MATHS ET DÉCOUPAGES

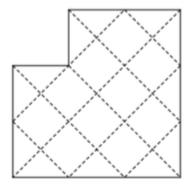
POLYGONES ÉCORNÉS (2)

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

Rappel du défi proposé à des élèves de troisième et de seconde

L'exercice 8 du <u>rallye 2022</u> organisé par notre Régionale incitait les élèves à retrouver le découpage d'un carré écorné pour réaliser un nouveau carré.

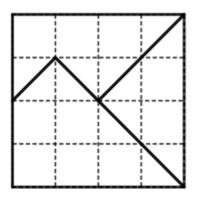
Exercice 8: Puzzle



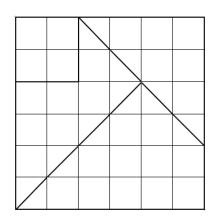
Il faut partager ce polygone (« carré écorné ») en 3 parties afin de reconstituer un carré de même aire.

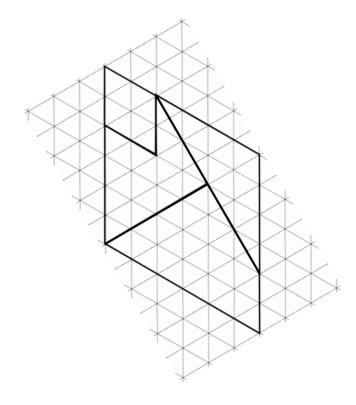
Exercice 8 : Puzzle

En prenant un carreau comme unité d'aire, l'aire du carré est de 16 donc un côté mesurera 4.



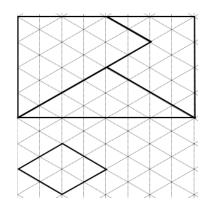
Première variante sur réseau triangulé





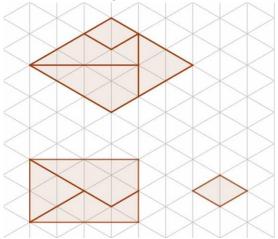
Retour au sommaire

Le petit losange étant mis de côté, les trois autres pièces ne permettent pas la réalisation d'un losange mais d'un rectangle. Le découpage ne permet donc pas de visualisation du théorème de Pythagore, comme celle évoquée dans le <u>Petit Vert n°151</u>.

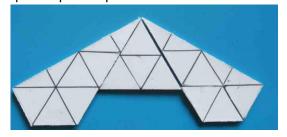


Deuxième variante

Elle est également obtenue à partir du découpage imaginé par Manfred Pietsch. Le petit losange est mis à l'écart. Un rectangle est construit.

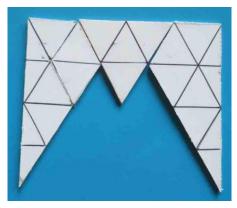


Les quatre pièces permettent la réalisation de formes à pourtour symétrique.



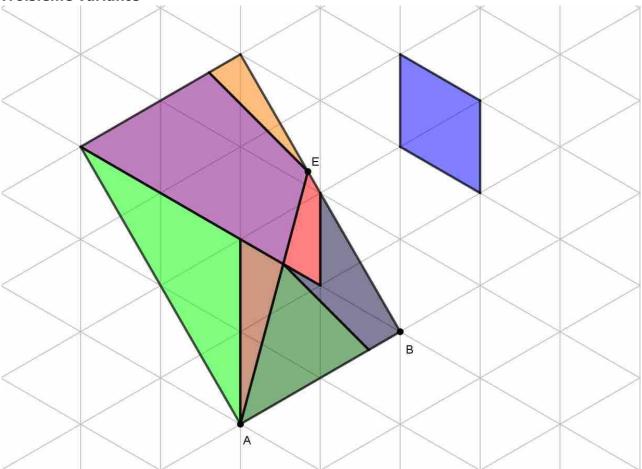






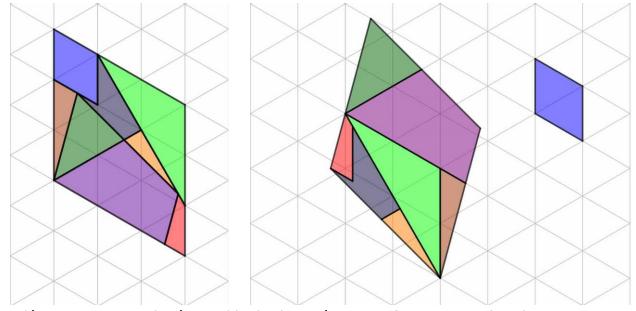
Retour au sommaire

Troisième variante



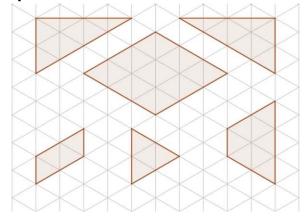
Dans les deux variantes précédentes, il manquait la possibilité de réaliser un losange après avoir enlevé le petit.

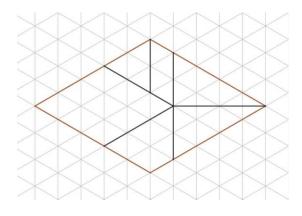
Le triangle ABE doit être rectangle et isocèle pour que $AE = ABx\sqrt{2}$. [AE] étant le côté du losange recherché.



Le découpage permet de réassembler les huit pièces pour former un ou deux losanges.

Le puzzle Éfdé

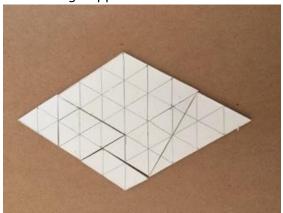


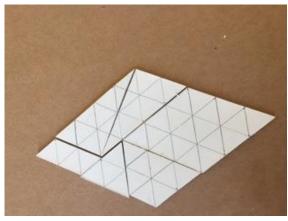


Un losange peut être réalisé avec toutes les pièces. En mettant de côté la pièce en forme de losange, nous pouvons réaliser un losange, un rectangle, un triangle rectangle et un parallélogramme.

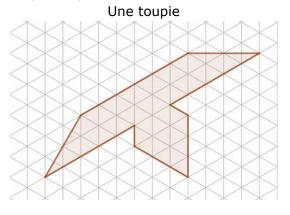
Et cerise sur le gâteau, on a $3^2+4^2=5^2$ si l'on choisit l'aire d'un petit losange (la maille du quadrillage) comme unité d'aire. Les losanges pourront servir à une visualisation du théorème de Pythagore.

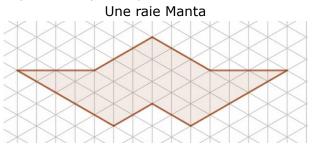
Lorsque le réseau triangulé est visible sur les deux faces des pièces, deux autres assemblages pour le losange apparaissent.

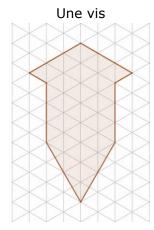




Les six pièces permettent la réalisation de formes à pourtour symétrique.

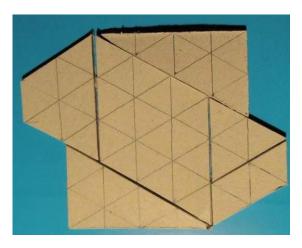


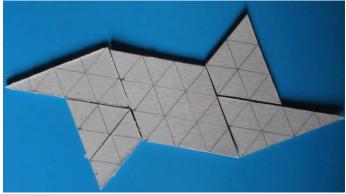




La recherche continue...

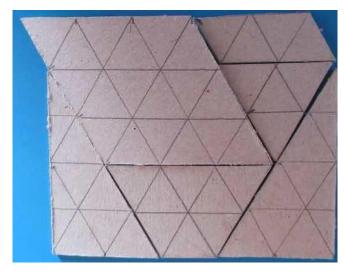
La symétrie centrale n'a pas été négligée lorsque le réseau triangulé est visible sur les deux faces.





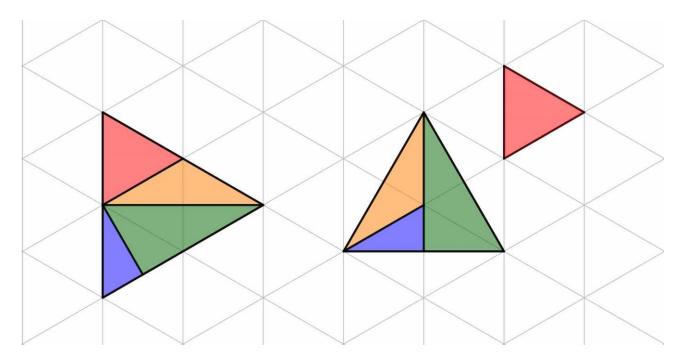
Les pièces du puzzle Éfdé ne permettent pas la réalisation d'un rectangle.

Voici tout de même une tuile de pavage...



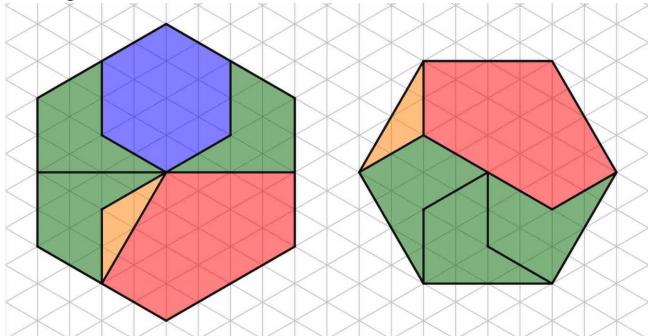
Retour au sommaire

Un triangle équilatéral écorné



En utilisant le réseau triangulé et les diagonales des losanges dont la longueur est $\sqrt{3}$, il n'y a qu'une possibilité : enlever un triangle à un triangle de côté 2. Si on veut enlever 1 à n^2 et obtenir un multiple de $\sqrt{3}$ (soit $n^2-1=3k^2$ avec n et k entiers), la seule solution non triviale est n=2 et k=1.





L'hexagone régulier bleu est mis de côté, un hexagone régulier est construit avec les cinq pièces restantes.

Retour au sommaire