ÉTUDE MATHÉMATIQUE

ÉLÉMENTS DE CALCUL POUR L'ASTRONOMIE LE TEMPS SIDÉRAL (5ÈME PARTIE)

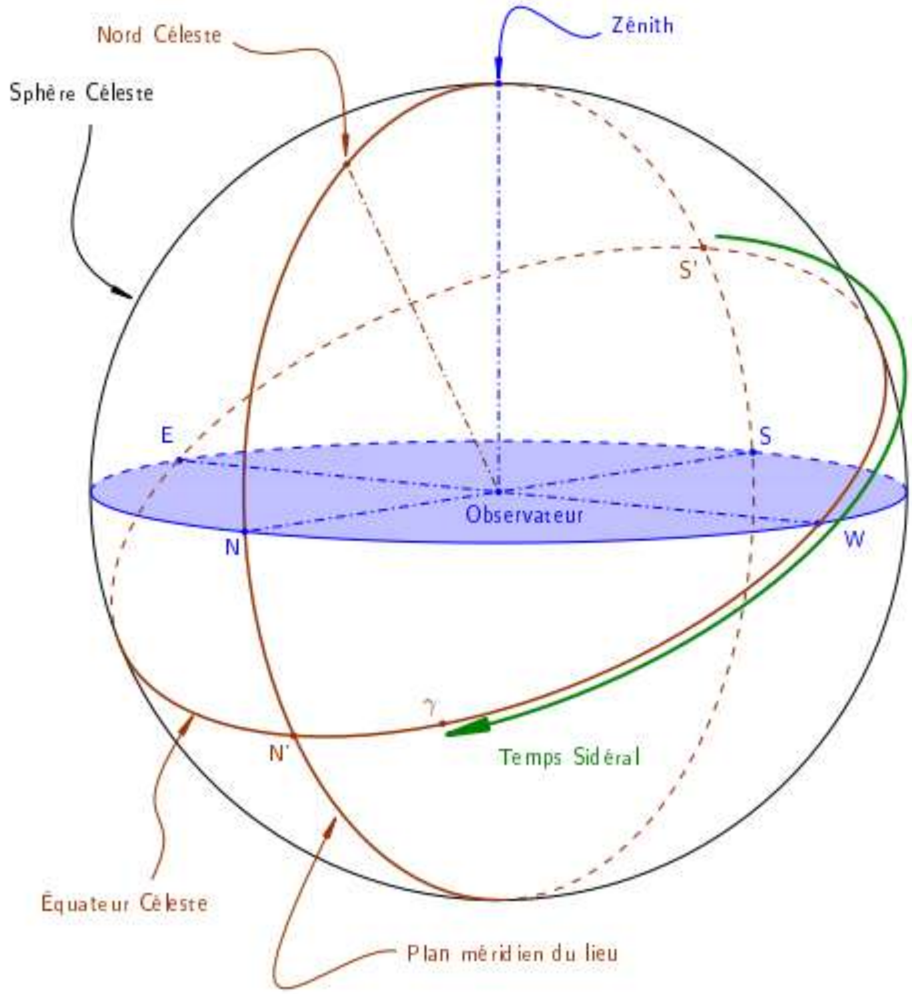
Alain Satabin

Préambule

Le *temps sidéral* est l'angle horaire du point vernal (γ). Comme ne l'indique pas son nom, c'est donc un angle orienté, mesuré dans le plan équatorial, partant du point S' (point de l'équateur céleste situé vers le sud de l'observateur) et compté dans le sens des aiguilles d'une montre lorsque l'on regarde le plan équatorial céleste à partir du pôle nord céleste. Le temps sidéral dépend du lieu et de l'instant et il permet à l'observateur de situé le point vernal. Dans la suite du document, on notera $TS_{(\theta;J;M;A;t)}$ le temps sidéral pour un observateur situé à la longitude θ, à la date $(J;M;A)$ et à l'instant t (*Temps Universel* en heure décimale). Cet angle est exprimé en degrés, bien sûr modulo 360.

Notre mesure du temps est basée sur une orbite circulaire de la Terre, parcourue à vitesse constante, et d'un *Soleil moyen* qui, vu de la Terre, parcourt l'équateur céleste à vitesse constante. Les dessins et raisonnements peuvent donc se placer dans le plan équatorial, dans lequel se trouvent tous les acteurs de l'histoire.

Chaque jour de l'année démarre ainsi à 0h : moment où le Soleil moyen passe dans le plan méridien du lieu vers le nord, c'est à dire au point N'. L'année est ainsi divisée A_t en jours réguliers, $A_t = 365{,}242199$ jours réguliers (*l'année tropique*), découpés chacun en 24 heures.



Retour au sommaire

Évolution du temps sidéral

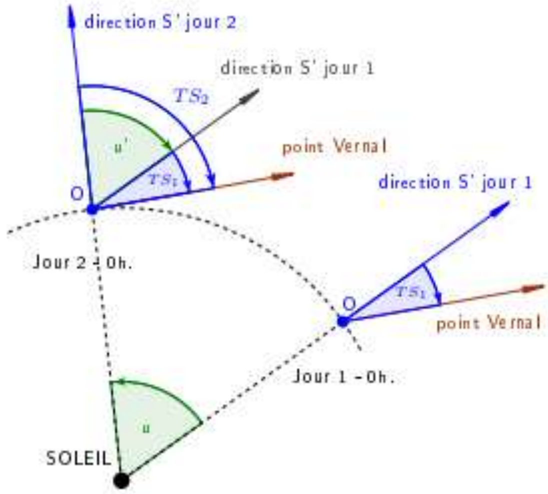
Regardons les choses dans le plan équatorial du lieu qui nous intéresse, vu du nord céleste. L'observateur est en $\boldsymbol{O}$ et le point $\boldsymbol{S'}$ est opposé au Soleil. En un jour, la Terre progresse sur son orbite d'un angle $\boldsymbol{u} = \frac{\mathbf{360}}{\boldsymbol{A_t}}$.

Sur le dessin, les angles $\boldsymbol{u}$ et $\boldsymbol{u'}$sont égaux, même en signe, puisque la révolution de la Terre autour du Soleil est mesurée dans le sens direct, alors que le temps sidéral est mesuré dans le sens horaire.

Le schéma nous permet de voir que le temps sidéral du jour 2 par rapport au jour 1 précédent est

$$\boldsymbol{TS_2 = TS_1 + \frac{360}{A_t}}$$

c'est à dire que le jour sidéral progresse de $\frac{\mathbf{360}}{\boldsymbol{A_t}}$ degrés par jour.



Le temps sidéral à 0h. à Greenwich à la date $(\boldsymbol{J}; \boldsymbol{M}; \boldsymbol{A})$

La référence est au 0 janvier 1901 à 0h., moment auquel le temps sidéral de Greenwich valait 98,97° : $TS_{(0;00;01;1901;0)} = 98{,}97$.

Il nous suffit donc de répercuter l'avance journalière autant de fois qu'il y a de jours écoulés[1] depuis le 0 janvier 1901. Le temps sidéral de Greenwich au jour (J, M, A) à 0h. est alors donné par

$$TS_{(0;J;M;A;0)} = 98{,}97 + \frac{\{NbreJours1901\}(J;M;A) \times\ 360}{A_t}$$

Le temps sidéral à l'heure t à Greenwich à la date $(\boldsymbol{J}; \boldsymbol{M}; \boldsymbol{A})$

L'instant $\boldsymbol{t = hh\!:\!mm\!:\!ss}$ est mis sous forme d'heure décimale :

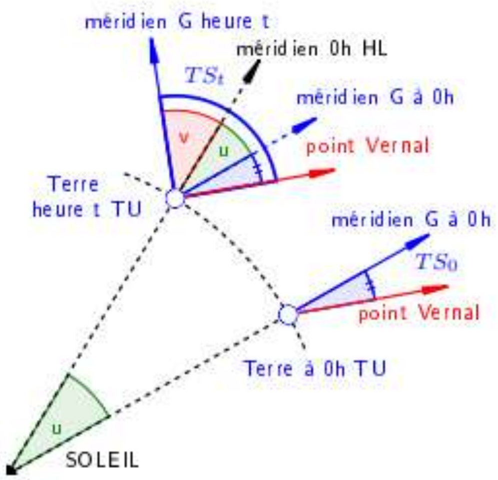
$$\boldsymbol{t = hh + \frac{mm}{60} + \frac{ss}{3600}}$$

$\boldsymbol{t}$ heures, la Terre avance sur son orbite, dans le ns direct, de l'angle :

$$\boldsymbol{u = \frac{t}{24}\frac{360}{A_t}\ degrés}$$

et la rotation de la Terre sur elle-même fait que le plan méridien du lieu a tourné (lui aussi dans le sens direct) par rapport au méridien des "$\boldsymbol{0h}$" de l'angle :

$$\boldsymbol{v = \frac{360}{24} \times t = 15t\ degrés.}$$



[1] Voir équation 5 page 18 du PV144

Retour au sommaire

Ce qui fait que :

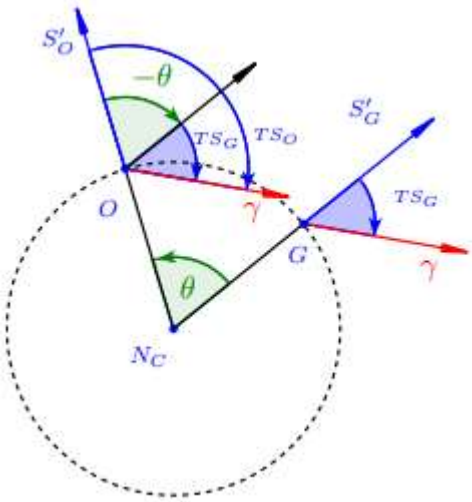
$$\boldsymbol{TS_{(\theta;J;M;A;t)} = TS_{(0;J;M;A;0)} + u + v = TS_{(0;J;M;A;0)} + \frac{t}{24}\frac{360}{A_t} + 15\ t}.$$

Et donc finalement :

$$\boldsymbol{TS_{(0;J;M;A;t)} = 98,97 + \frac{N \times 360}{A_t} + 15\ t\ \ \text{avec}\ N = NbreJours1901(J;M;A) + \frac{t}{24}}.$$

Le temps sidéral à l'heure t de Greenwich à la longitude θ

Par convention, la longitude est l'angle formé par le méridien de l'observateur et le méridien de Greenwich, compris entre - 180 degrés et + 180 degrés, compté positivement vers l'ouest et négativement vers l'est. Le schéma ci-contre représente la situation sur le globe terrestre, vu du nord céleste, dans le cas d'une longitude $\boldsymbol{\theta}$ négative (le méridien $\boldsymbol{O}$ de l'observateur est situé à l'est du méridien $\boldsymbol{G}$ de Greenwich).



Nous y voyons que le temps sidéral de l'observateur $\boldsymbol{TS_O}$ et celui du méridien de Greenwich au même instant $\boldsymbol{TS_G}$ sont liés par la relation : $\boldsymbol{TS_O = TS_G + (-\theta)}$.

C'est à dire, avec nos notations :

$$\boldsymbol{TS_{(\theta;J;M;A;t)} = TS_{(0;J;M;A;t)} - \theta}$$

Ce qui donne, en reportant les résultats précédemment établis :

$$\boxed{TS_{(\theta;J;M;A;t)} = 98{,}97 + \frac{N \times 360}{A_t} + 15\,t - \theta\ \ \text{avec}\ \ N = NbreJours1901(J;M;A) + \frac{t}{24}}$$

Un exemple $\boldsymbol{(\theta;J;M;A;t)}$

Plaçons-nous à Charleville-Mézières le 24 mars 2021 à (12 : 00 TU), c'est à dire (13 : 00 HL), étant à l'heure d'hiver, l'heure décimale en temps universel est : $t = 13 - 1 = 12$.

La relation NbreJours1901 donne le nombre de jours décimaux écoulés depuis le 0 janvier 1901 :

$$\text{N}breJours1901(24\ ;\ 12\ ;\ 2021) = 43913{,}5.$$

La longitude étant de 4 degrés 45' Est, nous avons : $\theta = -4{,}75$.

Ce qui donne :

$$TS_{(-4,75;24;03;2021;12)} \approx\ 98{,}97 + \frac{43913{,}5 \times 360}{365{,}242199} + 15 \times\ 12\ + 4{,}75 \approx\ 43566.94$$

Une division par 360 nous donne : $43566.94\ =\ 121 \times\ 360\ +\ 6{,}94$, et donc un temps sidéral de 6,94 degrés. Les tables donnent 6,9375… Remarquons que la différence avec la valeur donnée par les tables est inférieure à 1 minute d'arc. Ce qui prouve que la précision du calcul est excellente. Pour nos besoins usuels, un arrondi au dixième de degré suffit amplement !

Le 24 mars 2021à 13 : 00 HL, à Charleville-Mézières, le Temps Sidéral est d'environ 6,94 degrés.

Retour au sommaire