ et $FA = GH \times \frac{2}{\sqrt{5}} = 2 \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

De même le triangle rectangle DFE est semblable au triangle rectangle FAB de réduction $\frac{FE}{FG} = \frac{1}{2}$ d'où $FD = \frac{AG}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$ et $DE = \frac{FA}{2} = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

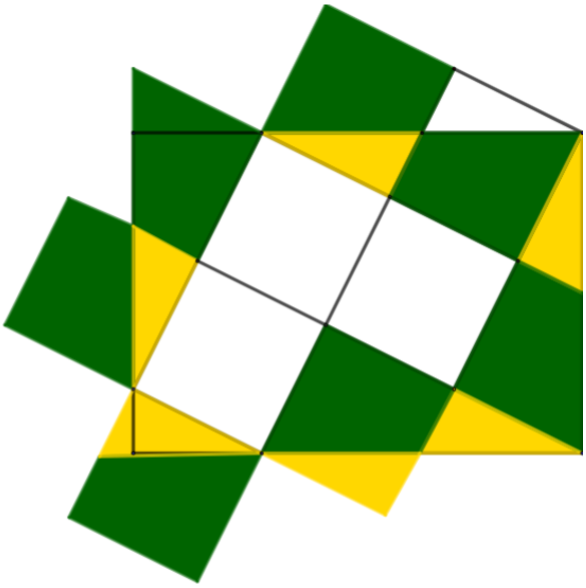
$\begin{cases} AD = \frac{4}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \\ AB = \frac{2}{\sqrt{5}} + \sqrt{5} = \frac{7}{\sqrt{5}} \end{cases}$ L et l du rectangle ABCD

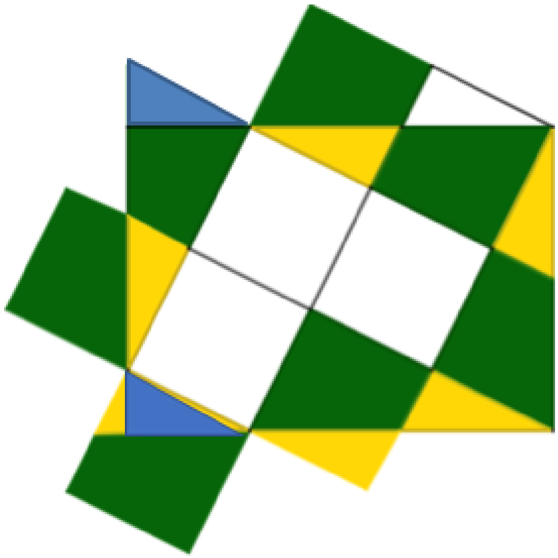
Aire cherchée = Aire du rectangle $- 3 -$ aire du trapèze IKBH

Aire cherchée $= \sqrt{5} \times \frac{7}{\sqrt{5}} - 3 - \frac{1}{2}(1 + \frac{1}{2}) = 7 - 3 - 0{,}75 = 3{,}25\ (cm^2)$

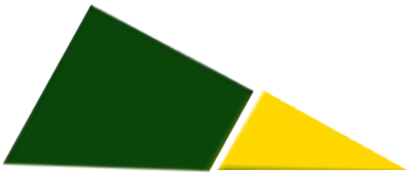
Retour au sommaire

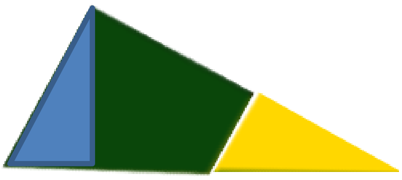
Une solution proposée par Christelle Kunc





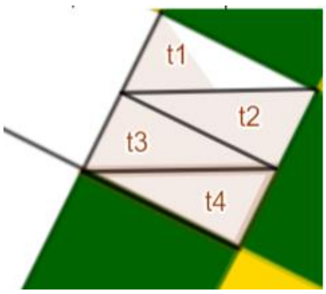
= 1=





=

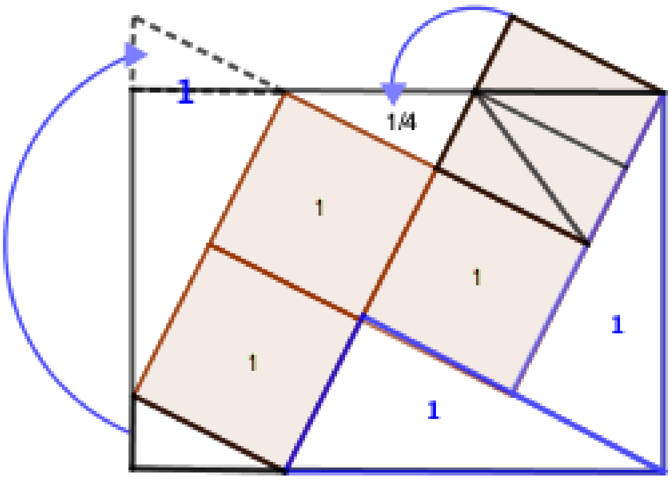
$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$



Aire totale $= 1 + 1 + 1 + \frac{1}{4} = 3{,}25\ (\mathrm{cm}^2)$

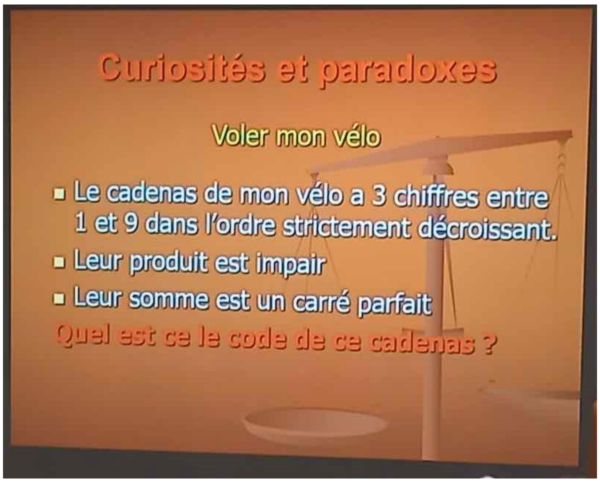
Retour au sommaire

Une solution proposée par Michel Ruiba



L'aire de la partie blanche vaut $1 + 1 + 1 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4} = 3{,}25(\mathrm{cm}^2)$

CODE À RETROUVER : UNE SOLUTION



Un défi était proposé aux visiteurs de la Nuit des Jeux Mathématiques à Mulhouse.

Vous saurez vous convaincre que « 531 » est un code possible pour ce cadenas.

Est-ce le seul code possible ?

Le produit étant impair, les trois entiers sont donc impairs et sont à choisir parmi 1, 3, 5, 7 ou 9. Leur somme est inférieure ou égale à 21 (9+7+5 = 21) et supérieure ou égale à 9 (1+3+5 = 9).
La somme est un carré parfait, elle ne peut être égale qu'à 9 ou 16.
Les trois entiers étant impairs, leur somme est donc aussi impaire : elle est donc égale à 9.
1+3+5 = 9.
L'ordre doit être strictement décroissant, le seul code possible est donc 531.

Remarque
Nous sommes restés quelque peu dubitatifs devant l'appellation « Curiosités et paradoxes ». Notre curiosité a été éveillée. Cependant nous n'avons repéré aucun paradoxe.

Retour au sommaire