MATHS ET ARTS

SAARPOLYGON ET ABITUR

Groupe Maths et Arts
APMEP Lorraine

Repéré le 12 mai 2022 dans le journal *Saarbrücker Zeitung* :

> Un exercice de géométrie dans l'épreuve écrite
>
> *Saarpolygon* s'est retrouvé dans l'épreuve de mathématiques de l'*Abitur* de Bavière et a désespéré certains élèves.

Geometrie-Aufgaben in der schriftlichen Prüfung

Saarpolygon schafft es ins bayerische Mathe-Abi – und lässt so manchen Schüler verzweifeln

11. Mai 2022 um 19:13 Uhr | Lesedauer: 2 Minuten

Foto: BeckerBredel Vergrößerte Ansicht

Nos lecteurs reconnaitront la structure évoquée dans le Petit Vert n°138. Installée en haut d'un ancien crassier, elle est un hommage à la période de production de charbon en Sarre.

Nous sommes allés à la recherche du sujet évoqué dans l'article de journal. Ce qui concerne *Saarpolygon* se retrouve aux pages 34, 35 et 36 (les trois dernières pages du sujet.

Pages suivantes, nous en fournissons une traduction, les illustrations qui y figurent sont celles de l'énoncé original.

Le sujet traduit peut-il être proposé à des lycéens français ?

Retour au sommaire

Géométrie

L'illustration 1 montre ce qui est le *Saarpolygon*, un monument en Sarre et accessible à pied à la mémoire des anciennes mines désaffectées de charbon.

Saarpolygon peut être modélisé dans un système de coordonnées par trois segments [AB], [BC] et [CD] avec A (11 ; 11 ; 0), B (-11 ; 11 ; 28), C (11 ; -11 ; 28) et D (-11 ; -11 ; 0) (illustration 2). A, B, C et D sont des sommets d'un parallélépipède rectangle. Dans ce repère, l'unité de longueur est le mètre.

Illustration 1

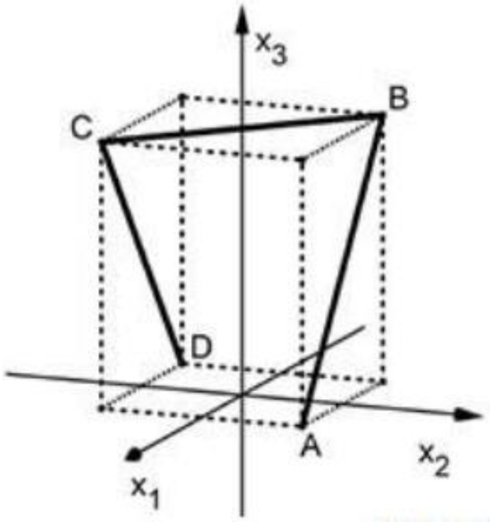

Illustration 2

a- Justifiez que les points B et C sont symétriques par rapport à l'axe x_3.

b- Calculez la longueur totale réelle du polygone ouvert ABCD.

Le plan E contient les points A, B et C, le plan F contient les points B, C et D.

c- Déterminez une équation de E dans le système de coordonnées.

(Pour contrôler : $14x_1 + 14x_2 + 11x_3 = 308$)

d- Calculez la mesure φ de l'angle entre le plan E et le plan x_1x_2. Donnez une expression permettant de calculer à partir de φ la mesure de l'angle entre les plans E et F.

e- Le plan E partage le parallélépipède rectangle en deux solides. Déterminer, sans calculer aucun volume, quelle fraction du volume du parallélépipède rectangle représente le volume du solide ayant la forme d'une pyramide.

f- *Saarpolygon* peut être observé sous différents points de vue. Les illustrations 3 et 4 montrent deux schématisations de deux d'entre eux.

Retour au sommaire

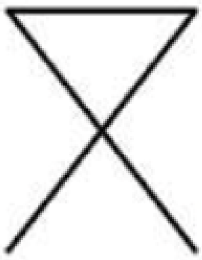

Illustration 3

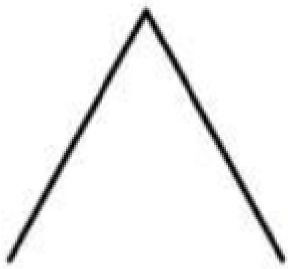

Illustration 4

Pour chacune des deux illustrations 3 et 4, donnez un vecteur pouvant décrire le point de vue correspondant. Imaginez une visualisation de *Saarpolygon* vu de dessus.

g- Le point (0 ; 0 ; h) est intérieur au parallélépipède rectangle et est à la même distance des segments [AB], [BC] et [CD]. Le système d'équations suivant fournit la valeur de h.

I	**II**	**III**
$\vec{Q} = \begin{pmatrix} 11 \\ 11 \\ 0 \end{pmatrix} + t.\begin{pmatrix} -22 \\ 0 \\ 28 \end{pmatrix}$, t ∈ [0 ;1]	$\overrightarrow{PQ} \diamond \overrightarrow{AB}$ = 0	$\overline{PQ}$ = 28 - h

Expliquez les raisonnements sous-jacents à cette démarche qui permet la détermination de la valeur de h.

Note pour les lecteurs du Petit Vert

Le I donne la définition de Q. L'équation permet de déterminer les coordonnées de Q, point du segment [AB] tel que $\overrightarrow{AQ} = t\overrightarrow{AB}$.

Le II assure que la longueur PQ est bien la distance de P au segment [AB], puisque le produit scalaire nul assure la perpendicularité, donc que cette distance est bien la distance minimale entre P et le segment [AB].

Le III utilise le fait que, de manière évidente, la distance de P à [BC] est 28-h et que puisque, par hypothèse, P est équidistant des 3 segments [AB], [BC] et [CD], on a donc la distance de P au segment [AB], notée PQ=28-h.

Ce sujet (traduit…) pourrait-il être proposé à des élèves français ?

Retour au sommaire