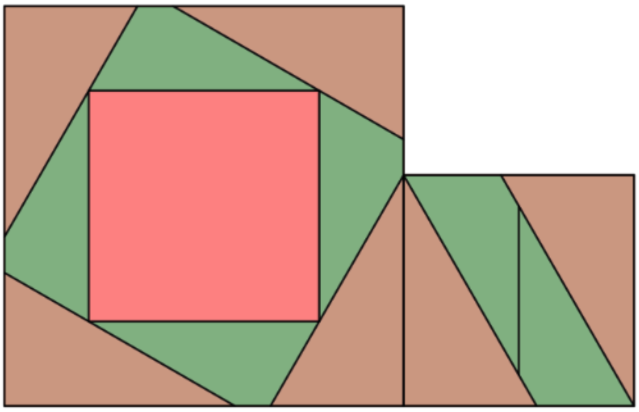
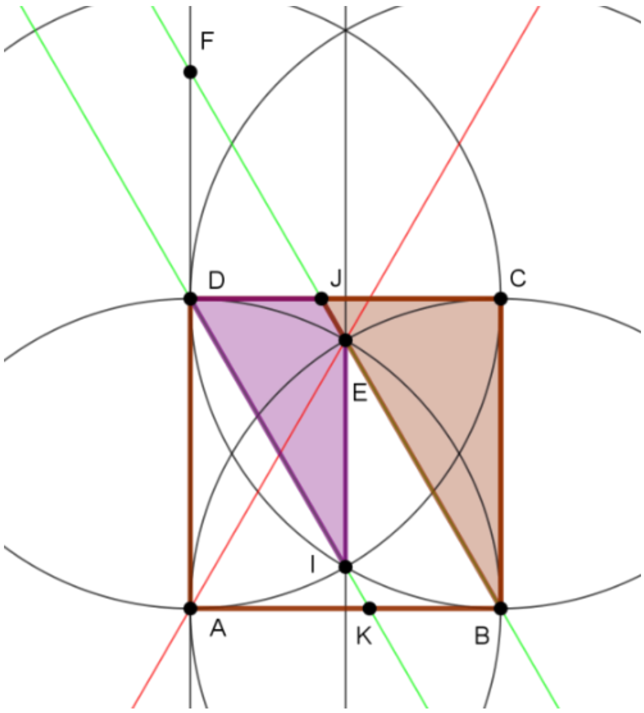
ÉTUDE MATHÉMATIQUE

LA TRISECTION DU CARRÉ (PARTIE 2)

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine
Fathi Drissi

La trisection du carré trouvée par Christian BLANVILLAIN en 2010 n'a pas fini de nous surprendre. Non seulement les pièces ont la même aire et sont symétriques, mais l'une d'elles a permis la réalisation de cette magnifique trisection en neuf morceaux.

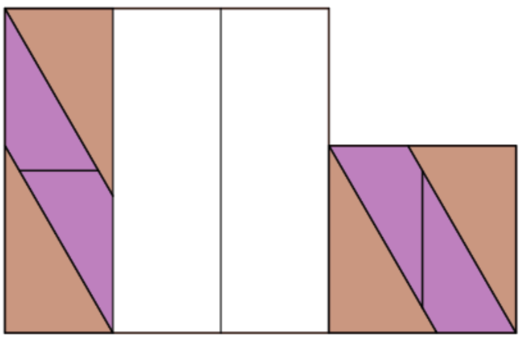




Cette pièce, représentée par le pentagone BCDIE sur la figure ci-contre, peut être découpée en le triangle rectangle BCJ et le trapèze DIEJ.

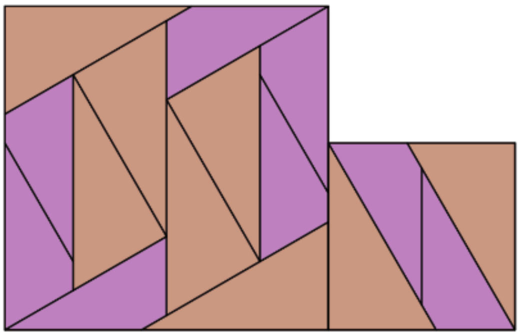
Par construction, ABCD est un carré et BAE est un triangle équilatéral.

Donc, $\widehat{CBJ} = \widehat{DIJ} = 30°$; $\widehat{BJC} = \widehat{IDJ} = 60°$; $\widehat{DJE} = 120°$; $\widehat{IEJ} = 150°$; $BC = DI = 1$; $CJ = \frac{\sqrt{3}}{3}$; $BJ = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $DJ = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$; $EJ = \frac{2\sqrt{3}}{3} - 1$ et $EI = \sqrt{3} - 1$.



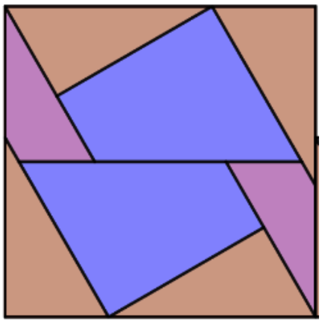
Les caractéristiques de ces pièces, issues du découpage de Christian BLANVILLAIN, permettent de disséquer le carré ABCD en un rectangle de dimensions $\sqrt{3}$ et $\frac{\sqrt{3}}{3}$, et avec trois de ces rectangles on obtient un carré d'aire trois fois plus grande que celle du carré ABCD.

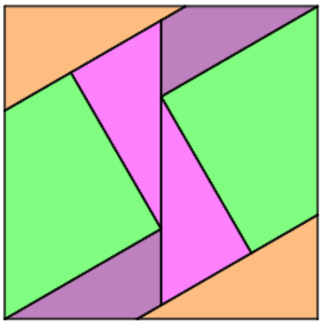
Retour au sommaire



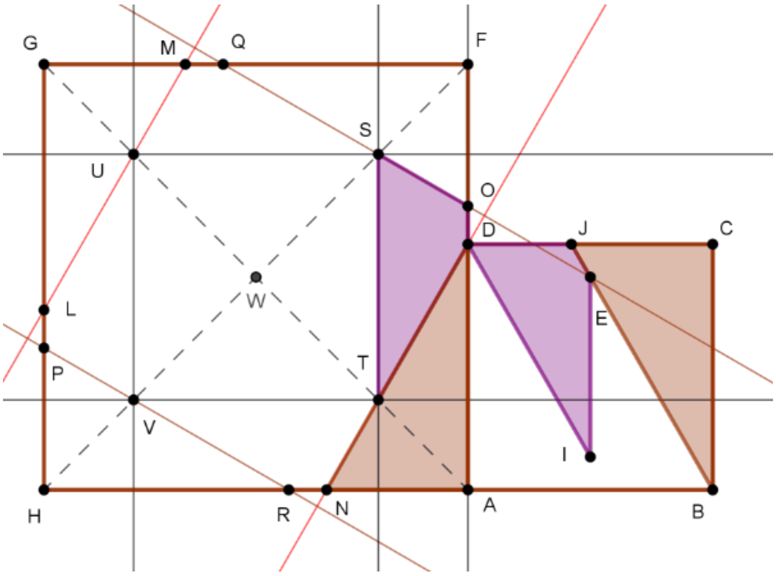
Ces deux nouvelles pièces permettent donc de tripliquer le carré ABCD et offrent une trisection triviale en douze morceaux.

La disposition des pièces précédentes montre que l'on peut optimiser le découpage et obtenir une trisection du carré en huit morceaux.





Mais si l'on autorise le retournement de la pièce en forme de triangle et en remarquant que $EJ + BC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ et $\widehat{CBJ} + \widehat{IEJ} = 180°$, quatre pièces de chaque type peuvent être disposées de sorte à former deux carrés de même centre et dont la longueur de leurs côtés respectifs vaut 1 et $\sqrt{3}$. De plus, leurs côtés homologues sont deux à deux parallèles.

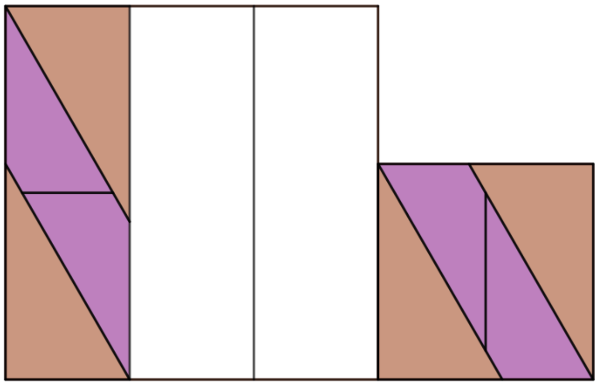


De cette disposition, résulte la jolie trisection du carré présentée en début de cet article.

En découpant trois carrés superposables suivant l'une des quatre méthodes données ci-dessus ou en combinant certaines d'entre elles, on peut réassembler les morceaux en un carré et donc obtenir une trisection de ce carré.

Retour au sommaire

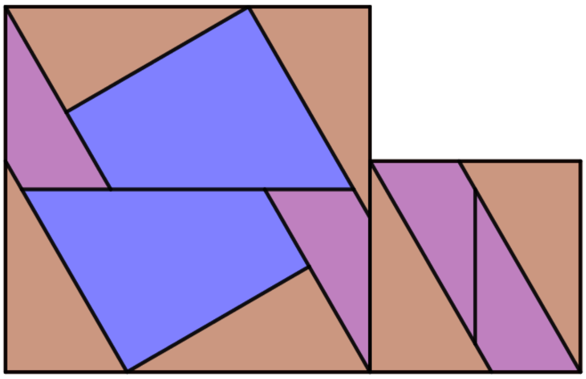
Par exemple, le découpage ci-contre donne une trisection du carré en douze morceaux.



Cependant, certaines pièces de ce découpage peuvent être regroupées (le quadrilatère bleu est formé à l'aide de deux quadrilatères violets et d'un triangle brun). Ce qui permet d'obtenir une trisection du carré en huit morceaux.

Peut-on faire mieux que huit morceaux ?

Peut-on optimiser également le nombre de pièces pour les autres découpages ?



Il est aussi possible d'utiliser des découpages différents pour obtenir une trisection. **Peut-on trouver une combinaison parmi les découpages donnés et permettant de trouver une trisection en moins de huit morceaux ?**

Existe-t-il d'autres découpages que ceux donnés ?

Retour au sommaire