

N° 148 Décembre 2021

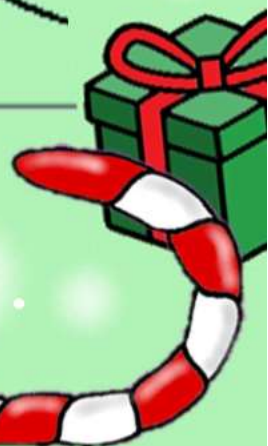
LE PETIT VERT



Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

Qu'est-ce
qui est vert
et plein
d'idées pour
la nouvelle
année ?

Le Petit Vert bien sûr !



www.apmeplorraine.fr



SOMMAIRE

Éditorial

Présence à distance (*Gilles Waehren*)

Vie de la régionale

Nuit du jeu mathématique 2021, une belle réussite !

Bourges au centre des retrouvailles

Mes premières « Journées Nationales » à Bourges

Journée Régionale : 23 mars 2022

Il y a 25 ans. Pas une ride pour le Petit Vert !

Vœux 2022

Dans nos classes

C'est la chandeleur (*Clémentine Gass*)

Crossfit (*Valérian Sauton*)

La cité aux énigmes (*Thi-Tuong-Vi Fabbian*)

Étude mathématique

Le Temps Sidéral (5^{ème} partie) (*Alain Satabin*)

Vu sur la toile

Géométrie au crayon (*Gilles Waehren*)

Maths et ...

Arts

Construction de l'âne au compas (*Léa Magnier*)

Des hexagrammes, ici et ailleurs (*Groupe Maths et Arts-APMEP Lorraine*)

Sur la piste des briques vernissées (*Groupe Maths et Arts-APMEP Lorraine*)

Carte blanche à Toshimasa Kikuchi

Découpages

Découpons l'hexagramme (*Groupe Jeux-APMEP Lorraine*)

Jeux

Les carrés de MacMahon du Caire (*Groupe Jeux-APMEP Lorraine*)

Médias

Jouets de cylindres empilables numérotés de 1 à 10

Point sur la positivité

Pliages et Découpage

Des étoiles en papier (*Groupe Jeux-APMEP Lorraine*)

Des hexagrammes en papier (*Groupe Jeux-APMEP Lorraine*)

Philo

Obscurantisme : le retour ? (*Didier Lambois*)

Vie courante

Auprès de mon arbre (*François Drouin*)

Des défis pour nos élèves

Défi N°148 – 1

Défi N°148 – 2

Défi algorithmique N° 148

Pour le professeur

Le Problème du trimestre N°148

Solution du problème N°147

Solutions des défis précédents

Solution Défi Algorithmique-Rallye N° 147

Solution Défi N°147

Annonces

Anni et Joseh Albers

Utilisation raisonnée du quadrillage pour des tracés géométriques

La phrase du trimestre

PRÉSENCE À DISTANCE

Gilles Waehren

En cette fin d'année, où les contraintes semblent se relâcher, nous nous réjouissons de revoir nos proches. Ces derniers mois nous ont fourni beaucoup d'occasions de ne pas se rencontrer. Les progrès des technologies de la communication nous ont certes permis de raccourcir certaines distances. La norme euclidienne a ainsi fait la place à d'autres fonctions de mesure, que ce soit celle des degrés de séparation (« je connais quelqu'un qui connaît cette personne ») ou celle de la bande passante (variable selon que l'on soit connecté au réseau fibré ou pas).

De même, la Régionale de Lorraine s'est réunie, par Internet, pendant près de dix-huit mois, avec quelques périodes de retrouvailles malgré tout. Ses adhérents n'ont cependant pas retrouvé l'essence de leur association : la convivialité. Les Journées Nationales de Bourges ou la Nuit du Jeu ont montré le besoin que nous avons d'échanger physiquement. En plus de la présence de l'autre et de sa voix, ses attitudes, ses gestes participent au temps de la communication et du partage.

Bien sûr, les temps de trajet économisés (acquis pour la planète et pour notre équilibre), la possibilité de pouvoir gérer une réunion et sa famille à la fois, nous font percevoir le bon côté des visio-conférences. Elles permettent à ceux qui ne peuvent pas se déplacer d'être aussi présents. Mais pour en profiter vraiment, il faut que nous continuions de nous retrouver physiquement.

Nous avons découvert des moyens pour maîtriser les distances et donc maîtriser le temps. Pourtant, c'est ce même temps qui semble toujours nous manquer. Il nous manque trop souvent pour enseigner les mathématiques correctement. Il est encore insuffisant pour une formation de nos élèves qui soit digne de ce nom. Et il va maintenant falloir composer avec le temps requis par l'évaluation.

La politique d'évaluation remonte les cycles. Le baccalauréat comportant désormais 40 % de contrôle continu, le ministère a demandé aux chefs d'établissement des lycées de produire un Plan Local d'Évaluation, qui serait une charte de bonne conduite des enseignants évaluateurs, pour construire une note finale représentative. Le travail de rédaction de cette charte s'est effectué pendant deux demi-journées banalisées.

Qu'une instance nationale centralise des projets locaux peut sembler paradoxal. La création des grandes régions et de super recteurs d'académie pose la question de la nécessité de maintenir un super ministère, qui est la négation même des spécificités locales. Notre institution n'a pas encore pris la mesure de la contraction des distances, que tout le monde a perçu pendant la pandémie. Voilà pour le problème des distances.

Concernant le temps, ces réunions de préparation ont montré que nous étions mal préparés à la concertation. Le temps consacré aux réunions d'équipes et au cadrage même de ces réunions est insuffisant. Les deux demi-journées sont donc apparues comme une perte de temps pour nombre d'enseignants, car elles ne leur ont servi à rien. Elles auraient pu conduire à une réflexion et des échanges sur les pratiques d'évaluation, mais la commande ne stipulait que de renseigner les pratiques de notation.

Partager et échanger nécessitent aussi un temps d'apprentissage, d'abord celui consacré à se connaître, puis celui nécessaire pour construire ensemble. Ce temps est difficile à mesurer et il est trop souvent inclus dans le défraiement forfaitaire qu'on appelle salaire. Ce n'est guère incitatif pour ceux qui souhaitent vraiment s'investir. C'est là que les laboratoires de mathématiques peuvent donner un cadre et une visibilité à ce travail d'équipe. C'est là que l'investissement dans une association comme l'APMEP devrait donner droit à de la reconnaissance plutôt que de la condescendance venant d'une bureaucratie qui pense que tout est quantifiable.

NUIT DU JEU MATHÉMATIQUE 2021 UNE BELLE RÉUSSITE !



Plus de deux cents personnes sont venues jouer et échanger à la première nuit du jeu mathématique organisée par l'APMEP Lorraine à l'école Paul Verlaine de Moulins-lès-Metz. Des familles, des enseignants de la maternelle à l'université, se sont retrouvés autour de stands pour chercher avec enthousiasme des solutions aux problèmes mathématiques posés. Une ambiance très conviviale, chère à l'APMEP Lorraine, a ainsi été créée par ces échanges intergénérationnels et intersociaux.

Le [labo Maths de Moulins-lès-Metz](#), riche de ses échanges et de ses recherches entre enseignants de la maternelle à l'université, et fort de son expérience des jeux mathématiques [lors de la semaine des maths 2021](#) était un élément moteur de la manifestation. Le [groupe Jeux de l'IREM](#), l'atelier CANOPÉ de Montigny-lès-Metz, le labo Maths de Thionville animaient également des stands.

Nous remercions également la municipalité de Moulins-lès-Metz qui nous a fourni sans délai tables et tentes ainsi que les personnes de l'école Paul Verlaine de Moulins-lès-Metz qui nous ont accueillis, en particulier sa directrice qui s'est avérée plus qu'efficace.

Même le soleil était de la partie !

Vivement la prochaine nuit du jeu !





VIE DE LA RÉGIONALE

BOURGES AU CENTRE DES RETROUVAILLES

L'attente fut longue malgré « En attendant Bourges » en distanciel, mais ces Journées Nationales 2021 furent à la hauteur des précédentes en présentiel (environ 600 congressistes). L'équipe organisatrice avait certes profité d'une année supplémentaire pour les préparer, mais nul n'aurait pu dire, il y a encore six mois, si le congrès aurait lieu. Ils ont su gérer les impondérables de dernière minute et ceux-ci n'étaient pas des moindres (restauration universitaire annulée trois semaines avant le début). À cœurs vaillants, rien d'impossible !



Ces Journées Nationales ont fait la part belle aux conférencières, puisqu'elles ont assuré la totalité des plages dédiées. Les ateliers répartis sur cinq périodes n'ont guère laissé de répit à des congressistes avides de découvertes.

Les Lorrains, au nombre de 37, formaient une des régionales les mieux représentées. Notre stand était placé à l'accueil, très à l'écart des autres exposants mais bien situé dans le bâtiment des amphis et de salles d'atelier. La pyramide aztèque, le puzzle à 7 triangles ou le calendrier pentaminos ont rencontré leur public et les passants ont pu manipuler les défis du groupe « Jeux » : circuit de Boule, Raizo, jeu du sphinx...



Deux ateliers ont permis de présenter les ressources de notre Régionale et d'inciter les collègues du primaire et du secondaire à les utiliser avec leurs élèves.



Le traditionnel repas du dimanche soir et les casse-croûtes sur le stand nous ont fait revivre la convivialité lorraine qui nous avait tant manqué.



Rendez-vous nombreux pour de nouvelles aventures à Jonzac !



JOURNÉE RÉGIONALE : 23 MARS 2022

La prochaine Journée régionale aura lieu le **mercredi 23 mars** prochain, au **lycée Stanislas de Villers lès Nancy**.

Elle débutera par une conférence de Marie-Line Gardes à propos de la résolution de problèmes. Elle se poursuivra par l'assemblée générale, les réunions des commissions par niveau, et se terminera par deux plages d'ateliers. Le repas pourra être pris au lycée Stanislas.

Le programme de cette journée sera envoyé à tous les adhérents, ainsi qu'aux participants des années précédentes. Dès que vous l'aurez reçu, communiquez-le à vos collègues qui ne sont pas encore adhérents ... et faites en sorte qu'ils le deviennent !

[Retour au sommaire](#)

VIE DE LA RÉGIONALE**MES PREMIÈRES « JOURNÉES NATIONALES »
À BOURGES**

Benjamin BOUCHAOUR

Pour ma première participation au congrès de l'APMEP, j'ai beaucoup apprécié les échanges, les ateliers-conférences et la bonne ambiance qui régnait au sein de l'association fièrement représentée en masse par la branche Lorraine. Étant chercheur pour un centre Recherche & Développement dédié à la sidérurgie et non professeur de mathématiques, j'ai adoré me replonger dans cette ambiance de labo de math et de bancs d'école dans le cadre de l'IUT de Bourges. C'est une très bonne occasion pour petits et grands, curieux des sciences mathématiques d'égayer sa curiosité scientifique et d'entrer dans les rouages de l'apprentissage des maths. La découverte de la ville de Bourges était aussi très satisfaisante ainsi que les spectacles et animations organisées d'une main de maître par les bénévoles berruyers de l'APMEP. J'en garderai un très bon souvenir et pour sûr, je participerai à la prochaine édition !

Nathalie Braun

Départ en Train pour Bourges : samedi 23 octobre. C'est parti pour trois jours mathématiques !

Jour 1 : SAMEDI

Après une petite marche rapide de la gare à la Maison de la Culture de la ville de Jacques Cœur, argentier du roi Charles VII, je suis accueillie par l'équipe des tee-shirts à cœurs. Après le contrôle du pass sanitaire, on me remet un bracelet ainsi qu'un collier et un sac à dos vert. Ce dernier accessoire est devenu top tendance dans la ville de Bourges... il permettra par la suite de repérer mes confrères dans les différents endroits de la ville.

Dans l'amphi où est organisée la conférence d'ouverture, je retrouve mes collègues de l'APMEP de Lorraine ainsi que d'autres collègues d'autres académies. Après quelques échanges dans l'amphi bondé, il est temps d'assister à la conférence de Michèle Audin, membre de l'OULIPO « 1, 2, 3, 5, 6, 9 ... et après ? Une réponse poétique » qui nous présente quelques utilisations de mathématiques élémentaires dans la confection de textes littéraires.



Palais de Jacques Cœur

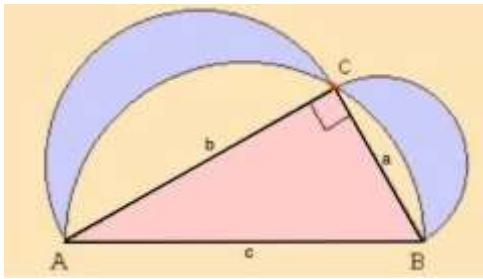
Après un petit tour dans la ville, je suis attendue pour bien terminer cette journée à la mairie pour un apéritif mathématique de bienvenue.

Jour 2 : DIMANCHE

Pour arriver à l'IUT où va se dérouler cette journée, je prends la navette de l'équipe de tee-shirts à cœurs. Nous récupérons d'abord les congressistes aux différents arrêts de bus avant de nous diriger dans nos premiers ateliers.

[Retour au sommaire](#)

Conférence : 8h30



« Léonard de Vinci : mathématicien ? » est l'intitulé de la conférence de Pierre Pansu, enseignant chercheur à l'Université Paris Saclay. L'exposé débute par une contribution de Léonard à une question d'astronomie puis une explication de sa **rencontre avec Luca Agostino puis une exposition de son** étude des mathématiques, en commençant par les plus élémentaires à l'âge de 44 ans. Enfin c'est à notre tour de travailler sur le calcul de **lunules de Léonard**.

La commission Femmes et mathématiques

Les congressistes intéressés par cette thématique sont réunis avec Anne Boyé, présidente de l'association *Femmes et mathématiques*. L'échange commence par des présentations et se poursuit par des idées de solutions, de projets que nous pourrions mettre en place pour encourager la présence des filles dans les études mathématiques et plus généralement scientifiques et techniques.

Mon premier atelier : 16h30



Après un tour chez les différents exposants me voici dans une superbe salle de classe flexible, prête à animer mon premier atelier aux journées nationales de l'APMEP. Entourée de collègues motivés pour travailler sur le thème : Élève responsable de ses apprentissages : distance/présence.

En groupe, à l'aide d'un plan de travail, les enseignants en situation d'élèves responsables de leurs apprentissages vont devoir créer des activités, des QCM, exercices autocorrectifs, pour découvrir différents outils visant à rendre les élèves responsables de leurs apprentissages en classe mais également chez eux.



Pièce de théâtre de l'Ile Logique au Théâtre Jacques Cœur



Après une journée bien remplie et un repas entre Lorrains, j'assiste à une pièce de théâtre sur *Évariste Galois* de l'Ile Logique.

Jour 3 : LUNDI Ma dernière journée...

Atelier : 8h30



Plongés dans l'univers de la cuisine, en équipe nous devons trouver la recette du bonheur en 45 minutes...

Je découvre un *escape game* autour des *mathématiques* en primaire, mais aussi un support de formation aux *escape games* pédagogiques.

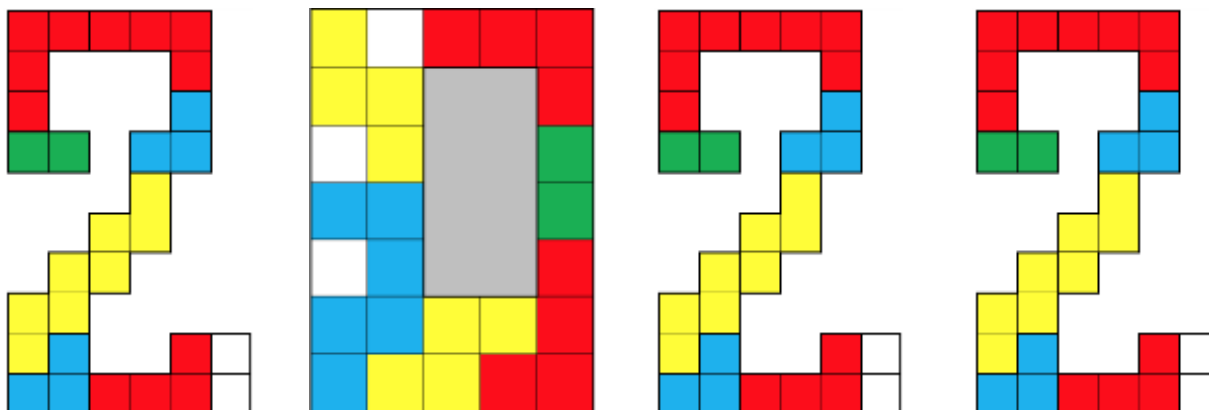
Atelier : 10h45

Dans ce dernier atelier, je retrouve Luca Agostino avec lequel j'échange sur Twitter. Il anime cet atelier sur l'oral en mathématiques. En groupe, nous testons les murs collaboratifs pour faire travailler l'oral chez les lycéens. Une nouvelle idée de pratique à exploiter dans mes classes...

Après un repas avec les membres de l'association *Les Maths en Scène*, ces journées se terminent pour moi. Voici ce que je retiendrai en m'inspirant de la conférence de Michèle Audin :

**Grâce à l'équipe logis
Un atelier sur un escape game énigma
Des intervenants partageant leur pra
Et leurs diverses réflexions didac
Des exposants proposant des démonstrations informa
Et enfin, Bourges une ville touris
Ces journées furent fantas
Vive les mathéma**

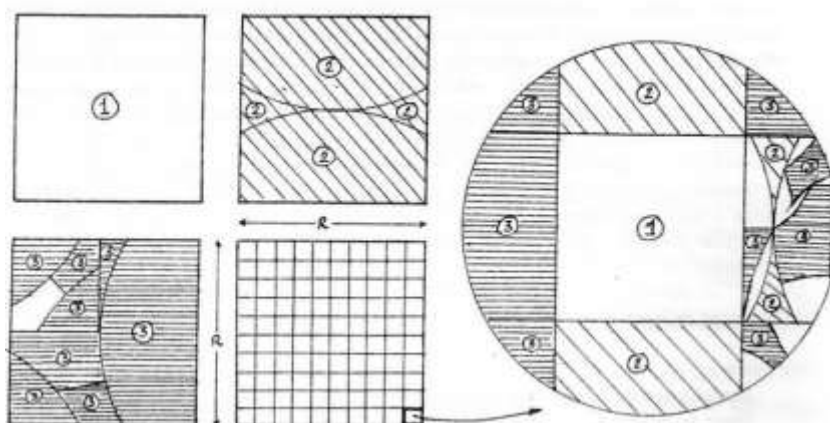
2022 Avec les pièces du puzzle Aztèque



IL Y A 25 ANS PAS UNE RIDE POUR LE PETIT VERT !

Le but de la séance est de connaître le nombre de carrés de 10 cm de côté qu'il faut pour remplir exactement un disque de 10 cm de rayon. Pour cela, lis une première fois l'ensemble des consignes suivantes puis exécute-les.

1. Trace sur une feuille A4 à petits carreaux un cercle de rayon 10 cm.
2. Trace et colorie un carré de 10 cm de côté puis partage-le sans le découper en 100 parties égales. Découpe le carré et colle-le dans le disque.
3. Trace un deuxième carré, colorie-le d'une autre couleur et colle-le dans le disque. (Les morceaux du carré qui dépassent doivent être découpés puis recollés où il reste de la place).
4. Recommence l'étape 3 jusqu'à ce que le disque soit entièrement rempli. (Ne sois pas effrayé par le fait de devoir découper et coller des tout petits bouts, c'est normal).



Dans [le Petit Vert n°48](#), Christian Chaduteau nous présentait une activité d'introduction de l'aire du disque. Tout y est si l'on se réfère au [programme du cycle 3 en vigueur à la rentrée 2020](#) :

- « Une **entrée par la résolution de problèmes** est à privilégier. Les capacités suivantes peuvent être mobilisées dans ce cadre : utiliser et représenter les grands nombres entiers, des fractions simples, les nombres décimaux ; calculer avec des nombres entiers et des nombres décimaux ; résoudre des problèmes en utilisant des fractions simples, les nombres décimaux ; comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle »
- **Aires** : Comparer des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement.

Un point cependant est nouveau. « Des activités géométriques peuvent être l'occasion d'amener les élèves à utiliser différents supports de travail : papier et crayon, mais aussi **logiciels de géométrie dynamique**, d'initiation à la programmation ou logiciels de visualisation de cartes, de plans, etc. »

Nos collègues du XXI^{ème} siècle peuvent s'inspirer à loisir de l'activité du PV48. Nous les invitons à nous raconter comment ils ont mis en place l'utilisation de logiciels de géométrie ou d'initiation à la programmation.

DANS NOS CLASSES**C'EST LA CHANDELEUR**

Clémentine Gass

Collège Les Hauts de Blémont - Metz

Il y a plusieurs années, avec l'ancienne équipe des collègues de maths, nous avons imaginé une activité autour d'un verre mesureur afin de faire manipuler des fractions à nos élèves. Cette activité n'a eu cesse d'évoluer dans le temps et selon les personnes (quantité d'eau pour cuire des pâtes, de lait pour la pâte à crêpes ...). La voici reprise dans une activité plus large autour de la proportionnalité en classe de troisième.

Présentation de la séance

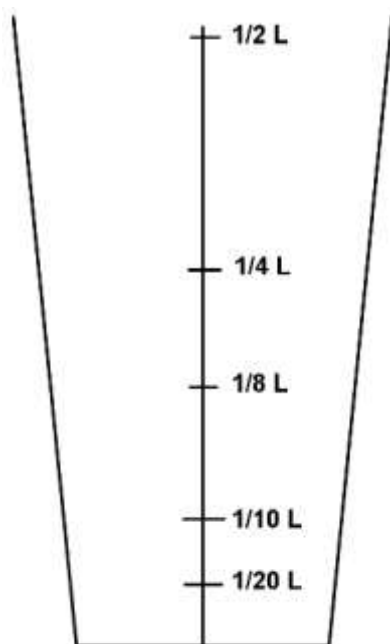
En janvier 2021, j'ai proposé à mes élèves de troisième une activité de proportionnalité sur le thème d'une recette de crêpes.

Après avoir rappelé ce qu'est la Chandeleur, je leur ai soumis l'énoncé suivant.

C'est la chandeleur !!

Pour la chandeleur, Mme Gass a décidé de préparer des crêpes à ses élèves. Elle n'a pas de balance de cuisine et son bol doseur est gradué comme sur le dessin.

Explique comment elle doit procéder.

**Recette de la pâte à crêpes**

725 mL de lait
300 g de farine
6 œufs
1 sachet de sucre vanillé
De l'huile pour la poêle

Mélanger tous les ingrédients,
puis laisser reposer la pâte au
moins 1h avant de préparer vos
crêpes.

Bon appétit !



Cet énoncé était accompagné du tableau de conversion suivant.

Conversion ml - grammes

Cuillères Mesures Tupperware	50 ml	100 ml	150 ml	200 ml	250 ml
Farine	25 g	50 g	75 g	100 g	125 g
Sucre semoule	50 g	100 g	150 g	200 g	250 g
Maïzena	20 g	40 g	60 g	80 g	120 g
Couscous	40 g	80 g	120 g	160 g	200 g
Riz	50 g	90 g	130 g	180 g	200 g
Lentilles	50 g	80 g	130 g	160 g	220 g
Pâtes (alphabet)	40 g	80 g	120 g	160 g	200 g
Pâtes (vermicelle)	30 g	60 g	90 g	120 g	150 g
Gruyère râpé	20 g	40 g	60 g	80 g	100 g
Café moulu	20 g	40 g	60 g	80 g	100 g
Amandes effilées	20 g	50 g	70 g	100 g	120 g
Noix de coco	30 g	60 g	90 g	120 g	150 g
Amandes en poudre	30 g	60 g	90 g	120 g	150 g
Raisins secs	10 g	60 g	100 g	120 g	160 g
Sésame	30 g	60 g	90 g	120 g	150 g

Source : <http://mademoiselletupp.canalblog.com/archives/2013/01/20/26197401.html>

La classe, d'une vingtaine d'élèves, est assez hétérogène et comporte des élèves allophones. Pour remédier aux difficultés des élèves à identifier les situations de proportionnalité et consolider les connaissances acquises pendant le confinement 2020, j'ai été amenée à différencier mon activité pour tenir compte :

- des élèves en grande difficulté, en proposant un énoncé simple et court (annexe 1), avec comme objectif le lien entre la fraction partage et le nombre représenté ;
- de la majorité de la classe avec comme tâche d'expliquer, dans un premier temps, l'utilisation du bol mesureur et, dans un second temps (annexe 2), le réglage d'un four en lisant sur la courbe d'une fonction, la conversion de degrés Fahrenheit en degrés Celsius ;
- des élèves les plus rapides en donnant deux questions bonus : une modification de la recette (annexe 3) et un pliage répété d'une crêpe (annexe 4).

Dans le contexte sanitaire du moment, le travail de groupe envisagé a dû se limiter à un travail par binômes, précédé d'une recherche individuelle d'environ 10 minutes.

Le rendu devait prendre la forme d'une affiche relatant le fruit des recherches du binôme. Le temps de la séance n'étant pas forcément suffisant, j'ai laissé la possibilité, à ceux qui le souhaitaient de peaufiner leur création, à la maison, pour le lendemain.

Cette activité a permis de mobiliser plusieurs compétences mathématiques :

- modéliser avec la reconnaissance et la mise en œuvre de la proportionnalité dans le cadre d'une tâche complexe ;
- représenter avec la lecture d'images et d'antécédents sur une représentation graphique dans le but de réaliser une conversion ;
- chercher, lors de l'extraction d'informations utiles dans les documents de l'énoncé et la mise en place d'une stratégie pour procéder la mesure du volume de lait ;
- calculer
- communiquer par le biais de la réalisation d'une affiche, mais aussi dans le cadre du travail à deux.

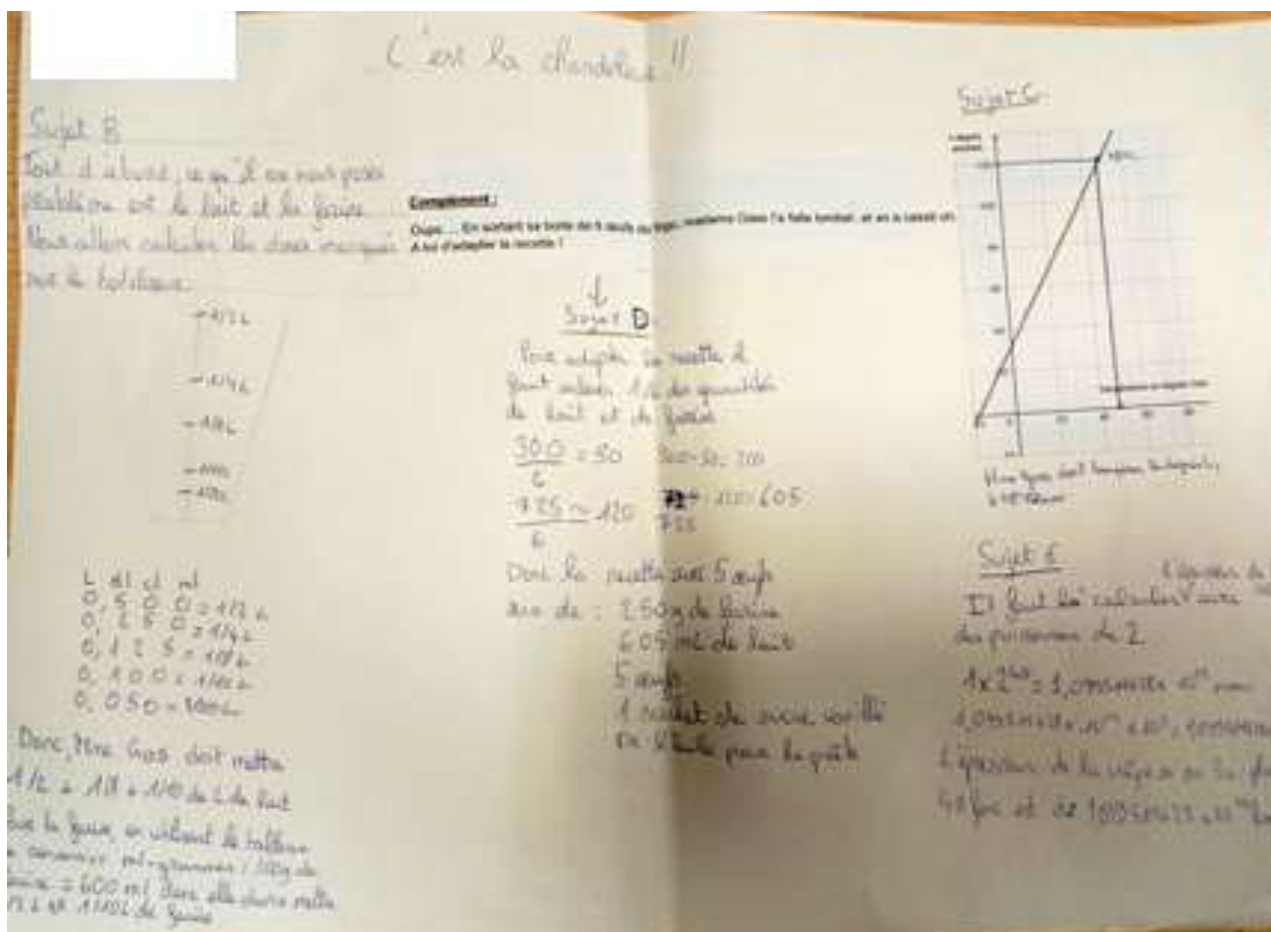
Cette activité a permis de travailler les objectifs suivants :

- calculer : passer de la fraction partage à la fraction nombre ;
- raisonner : extraire les informations utiles dans les documents ;
- contextualiser la notion de proportionnalité dans le cadre d'une tâche complexe ;
- aborder la lecture d'images / antécédents sur une représentation graphique (compétences « modéliser » dans une moindre mesure) ;
- communiquer : la solution sera réalisée sur une affiche.

Travaux des élèves

1 – L'élève le plus en réussite dans la classe a proposé une production assez sobre mais très complète puisqu'il a traité tous les bonus. Le tableau de conversion, s'il n'est pas tracé est assez largement utilisé.

L'affiche suivante est moins complète, mais le travail de mise en forme est plus recherché. Le calcul de la hauteur de la crêpe pliée n'est pas achevé. Les calculs sont empilés sans rédaction.



2 - Le problème de l'œuf cassé est réglé par un retour à l'unité. Le tableau de conversion est limité à la quantité initiale. Les équivalences fractions du litre et nombre de mL ont permis de retrouver l'usage du verre doseur.

C'est la Chandeleur

3-3

725 ml de lait

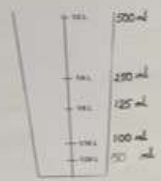
	L	dl	cl	ml
	0	7	2	5

$1/2L = 500 \text{ ml}$
 $1/4L = 250 \text{ ml}$
 $1/8L = 125 \text{ ml}$
 $1/16L = 62.5 \text{ ml}$
 $1/32L = 31.25 \text{ ml}$
 $1/64L = 15.625 \text{ ml}$
 $1/128L = 7.8125 \text{ ml}$
 $1/256L = 3.90625 \text{ ml}$
 $1/512L = 1.953125 \text{ ml}$
 $1/1024L = 0.9765625 \text{ ml}$
 $1/2048L = 0.48828125 \text{ ml}$
 $1/4096L = 0.244140625 \text{ ml}$
 $1/8192L = 0.1220703125 \text{ ml}$
 $1/16384L = 0.06103515625 \text{ ml}$
 $1/32768L = 0.030517578125 \text{ ml}$
 $1/65536L = 0.0152587890625 \text{ ml}$
 $1/131072L = 0.00762939453125 \text{ ml}$
 $1/262144L = 0.003814697265625 \text{ ml}$
 $1/524288L = 0.0019073486328125 \text{ ml}$
 $1/1048576L = 0.00095367431640625 \text{ ml}$
 $1/2097152L = 0.000476837158203125 \text{ ml}$
 $1/4194304L = 0.0002384185791015625 \text{ ml}$
 $1/8388608L = 0.00011920928955078125 \text{ ml}$
 $1/16777216L = 5.9604644775390625 \times 10^{-5} \text{ ml}$
 $1/33554432L = 2.9802322387695312 \times 10^{-5} \text{ ml}$
 $1/67108864L = 1.4901161193847656 \times 10^{-5} \text{ ml}$
 $1/134217728L = 7.450580596923828 \times 10^{-6} \text{ ml}$
 $1/268435456L = 3.725290298461914 \times 10^{-6} \text{ ml}$
 $1/536870912L = 1.862645149230957 \times 10^{-6} \text{ ml}$
 $1/1073741824L = 9.313225746154785 \times 10^{-7} \text{ ml}$
 $1/2147483648L = 4.656612873077392 \times 10^{-7} \text{ ml}$
 $1/4294967296L = 2.328306436538696 \times 10^{-7} \text{ ml}$
 $1/8589934592L = 1.164153218269348 \times 10^{-7} \text{ ml}$
 $1/17179869184L = 5.82076609134674 \times 10^{-8} \text{ ml}$
 $1/34359738368L = 2.91038304567337 \times 10^{-8} \text{ ml}$
 $1/68719476736L = 1.455191522836685 \times 10^{-8} \text{ ml}$
 $1/137438953472L = 7.275957614183425 \times 10^{-9} \text{ ml}$
 $1/274877906944L = 3.637978807091712 \times 10^{-9} \text{ ml}$
 $1/549755813888L = 1.818989403545856 \times 10^{-9} \text{ ml}$
 $1/1099511627776L = 9.09494701772928 \times 10^{-10} \text{ ml}$
 $1/2199023255552L = 4.54747350886464 \times 10^{-10} \text{ ml}$
 $1/4398046511104L = 2.27373675443232 \times 10^{-10} \text{ ml}$
 $1/8796093022208L = 1.13686837721616 \times 10^{-10} \text{ ml}$
 $1/17592186044416L = 5.6843418860808 \times 10^{-11} \text{ ml}$
 $1/35184372088832L = 2.8421709430404 \times 10^{-11} \text{ ml}$
 $1/70368744177664L = 1.4210854715202 \times 10^{-11} \text{ ml}$
 $1/140737488355328L = 7.105427357601 \times 10^{-12} \text{ ml}$
 $1/281474976710656L = 3.5527136788005 \times 10^{-12} \text{ ml}$
 $1/562949953421312L = 1.77635683940025 \times 10^{-12} \text{ ml}$
 $1/1125899906842624L = 8.88178419700125 \times 10^{-13} \text{ ml}$
 $1/2251799813685248L = 4.440892098500625 \times 10^{-13} \text{ ml}$
 $1/4503599627370496L = 2.2204460492503125 \times 10^{-13} \text{ ml}$
 $1/9007199254740992L = 1.1102230246251562 \times 10^{-13} \text{ ml}$
 $1/18014398509481984L = 5.551115123125781 \times 10^{-14} \text{ ml}$
 $1/36028797018963968L = 2.7755575615628905 \times 10^{-14} \text{ ml}$
 $1/72057594037927936L = 1.3877787807814452 \times 10^{-14} \text{ ml}$
 $1/144115188075855872L = 6.938893903907226 \times 10^{-15} \text{ ml}$
 $1/288230376151711744L = 3.469446951953613 \times 10^{-15} \text{ ml}$
 $1/576460752303423488L = 1.7347234759768065 \times 10^{-15} \text{ ml}$
 $1/1152921504606846976L = 8.673617379884032 \times 10^{-16} \text{ ml}$
 $1/2305843009213693952L = 4.336808689942016 \times 10^{-16} \text{ ml}$
 $1/4611686018427387904L = 2.168404344971008 \times 10^{-16} \text{ ml}$
 $1/9223372036854775808L = 1.084202172485504 \times 10^{-16} \text{ ml}$
 $1/18446744073709551616L = 5.42101086242752 \times 10^{-17} \text{ ml}$
 $1/36893488147419103232L = 2.71050543121376 \times 10^{-17} \text{ ml}$
 $1/73786976294838206464L = 1.35525271560688 \times 10^{-17} \text{ ml}$
 $1/147573952589676412928L = 6.7762635780344 \times 10^{-18} \text{ ml}$
 $1/295147905179352825856L = 3.3881317890172 \times 10^{-18} \text{ ml}$
 $1/590295810358705651712L = 1.6940658945086 \times 10^{-18} \text{ ml}$
 $1/1180591620717411303424L = 8.470329472543 \times 10^{-19} \text{ ml}$
 $1/2361183241434822606848L = 4.2351647362715 \times 10^{-19} \text{ ml}$
 $1/4722366482869645213696L = 2.11758236813575 \times 10^{-19} \text{ ml}$
 $1/9444732965739290427392L = 1.058791184067875 \times 10^{-19} \text{ ml}$
 $1/18889465931478580854784L = 5.293955920339375 \times 10^{-20} \text{ ml}$
 $1/37778931862957161709568L = 2.6469779601696875 \times 10^{-20} \text{ ml}$
 $1/75557863725914323419136L = 1.3234889800848437 \times 10^{-20} \text{ ml}$
 $1/151115727451828646838272L = 6.617444900424218 \times 10^{-21} \text{ ml}$
 $1/302231454903657293676544L = 3.308722450212109 \times 10^{-21} \text{ ml}$
 $1/604462909807314587353088L = 1.6543612251060545 \times 10^{-21} \text{ ml}$
 $1/1208925819614629174706176L = 8.271806125530272 \times 10^{-22} \text{ ml}$
 $1/2417851639229258349412352L = 4.135903062765136 \times 10^{-22} \text{ ml}$
 $1/4835703278458516698824704L = 2.067951531382568 \times 10^{-22} \text{ ml}$
 $1/9671406556917033397649408L = 1.033975765691284 \times 10^{-22} \text{ ml}$
 $1/19342813113834066795298816L = 5.16987882845642 \times 10^{-23} \text{ ml}$
 $1/38685626227668133590597632L = 2.58493941422821 \times 10^{-23} \text{ ml}$
 $1/77371252455336267181195264L = 1.292469707114105 \times 10^{-23} \text{ ml}$
 $1/154742504910672534362390528L = 6.462348535570525 \times 10^{-24} \text{ ml}$
 $1/309485009821345068724781056L = 3.2311742677852625 \times 10^{-24} \text{ ml}$
 $1/618970019642690137449562112L = 1.6155871338926312 \times 10^{-24} \text{ ml}$
 $1/1237940039285380274899124224L = 8.077935669463156 \times 10^{-25} \text{ ml}$
 $1/2475880078570760549798248448L = 4.038967834731578 \times 10^{-25} \text{ ml}$
 $1/4951760157141521099596496896L = 2.019483917365789 \times 10^{-25} \text{ ml}$
 $1/9903520314283042199192993792L = 1.0097419586828945 \times 10^{-25} \text{ ml}$
 $1/19807040628566084398385987584L = 5.048709793414472 \times 10^{-26} \text{ ml}$
 $1/39614081257132168796771975168L = 2.524354896707236 \times 10^{-26} \text{ ml}$
 $1/79228162514264337593543950336L = 1.262177448353618 \times 10^{-26} \text{ ml}$
 $1/158456325028528675187087900672L = 6.31088724176809 \times 10^{-27} \text{ ml}$
 $1/316912650057057350374175801344L = 3.155443620884045 \times 10^{-27} \text{ ml}$
 $1/633825300114114700748351602688L = 1.5777218104420225 \times 10^{-27} \text{ ml}$
 $1/1267650600228229401496703205376L = 7.888609052210112 \times 10^{-28} \text{ ml}$
 $1/2535301200456458802993406410752L = 3.944304526105056 \times 10^{-28} \text{ ml}$
 $1/5070602400912917605986812821504L = 1.972152263052528 \times 10^{-28} \text{ ml}$
 $1/10141204801825835211973625643008L = 9.86076131526264 \times 10^{-29} \text{ ml}$
 $1/20282409603651670423947251286016L = 4.93038065763132 \times 10^{-29} \text{ ml}$
 $1/40564819207303340847894502572032L = 2.46519032881566 \times 10^{-29} \text{ ml}$
 $1/81129638414606681695789005144064L = 1.23259516440783 \times 10^{-29} \text{ ml}$
 $1/162259276829213363391578010288128L = 6.16297582203915 \times 10^{-30} \text{ ml}$
 $1/324518553658426726783156020576256L = 3.081487911019575 \times 10^{-30} \text{ ml}$
 $1/649037107316853453566312041152512L = 1.5407439555097875 \times 10^{-30} \text{ ml}$
 $1/1298074214633706907132624082305024L = 7.703719777548937 \times 10^{-31} \text{ ml}$
 $1/2596148429267413814265248164610048L = 3.8518598887744685 \times 10^{-31} \text{ ml}$
 $1/5192296858534827628530496329220096L = 1.9259299443872342 \times 10^{-31} \text{ ml}$
 $1/10384593717069655257060992658440192L = 9.629649721936171 \times 10^{-32} \text{ ml}$
 $1/20769187434139310514121985316880384L = 4.8148248609680855 \times 10^{-32} \text{ ml}$
 $1/41538374868278621028243970633760768L = 2.4074124304840427 \times 10^{-32} \text{ ml}$
 $1/83076749736557242056487941267521536L = 1.2037062152420213 \times 10^{-32} \text{ ml}$
 $1/166153499473114484112975882535043072L = 6.0185310762101065 \times 10^{-33} \text{ ml}$
 $1/332306998946228968225951765070086144L = 3.0092655381050532 \times 10^{-33} \text{ ml}$
 $1/664613997892457936451903530140172288L = 1.5046327690525266 \times 10^{-33} \text{ ml}$
 $1/1329227995784915872903807060280344576L = 7.523163845262633 \times 10^{-34} \text{ ml}$
 $1/2658455991569831745807614120560689152L = 3.7615819226313165 \times 10^{-34} \text{ ml}$
 $1/5316911983139663491615228241121378304L = 1.8807909613156582 \times 10^{-34} \text{ ml}$
 $1/10633823966279326983230456482242756608L = 9.403954806578291 \times 10^{-35} \text{ ml}$
 $1/21267647932558653966460912964485513216L = 4.7019774032891455 \times 10^{-35} \text{ ml}$
 $1/42535295865117307932921825928971026432L = 2.3509887016445727 \times 10^{-35} \text{ ml}$
 $1/85070591730234615865843651857942052864L = 1.1754943508222863 \times 10^{-35} \text{ ml}$
 $1/170141183460469231731687303715884105728L = 5.8774717541114315 \times 10^{-36} \text{ ml}$
 $1/340282366920938463463374607431768211456L = 2.9387358770557157 \times 10^{-36} \text{ ml}$
 $1/680564733841876926926749214863536422912L = 1.4693679385278578 \times 10^{-36} \text{ ml}$
 $1/1361129467683753853853498429727072845824L = 7.346839692639289 \times 10^{-37} \text{ ml}$
 $1/2722258935367507707706996859454145691648L = 3.6734198463196445 \times 10^{-37} \text{ ml}$
 $1/5444517870735015415413993718908291383296L = 1.8367099231598222 \times 10^{-37} \text{ ml}$
 $1/10889035741470030830827987437816582766592L = 9.183549615799111 \times 10^{-38} \text{ ml}$
 $1/21778071482940061661655974875633165533184L = 4.5917748078995555 \times 10^{-38} \text{ ml}$
 $1/43556142965880123323311949751266331066368L = 2.2958874039497777 \times 10^{-38} \text{ ml}$
 $1/87112285931760246646623899502532662132736L = 1.1479437019748888 \times 10^{-38} \text{ ml}$
 $1/174224571863520493293247799005065324265472L = 5.739718509874444 \times 10^{-39} \text{ ml}$
 $1/348449143727040986586495598010130648530944L = 2.869859254937222 \times 10^{-39} \text{ ml}$
 $1/696898287454081973172991196020261297061888L = 1.434929627468611 \times 10^{-39} \text{ ml}$
 $1/1393796574908163946345982392040522594123776L = 7.174648137343055 \times 10^{-40} \text{ ml}$
 $1/2787593149816327892691964784081045188247552L = 3.5873240686715275 \times 10^{-40} \text{ ml}$
 $1/5575186299632655785383929568162090376495104L = 1.7936620343357637 \times 10^{-40} \text{ ml}$
 $1/11150372599265311570767859136324180752990208L = 8.968310171678818 \times 10^{-41} \text{ ml}$
 $1/22300745198530623141535718272648361505980416L = 4.484155085839409 \times 10^{-41} \text{ ml}$
 $1/44601490397061246283071436545296723011960832L = 2.2420775429197045 \times 10^{-41} \text{ ml}$
 $1/89202980794122492566142873090593446023921664L = 1.1210387714598522 \times 10^{-41} \text{ ml}$
 $1/178405961588244985132285746181186892047843328L = 5.605193857299261 \times 10^{-42} \text{ ml}$
 $1/356811923176489970264571492362373784095686656L = 2.8025969286496305 \times 10^{-42} \text{ ml}$
 $1/713623846352979940529142984724747568191373312L = 1.4012984643248152 \times 10^{-42} \text{ ml}$
 $1/1427247692705959881058285969449495136382746624L = 7.006492321624076 \times 10^{-43} \text{ ml}$
 $1/2854495385411919762116571938898990272765493248L = 3.503246160812038 \times 10^{-43} \text{ ml}$
 $1/5708990770823839524233143877797980545530986496L = 1.751623080406019 \times 10^{-43} \text{ ml}$
 $1/11417981541647679048466287755595961091061972992L = 8.758115402030095 \times 10^{-44} \text{ ml}$
 $1/22835963083295358096932575511191922182123945984L = 4.3790577010150475 \times 10^{-44} \text{ ml}$
 $1/45671926166590716193865151022383844364247891968L = 2.1895288505075237 \times 10^{-44} \text{ ml}$
 $1/91343852333181432387730302044767688728495783936L = 1.0947644252537618 \times 10^{-44} \text{ ml}$
 $1/182687704666362864775460604089535377456991567872L = 5.473822126268809 \times 10^{-45} \text{ ml}$
 $1/365375409332725729550921208179070754913983135744L = 2.7369110631344045 \times 10^{-45} \text{ ml}$
 $1/730750818665451459101842416358141509827966271488L = 1.3684555315672022 \times 10^{-45} \text{ ml}$
 $1/1461501637330902918203684832716283019655932542976L = 6.842277657836011 \times 10^{-46} \text{ ml}$
 $1/2923003274661805836407369665432566039311865085952L = 3.4211388289180055 \times 10^{-46} \text{ ml}$
 $1/5846006549323611672814739330865132078623730171904L = 1.7105694144590027 \times 10^{-46} \text{ ml}$
 $1/11692013098647223345629478661730264157247460343808L = 8.552847072295013 \times 10^{-47} \text{ ml}$
 $1/23384026197294446691258957323460528314494920687616L = 4.2764235361475065 \times 10^{-47} \text{ ml}$
 $1/46768052394588893382517914646921056628989841375232L = 2.1382117680737532 \times 10^{-47} \text{ ml}$
 $1/93536104789177786765035829293842113257979682750464L = 1.0691058840368766 \times 10^{-47} \text{ ml}$
 $1/187072209578355573530071658587684226515959365500928L = 5.345529420184383 \times 10^{-48} \text{ ml}$
 $1/374144419156711147060143317175368453031918731001856L = 2.6727647100921915 \times 10^{-48} \text{ ml}$
 $1/748288838313422294120286634350736906063837462003712L = 1.3363823550460957 \times 10^{-48} \text{ ml}$
 $1/1496577676626844588240573268701473812127674924007424L = 6.6819117752304785 \times 10^{-49} \text{ ml}$
 $1/2993155353253689176481146537402947624255349848014848L = 3.3409558876152392 \times 10^{-49} \text{ ml}$
 $1/5986310706507378352962293074805895248510699696029696L = 1.6704779438076196 \times 10^{-49} \text{ ml}$
 $1/11972621413014756705924586149611790497021399392059392L = 8.352389719038098 \times 10^{-50} \text{ ml}$
 $1/23945242826029513411849172299223580994042798784118784L = 4.176194859519049 \times 10^{-50} \text{ ml}$
 $1/478904856520590$

4. Ce groupe d'élèves en difficulté s'est efforcé de proposer une présentation soignée. La lecture graphique n'a pas été abordée et l'usage de symboles mathématiques est délaissé au profit d'une rédaction claire et précise.

C'est la chandeleur

1)



Pour trouver 725 ml. avec un dosoir, il faut remplir 2 fois $\frac{1}{10}$ ce qui fait 100 ml. Ensuite, il faut remplir 1 fois $\frac{1}{20}$ ce qui fait 500 ml. Enfin, il faut remplir 1 fois $\frac{1}{20}$ ce qui fait 50 ml.

2)



Pour trouver 600 ml de farine à l'aide de cuillères mesures tupperware, il faut remplir une fois le dosoir ($\frac{1}{2}$) et rajouter $\frac{1}{10}$ ce qui fait 100 ml.

5 - Ces élèves en grande difficulté n'ont pas démérité non plus en composant un bilan complet de leur travail.

C'est la chandeleur



Pour trouver 725 ml. de farine, il faut remplir 2 fois $\frac{1}{10}$ ce qui fait 100 ml. Ensuite, il faut remplir 1 fois $\frac{1}{20}$ ce qui fait 500 ml. Enfin, il faut remplir 1 fois $\frac{1}{20}$ ce qui fait 50 ml.

Pour trouver 600 ml de farine à l'aide de cuillères mesures tupperware, il faut remplir une fois le dosoir ($\frac{1}{2}$) et rajouter $\frac{1}{10}$ ce qui fait 100 ml.

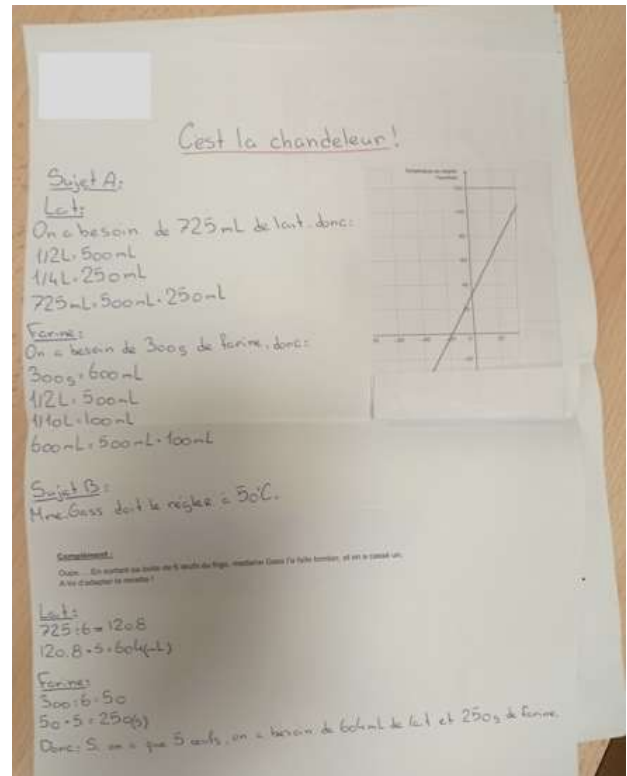
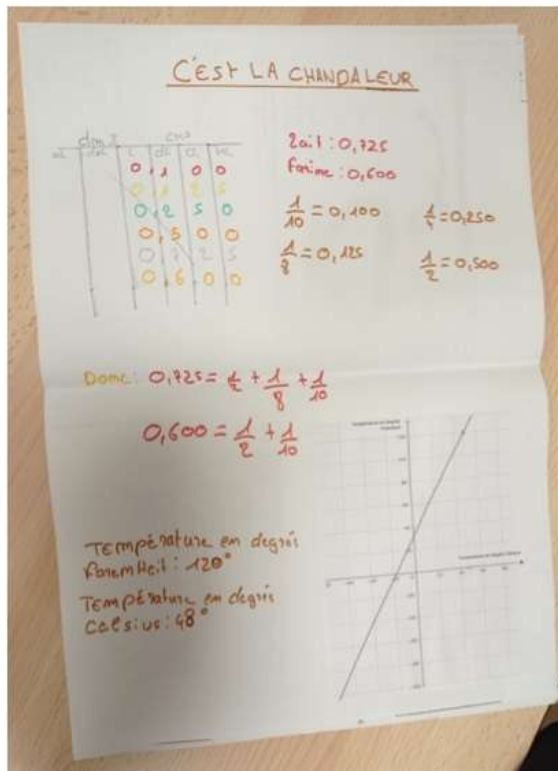
Bilan de la semaine :

- 100 ml de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine

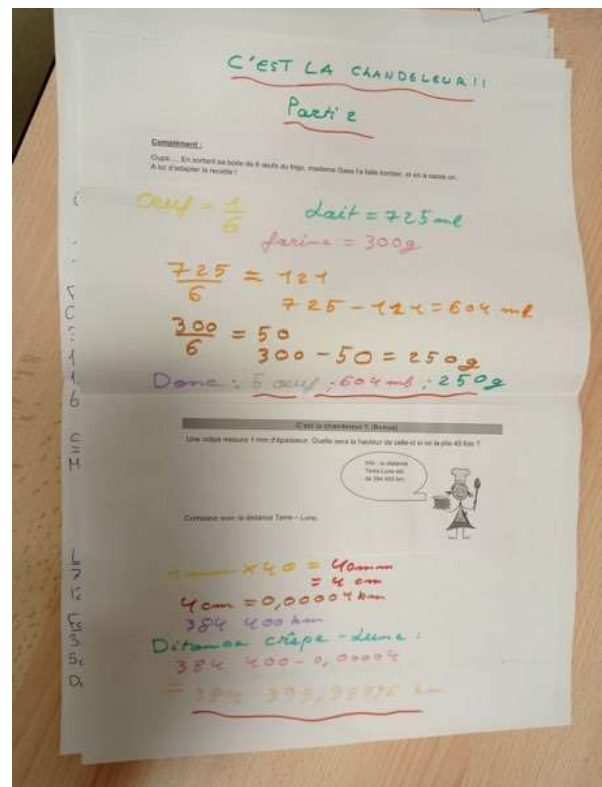
Bilan de la semaine :

- 100 ml de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine
- 100 g de farine

6 - Les élèves allophones compensent leurs difficultés en langue par un travail mathématique enjoué et une présentation assez colorée. Les efforts de rédaction ne sont pas négligeables.



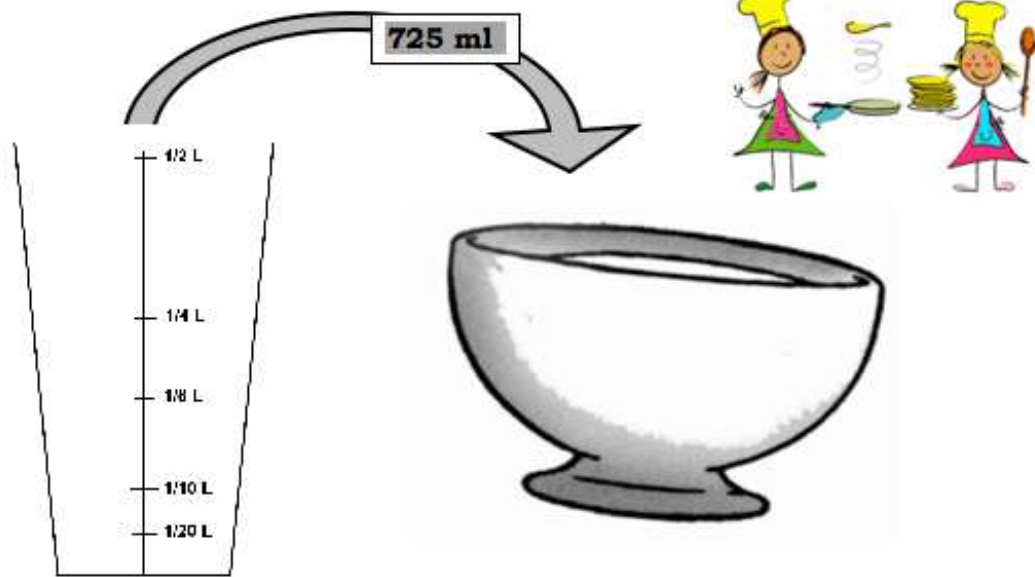
7 - Là encore, on trouve des mathématiques hautes en couleur.
Le problème de la distance Terre-Lune n'a pu être achevé.



DOCUMENTS ÉLÈVES

Annexe 1 : activité destinée aux élèves allophones et à ceux en très grande difficulté

C'est la chandeleur !!



A l'aide du verre mesureur représenté ci-dessus, tu dois mettre 725 ml de lait dans le bol pour préparer ta pâte à crêpes.
Explique comment tu vas t'y prendre.

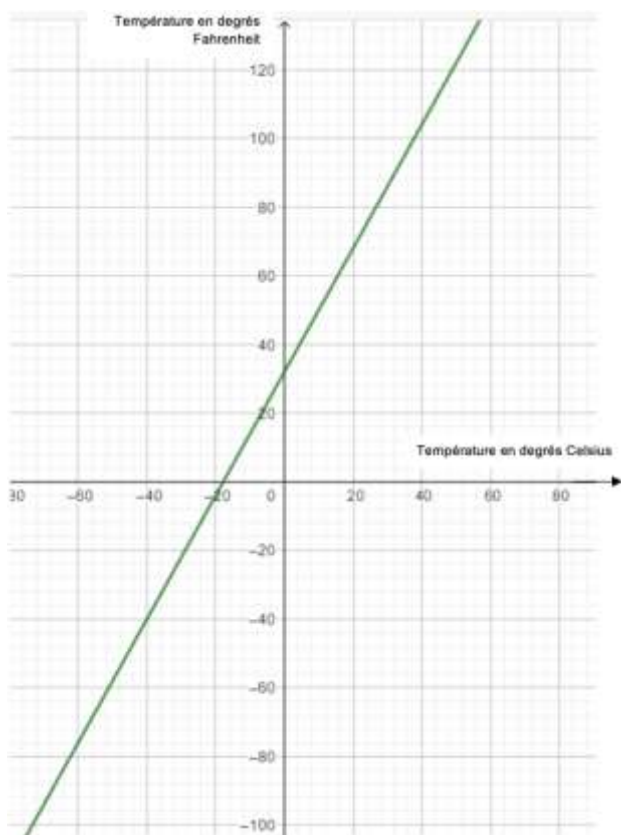
Annexe 2 : Le problème du four

Madame Merrotto a eu un problème sur la route et téléphone pour prévenir de son retard.

Elle conseille à madame Gass de mettre les crêpes au four pour les maintenir au chaud, c'est ce qu'elle faisait lorsqu'elle était aux États-Unis, et lui conseille la température de 120° Fahrenheit (pas plus, au risque de casser l'assiette !).

Le four de Mme Gass indique des degrés Celsius.

En vous aidant du graphique, à quelle température doit-elle le régler ?

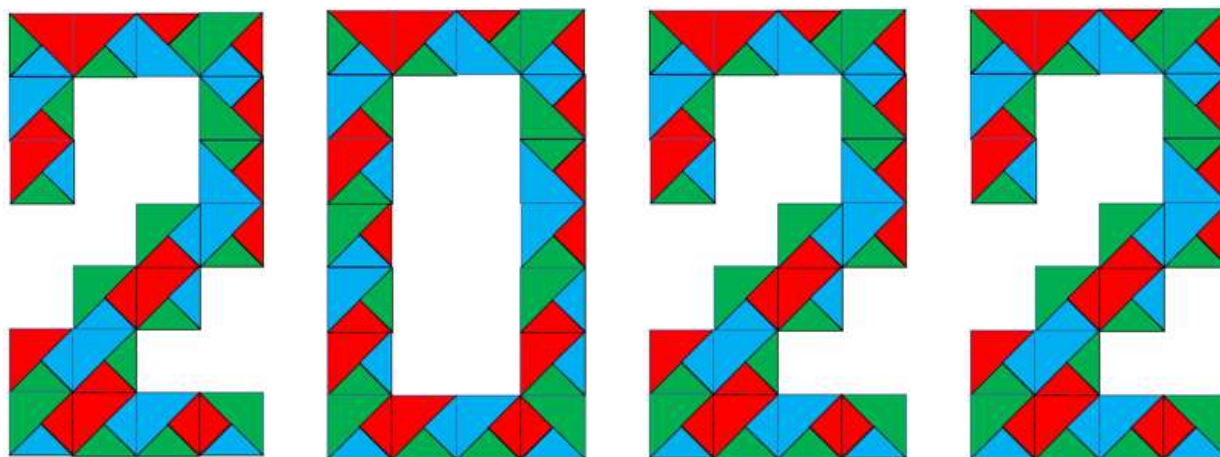


Annexe 3 : Première question bonus : maladresse

Oups.... En sortant sa boîte de 6 œufs du frigo, madame Gass l’a faite tomber, et en a cassé un.
À toi d’adapter la recette !

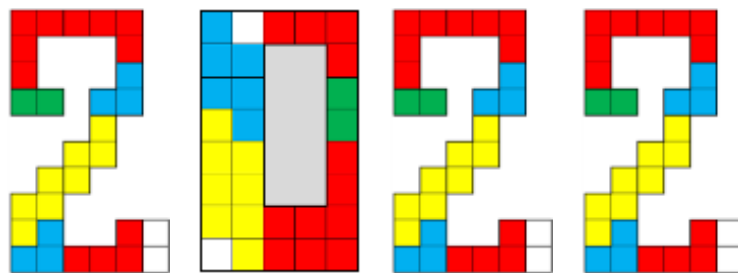
Annexe 4 : Seconde question bonus : le problème Terre-Lune

Une crêpe mesure 1 mm d’épaisseur.
Quelle sera la hauteur de celle-ci si on la plie 40 fois ?

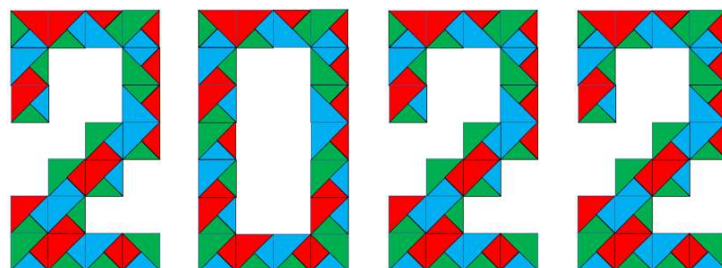


(carrés de MacMahon « du Caire »)

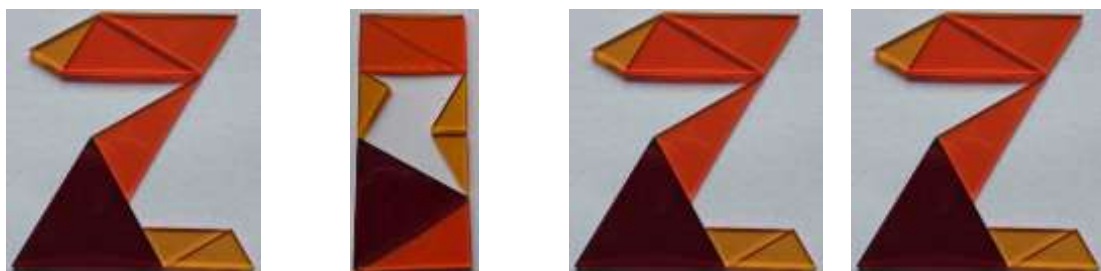
Le comité régional
de l'APMEP Lorraine
vous souhaite
une très bonne année !



(puzzle aztèque)

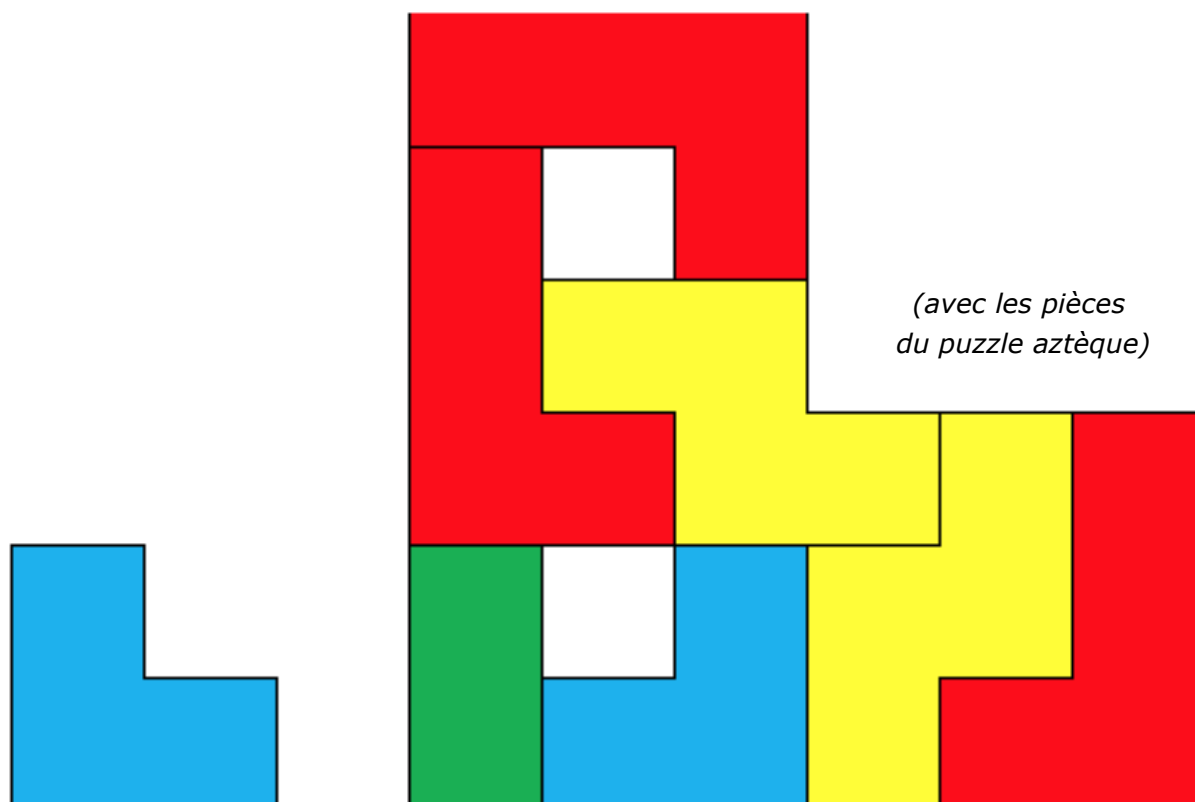


(carrés de MacMahon « du Caire »)



(puzzle 7 triangles)

[Retour au sommaire](#)



Accueillir fait grandir !

Et si cela restait vrai en **2022** ?

Vous pourrez demander à vos élèves de trouver le coefficient d'agrandissement du « petit L » bleu au « grand L » quadricolore. Communiquez-nous leurs réponses et leurs démarches.

DANS NOS CLASSES**LA CITÉ AUX ÉNIGMES**

Par Thi-Tuong-Vi Fabbian

Lycée Raymond Poincaré, Bar-le-Duc (55)

Durant les vacances d'été, en août 2020, avec les enfants, nous avons eu le plaisir de découvrir le [Fort aux énigmes](#) de Mont-lès-Neufchâteau (88) ! De retour à la maison, une envie m'animait : pourquoi ne pas faire une sorte de parcours-jeu à la Cité Scolaire Poincaré, permettant aux collégiens et lycéens volontaires, de résoudre des énigmes mathématiques ? Tout en parcourant la Cité Scolaire (cour et bâtiment), les élèves résoudraient ces énigmes qui les mèneraient vers la découverte d'un mot-clé reliant les Mathématiques et la société (c'était en effet le thème annoncé de la semaine des Mathématiques).

Le contexte sanitaire en raison du COVID-19 étant ce qu'il était, je devais réadapter la conception du jeu : ne mettre les énigmes qu'en extérieur et suffisamment éloignées pour éviter les regroupements.

Objectifs du projet

- Faire découvrir la Cité Scolaire (pour les nouveaux élèves).
- Lire un plan pour repérer où sont apposées les affiches.
- Réinvestir ou découvrir des connaissances de collège et/ou lycée, y compris le côté historique ou ludique de certaines notions.
- Faire des Mathématiques (chercher, raisonner, représenter, calculer...) pour le plaisir de jouer uniquement !
- Réutiliser un raisonnement pour résoudre un problème similaire (la solution du 1^{er} problème ayant déjà été expliquée).

Description

En amont, une recherche des énigmes avait été faite. À nouveau, les journées régionales et nationales de l'APMEP m'avaient été d'une grande aide ! J'y avais découvert sur un des stands le « Calendrier Mathématique 2020 - Une histoire d'algorithmes » - PUG (les Presses Universitaires de Grenoble), où piocher des sujets intéressants. D'autres livres personnels d'énigmes m'ont également bien servi. Des indications, des anecdotes avaient été ensuite rajoutées au verso des affiches, selon les questions.

Les dix énigmes (imprimées au format A4, éventuellement en recto-verso) avaient donc été plastifiées et affichées durant une semaine, laissant aux élèves l'autonomie de la recherche à tout moment. Sur chaque affiche, pouvait figurer une aide, un rappel de cours ou une anecdote historique, en rapport avec la question posée (**cf. annexe 1**).

Les élèves volontaires disposaient de la fiche-réponse (au format A5) avec au verso le plan de la Cité Scolaire (**cf. annexe 2**), indiquant à la main l'emplacement de chaque énigme.

La fiche-réponse (**cf. annexe 3**), demandée au professeur de la classe, devait lui être rendue avant la date limite. Les réponses obtenues permettaient de retrouver des lettres, qui remises dans l'ordre, donnaient le mot-clé final.

Cette 1^{ère} partie du projet s'est faite en automne durant le 1^{er} trimestre, afin de permettre une 2^e partie du projet, au cours du 3^e trimestre.

La 2^e partie consistait en un concours d'énigmes sur table (concours par équipes, au collège, et concours individuel en lycée), sous forme de Q.C.M., à la manière du concours Kangourou avec cette fois-ci classement et récompense à la clé. Les élèves volontaires s'inscrivaient et un sujet différent par niveau de la 6^e à la Terminale était proposé (**cf. annexe 4**). Le sujet comportait des énigmes identiques au Parcours-jeu du mois d'octobre (dont les solutions avaient été diffusées préalablement sur l'E.N.T. pour un éventuel entraînement personnel), des énigmes similaires avec des données numériques autres et enfin, de nouvelles énigmes originales.

Analyse

Le parcours-jeu était intéressant ; du personnel de la Cité Scolaire était également curieux de le faire. Cela nécessitait cependant une intendance, un contrôle régulier des affiches car leur état pouvait se dégrader en raison de la météo (pluie, bourrasques de vent...).

On pouvait voir des élèves réfléchir aux énigmes durant la semaine, mais hélas peu d'élèves ont rendu leur fiche-réponses.

En revanche, la 2^e partie du projet, le concours d'énigmes sous forme de Q.C.M., a connu un grand nombre d'inscrits (environ 120 élèves). Quelques-uns n'ont malheureusement pas pu se présenter le jour J, en raison du protocole sanitaire (cas positifs, cas contacts) ou d'un entretien de concours etc. La remise des prix s'est faite au moins de juin.



Remise des prix aux lycéens



Remise des prix aux collégiens

Personnellement, bien que la préparation du parcours-jeu eût été un réel plaisir, le faible retour des fiches-réponses, le coût personnel des impressions et de la plastification me font m'interroger sur l'envie de le renouveler (d'autant plus que les énigmes, plastifiées, devront changer chaque année ! ...)

En revanche, la 2^e partie du projet semblait motiver davantage d'élèves de la Cité Scolaire, le bilan de participation en était plus visible aussi. Était-ce le format « Q.C.M. » ou sûrement le désir de réaliser des défis entre camarades ? Dans tous les cas, avec l'équipe de Mathématiques, nous le referons très certainement durant cette nouvelle année scolaire...

ANNEXE 1**Annnonce du Parcours-jeu et quelques énoncés d'énigmes****« LA CITÉ AUX ÉNIGMES »**

Venez découvrir la Cité aux Énigmes !

Du lundi 05 au vendredi 09 octobre, en venant vous y amuser, vous découvrirez le mot-clé qui régit notre société... Le parcours avec ses 10 énigmes restera accessible durant la semaine à tout moment. Merci de respecter le matériel mis à disposition afin que tous puissent en profiter.

Donc, si vous souhaitez y participer, il suffit de demander une fiche-réponse à votre professeur de Mathématiques. Une fois la fiche complétée, remettez-la lui avant le lundi 12 octobre 17h30.

Enfin, pour prolonger ce parcours, rendez-vous pour ceux qui le souhaitent à une date communiquée ultérieurement pour un concours bilan avec des questions identiques, certaines similaires et d'autres tout aussi originales, avec classement et remise des prix.

A l'annonce de la date, inscrivez-vous auprès de votre professeur de Mathématiques.

Mme FABBIAN,

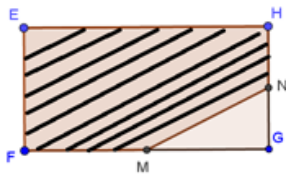
pour l'Équipe de Mathématiques de la Cité



1.

Dans le rectangle EFGH, M est le milieu de [FG] et N est le milieu de [GH].

Si $GN = 4$ cm et $MG = 5$ cm, quel pourcentage de l'aire du rectangle est hachuré ?



La Cité aux Enigmes



2.

Quatre footballeurs se rejettent la paternité d'un but. Julian dit que l'auteur du but est Arthur. Arthur dit qu'il s'agit d'Emilien, mais Emilien accuse en réponse Arthur de mentir. Enfin, Léonard jure ne pas avoir mis le but.

En sachant que seul l'un des quatre dit la vérité, qui est l'auteur du but ?

La Cité aux Enigmes



3.

Dans un sac, il y a deux sortes de fruits et au total il y a 24 fruits.

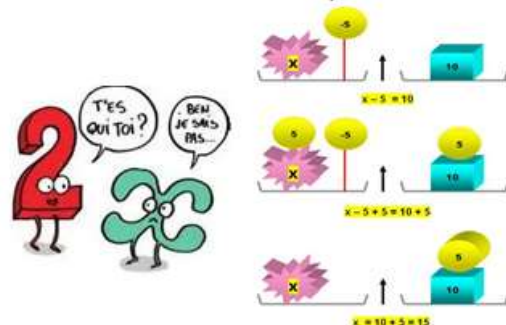
S'il y a six oranges de plus que de bananes, quel est le rapport entre le nombre d'oranges et le nombre de bananes ?

La Cité aux Enigmes

Indications

3.

Le calcul littéral est le calcul... avec des lettres. Il permet par exemple d'établir l'égalité de deux formules quelle que soit la valeur de ces lettres. Il est indispensable pour l'étude des mathématiques.



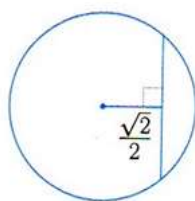
La Cité aux Enigmes



4.

Une droite est tracée à une distance de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm du centre d'un cercle de rayon 1 cm, et divise ce cercle en deux parties.

Quelle est l'aire de la partie la plus petite ?



La Cité aux Enigmes

Indications

4.

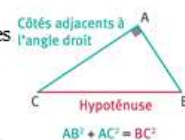
• Aire de figures usuelles :

Rectangle	Carré	Disque
Aire du rectangle : $a \times b$	Aire du carré : $c \times c = c^2$	Aire du disque : $\pi \times r \times r = \pi \times r^2$
Triangle rectangle	Triangle quelconque	
Aire du triangle rectangle : $\frac{a \times b}{2}$	Aire du triangle : $\frac{b \times h}{2}$	

• **Pythagore** : est né à Samos, en Grèce, vers -570 avant J.C. Il est à la fois mathématicien, astronome, savant et philosophe. Pythagore acquiert ses connaissances au cours de ses voyages (Syrie, Egypte, Babylone, ...).

Il fait progresser l'arithmétique (science des nombres) et agrandit l'univers des mathématiques avec la musique et la mécanique.

Le célèbre **théorème de Pythagore** était en fait déjà connu sur des cas particuliers par les Chinois et les Babyloniens 1000 ans avant lui...



La Cité aux Enigmes



7.

Une suite de nombres

$$a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$$

est définie de la manière suivante :

- les deux premiers termes sont égaux à 1,
- puis pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $a_{n+1} = n(a_{n-1} + a_n)$.

Quel est le chiffre des unités de

$$a_{2020} ?$$

La Cité aux Enigmes

Indications

7.



Calculez les premiers termes et observez !

$$\begin{array}{r}
 1 + 2 + 3 + \dots + 49 + 50 \\
 100 + 99 + 98 + \dots + 52 + 51 \\
 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 \\
 = 50 \cdot 101 = 5050
 \end{array}$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



GAUSS (Gauß) Karl Friedrich, allemand, 1777-1855

La Cité aux Enigmes

ANNEXE 2



« LA CITÉ AUX ÉNIGMES »

Du 05 au 09 octobre 2020



X Emplacement des énigmes

[Retour au sommaire](#)

ANNEXE 3 : Fiche-réponses & corrigé

NOM, Prénom : Classe :

« LA CITÉ AUX ÉNIGMES » : Fiche-réponses

(à rendre avant le lundi 12 octobre - 17h30)

N°	Réponse à l'énigme	Information à conserver, concernant la réponse trouvée	Lettre correspondante dans l'alphabet, sachant que le code est le suivant : 1 = A ; 2 = B etc...
1		Le chiffre des dizaines est	
2		La 1 ^{ère} lettre est	
3		Le numérateur est	
4		Multiplier la réponse obtenue par 25 et en prendre la partie entière :	
5		Ajouter la réponse obtenue avec celle de l'énigme n°10 :	
6		Calculer la différence du double de la réponse et de 2 :	
7		Prendre la lettre qui a la même forme que la réponse obtenue.	
8		Parmi les solutions, prendre le nombre positif qui n'est pas premier :	
9		Prendre le chiffre des unités du dénominateur :	
10		Prendre le nombre premier qui suit la réponse obtenue :	

→ En reprenant les lettres dans l'ordre suivant : questions n° 2 – 7 – 4 – 8 – 6 – 9 – 5 – 1 – 10 – 3 ,
trouvez le mot mystère :

→ En prenant l'anagramme du mot mystère, vous découvrirez le mot-clé qui régit notre société :

.....

*Bonne découverte d'une partie de l'univers des Mathématiques,
ancrée dans notre société !*

« LA CITÉ AUX ÉNIGMES » : Fiche-réponses

N°	Réponse à l'énigme	Information à conserver, concernant la réponse trouvée	Lettre correspondante dans l'alphabet, sachant que le code est le suivant : 1 = A ; 2 = B etc...
1	87,5 %	Le chiffre des dizaines est 8	H
2	Léonard	La 1 ^{ère} lettre est L	L
3	5/3	Le numérateur est 5	E
4	$\pi/4 - 1/2$	Multiplier la réponse obtenue par 25 et en prendre la partie entière : 7	G
5	9 chiffres	Ajouter la réponse obtenue avec celle de l'énigme n°10 : 20	T
6	10 sacs	Calculer la différence du double de la réponse et de 2 : 18	R
7	0	Prendre la lettre qui a la même forme que la réponse obtenue.	O
8	-1 ; 1 ; -3 ; 3 ; -5 ; 5	Parmi les solutions, prendre le nombre positif qui n'est pas premier : 1	A
9	1 / 2019	Prendre le chiffre des unités du dénominateur : 9	I
10	11	Prendre le nombre premier qui suit la réponse obtenue : 13	M

→ En reprenant les lettres dans l'ordre suivant : questions n° 2 – 7 – 4 – 8 – 6 – 9 – 5 – 1 – 10 – 3 ,
trouvez le mot mystère : **LOGARITHME**

→ En prenant l'anagramme du mot mystère, vous découvrirez le mot-clé qui régit notre société :

ALGORITHME

Voici une partie de l'univers des Mathématiques, ancrée dans notre société !

ANNEXE 4 : Exemples de sujet du concours d'énigmes (2^e partie du projet)

Zone à recoller

Classe : EQUIPE N°

Plier suivant les pointillés

Coller ici l'étiquette comportant les NOMS, prénoms de votre équipe

Zone à recoller

CONCOURS d'ENIGMES MATHÉMATIQUES

6^e / 5^e Mars 2021

CONSIGNES :

- La calculatrice est autorisée.
- Pour chacune des dix énigmes, entourer la seule et unique bonne réponse.
- Pour le barème :
 - Bonne réponse : + 1 point
 - Réponse fautive : - 0,5 point
 - Absence de réponse : 0 point
- Les brouillons (non pénalisants) seront à **insérer obligatoirement** dans la copie. Ils ne doivent pas comporter de noms, prénoms, ni de classe.

SCORE TOTAL : / 20

N°	Énoncés	Réponses				Score
		A	B	C	D	
5	Combien de chiffres composent le nombre $2^5 \times 5^4 \times 10^3$?	9 chiffres	8 chiffres	7 chiffres	12 chiffres	
6	Quatre footballeurs se rejettent la paternité d'un but. Julien dit que l'auteur du but est Arthur. Arthur dit qu'il s'agit d'Emilien, mais Emilien accuse en réponse Arthur de mentir. Enfin, Léo jure ne pas avoir mis le but. En sachant que seul l'un des quatre dit la vérité, qui est l'auteur du but ?	Julien	Emilien	Léo	Arthur	
7	Après le point A, la rivière se divise en deux. 1/3 de l'eau prend l'une des branches et le reste prend l'autre. Plus loin, la seconde branche se divise à nouveau en deux, 3/4 de l'eau d'un côté, le reste de l'autre, vers le point B. Quelle proportion de l'eau qui en A passe aussi en B ? 	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	On ne peut pas savoir	
8	On souhaite colorier les cases du tableau en vert, rouge et bleu, de telle sorte que deux cases contiguës ne soient pas de la même couleur. Combien y a-t-il de colorations possibles ? 	24	48	15	243	

NE RIEN INSCRIRE DANS CE CADRE !

NE RIEN INSCRIRE DANS CE CADRE !

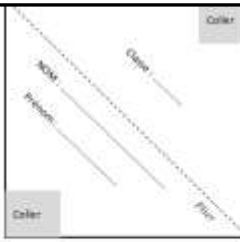
N°	Énoncés	Réponses				Score
		A	B	C	D	
1	Julien souhaite faire une provision de biscuits pour son chien. Il va dans une boutique et demande 100 biscuits exactement. Le vendeur lui répond : « J'ai seulement des sacs de cinq biscuits et des sacs de sept biscuits. » Si Julien veut le moins de sacs possible, combien de sacs de sept biscuits Julien recevra-t-il ?	10 sacs	18 sacs	20 sacs	5 sacs	
2	La moyenne de sept nombres est 6. Lorsque l'on ajoute un huitième nombre, la moyenne passe alors à 7. Quel est le nombre rajouté ?	11	13	8	14	
3	Dans le rectangle EFGH, M est le milieu de [FG] et N est le milieu de [GH].  Si GN = 4 cm et MG = 5 cm, quel pourcentage de l'aire du rectangle est hachuré ?	78,5 %	87,5 %	85 %	80 %	
4	Dans un sac, il y a deux sortes de fruits et au total il y a 32 fruits. S'il y a six pommes de plus que de kiwis, quel est le rapport entre le nombre de pommes et le nombre de kiwis ?	$\frac{15}{9}$	$\frac{15}{17}$	$\frac{19}{13}$	$\frac{8}{24}$	

9	Trouve le nombre en centième position de la suite suivante : 1 ; 3 ; 3 ; 3 ; 5 ; 5 ; 5 ; 5 ; 7 ; 7 ; ...	15	10	21	19	
10	Anne dit que son âge est de 50 ans, 50 mois, 50 semaines et 50 jours. Quel âge aura-t-elle à son prochain anniversaire ?	56	51	55	60	

Question subsidiaire : En prenant l'anagramme du mot ALGORITHME, trouver un mot en rapport avec les mathématiques :

.....





CONCOURS D'ÉNIGMES MATHÉMATIQUES

Terminales
Avril 2021

CONSIGNES :

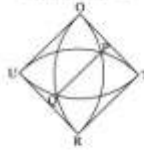
- La calculatrice est autorisée.
- Pour chaque énigme, entourer la seule et unique bonne réponse.
- Pour le barème :
 - Bonne réponse : + 1 point
 - Réponse fautive : - 0,5 point
 - Absence de réponse : 0 point
- Les brouillons (non pénalisants) seront à insérer obligatoirement dans la copie. Ils ne doivent pas comporter de noms, prénoms, ni de classe.

SCORE TOTAL : / 20

N°	Énoncés	Réponses				Score
		A	B	C	D	
1	Dans un sac, il y a deux sortes de fruits et au total il y a 32 fruits. S'il y a six pommes de plus que de kiwis, quel est le rapport entre le nombre de pommes et le nombre de kiwis ?	$\frac{15}{9}$	$\frac{15}{17}$	$\frac{19}{13}$	$\frac{8}{24}$	
2	La moyenne de huit nombres est 6. Lorsque l'on ajoute un neuvième nombre, la moyenne passe alors à 7. Que vaut le tiers du nombre rajouté ?	15	18	45	5	
3	Quatre footballeurs se rejettent la paternité d'un but. Jules dit que l'auteur du but est Alain. Alain dit qu'il s'agit d'Eméric, mais Eméric accuse en réponse Alain de mentir. Enfin, Luc jure ne pas avoir mis le but. En sachant que seul l'un des quatre dit la vérité, qui est l'auteur du but ?	Jules	Eméric	Luc	Alain	
4	Combien de chiffres composent le nombre $2^7 \times 10^3 \times 5^8$?	19 chiffres	12 chiffres	14 chiffres	13 chiffres	

N°	Énoncés	Réponses				Score
		A	B	C	D	
5	Dans le rectangle EFGH, M est le milieu de [FG] et N est le milieu de [GH].  Si GH = 8 cm et MG = 5 cm, quel pourcentage de l'aire du rectangle est non hachuré ?	15%	12,5 %	87,5%	20%	
6	Une suite de nombres $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ est définie de la manière suivante : • les deux premiers termes sont égaux à 1, • puis pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $a_{n+1} = n(a_{n-1} + a_n)$. Quel est le chiffre des unités de a_{2020} ?	Un chiffre pair différent de 0	3	0	1	
7	Quelle est la valeur de la somme : $\frac{2020}{11 \times 12} + \frac{2020}{12 \times 13} + \dots + \frac{2020}{2019 \times 2020}$?	$\frac{2009}{11}$	$\frac{2020}{11}$	$\frac{2020}{2009}$	200	
8	On note $n!$ le produit des entiers de 1 jusqu'à n. Autrement dit : $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$. Si $p! = 2^{15} \times 3^8 \times 5^3 \times 7^2 \times 11 \times 13$, combien vaut p ?	14	15	16	17	
9	Xavier a calculé le produit de l'âge qu'il avait il y a 55 ans par l'âge qu'il aura dans 55 ans, et a obtenu un nombre premier au cube. Quel est l'âge de Xavier ?	Le double de 28	Le triple de 22	La moitié de 106	Le double du carré de 6	

Soit **TOUR** un carré de côté 1. On trace, comme le montre la figure, les quarts de cercles de centres T, O, U et R. Combien vaut PQ ?



$\sqrt{3} - \sqrt{2}$
 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 $\frac{3}{4}$
 $\sqrt{3} - 1$

Question subsidiaire : En prenant l'anagramme des mots **POTIMARRON MAG**, former un mot en rapport avec les mathématiques :

.....

→ *Remarque :* Une anagramme est un mot formé en changeant de place les lettres d'un autre mot.

DANS NOS CLASSES**CROSSFIT**

Valérien Sauton
Collège Marie Curie, Troyes (10)

L'activité a pour thème le « Circuit Training », ou bien la marque déposée « CrossFit ». Après quelques exercices afin de reprendre en classe un peu de vocabulaire sportif, l'objectif final est la réalisation d'un programme sur Scratch permettant de paramétrer une séance complète de sport.

L'activité a été proposée à deux classes de troisième de 23 et 28 élèves.

Le CrossFit est une pratique sportive pluridisciplinaire combinant principalement des exercices de force athlétique, d'haltérophilie, de gymnastique et de sport d'endurance. Les entraînements de CrossFit sont appelés les WOD (workout of the day 1). Les WOD sont composés en général de plusieurs exercices, enchaînés selon différents formats : TABATA, EMOM, AMRAP etc.

**Origine**

Avant de préparer cette feuille d'exercices je connaissais déjà le « CrossFit » par le biais d'un cousin fortement impliqué. J'avais déjà entendu quelques élèves du collège en parler mais c'est en voyant l'enthousiasme de certains troisièmes ayant appris qu'ils en feraient en EPS que je me suis lancé.

Objectifs pédagogiques

Revoir plusieurs notions déjà abordées dans un contexte apprécié par les élèves afin qu'ils s'impliquent davantage en classe.

On y trouve des problèmes de proportionnalité, via un calcul de pourcentages et des conversions de devises. Un phénomène cyclique permet de rappeler aux élèves que la détermination du reste d'une division euclidienne peut être utile et de mentionner la fonction MOD sur tableur ou le bloc modulo de Scratch. Les élèves ont déjà été confrontés à une telle situation pour déterminer le signe astrologique chinois à partir de l'année de naissance.

L'objectif principal de cette activité reste cependant de montrer aux élèves une utilisation en pratique de Scratch et l'avantage qu'ils peuvent tirer de bases en programmation pour personnaliser un programme existant.

Déroulement de l'activité (en théorie)

- Première partie : 40 minutes en salle de classe.

Distribution du support de l'activité (voir annexe), lecture de l'énoncé et échange avec les élèves afin de rappeler les différents termes techniques, pour la plupart en anglais.

Recherche et correction des 3 premiers exercices.

Présentation de l'exercice 4 et des attentes de la prochaine séance en salle informatique.

- Deuxième partie : 1h en salle informatique.

Les élèves commencent par traiter l'exercice 4 et personnalisent leur programme à l'aide des différentes fonctionnalités offertes par Scratch : enregistrement de messages vocaux, modification de l'arrière-plan en ajoutant une image de coach, images explicatives des exercices à utiliser etc.

- Troisième partie : facultative, à la maison.

Les élèves poursuivent le travail de personnalisation amorcé en classe et me transmettent leur travail.

[Retour au sommaire](#)

Matériel utilisé

Vidéoprojecteur en salle de classe.
Salle informatique de 16 postes.

Évaluation

Les élèves déposent à l'issue de la séance leur fichier Scratch dans un casier de dépôt sur l'ENT afin d'avoir une note de TP.

Pour les séances en TP, l'évaluation est toujours très bienveillante dès lors que les élèves s'impliquent dans l'activité. Fortement sollicité, j'aide plus ou moins les élèves selon leur maîtrise des maths et de Scratch. Les élèves en difficulté mais volontaires n'ont jamais de note inférieure à la moyenne puisqu'une bonne partie du TP est réalisée avec mon aide.

Les critères d'évaluation sont :

- Comme à chaque TP, respect du nom de fichier demandé. J'indique au tableau que je souhaite la syntaxe suivante : NOM1_NOM2_CROSSFIT.sb3
- Reproduction des blocs présents sur la feuille d'énoncé : création de variables, de bloc, connaissance des blocs courants sur Scratch.
- Réalisation du bloc « compte_a_rebours » // arrivé là, un élève obtient 6/10.
- Réalisation du bloc « minute »
- Personnalisation du programme

Bilan

Le thème de l'activité a apporté un léger dynamisme à ces classes assez ternes. Des élèves n'ayant pas l'habitude de participer en mathématiques ont montré qu'ils avaient de bonnes connaissances sur le thème du CrossFit.

Les premiers exercices sont traités rapidement par les bons élèves, que l'on peut continuer à occuper en proposant d'autres exercices de dénombrement. (À prévoir la prochaine fois)

L'exercice 1 a rapidement mis en difficulté de nombreux élèves qui n'avaient pas identifié une situation de proportionnalité et en a démotivé rapidement quelques-uns. Deux versions de cet exercice pourraient être proposées.

Pour les élèves les plus en difficulté, la conversion d'unité livre/kg est compliquée et n'a pas vraiment d'intérêt pour cette activité. Le calcul de pourcentage me semble suffisant.

On pourrait proposer plusieurs versions, de la plus simple à la plus compliquée.

- 1) Pas de conversion livres/kg et livres/euros, se contenter du calcul de pourcentage.
- 2) Conversion livres/kg et calcul de pourcentage.
- 3) Énoncé indiqué : deux conversions et un calcul de pourcentage.

L'exercice 2, plus facile, pourrait aussi être proposé en premier.

Bonne surprise sur cet exercice 2, quelques élèves ont fait le lien avec le problème des signes astrologiques chinois et ont répondu à la question en calculant le reste de la division par 3.

En classe, j'ai eu le temps d'expliquer un peu le fonctionnement du bloc compte_a_rebours de l'exercice 4 afin de prendre de l'avance et laisser plus de temps pour la personnalisation du programme.

L'avancée des vacances scolaires et les périodes d'enseignement à distance à cause de la situation sanitaire ne m'ont malheureusement pas permis d'effectuer la séance en salle informatique la semaine suivante mais bien plus tard.

Traitée en classe entière au lieu de demi-groupes, cette séance fut assez laborieuse et peu d'élèves ont pu finir l'exercice 4 et se lancer dans la personnalisation du programme.

Annexe : document-élève**Crossfit**

Le CrossFit est une pratique sportive pluridisciplinaire combinant principalement des exercices de force athlétique, d'haltérophilie, de gymnastique et de sport d'endurance. Les entraînements de CrossFit sont appelés les WOD (workout of the day 1).

Les WOD sont composés en général de plusieurs exercices, enchaînés selon différents formats : TABATA, EMOM, AMRAP etc.

Le format EMOM, Every Minute On the Minute, demande au participant d'effectuer un nombre défini de répétitions d'un type d'exercices en moins d'une minute. Lorsqu'il a terminé, il peut se reposer avant de reprendre au début de la minute suivante.

**Exemple**

EMOM de 18 minutes: 15 pompes (push up), 15 squats, 15 kettlebell swings.

Lors de la première minute, le sportif doit effectuer 15 pompes. Lors de la deuxième minute, il doit faire 15 squats. Lors de la troisième minute, il doit enchaîner 15 kettlebell swing. Et recommencer cet enchaînement encore 5 fois (car $3 \times 6 = 18$).

Exercice 1

Profitant d'une promotion sur un site de vente en ligne britannique, Gabriel vient de se commander un lot de kettlebells. Les masses sont indiquées en Livres (lb) et **1 kg $\approx$ 2,2046 lb**

1. Convertir 50 lb en kg. Même question pour 20 lb.
2. Normalement vendu 160 livres sterling (a). le lot de kettlebells est vendu avec une réduction de 40%. Sachant que Gabriel va devoir payer 15 livres sterling de frais de port, combien va-t-il payer ? Indiquer le résultat en euros.



(a). Monnaie du Royaume-Uni. Une livre sterling vaut 1,13€.

Exercice 2

Gabriel est lancé dans un EMOM de 24' : 12 dips, 15 box jump, 10 pulls up.

Son chronomètre indique 18'47".

Quel exercice doit-il faire à la 19^{ème} minute ?

Exercice 3

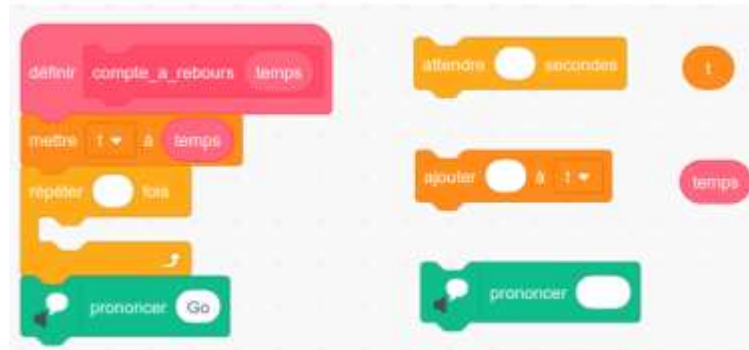
Un coach dispose de 10 exercices différents. Combien d'enchaînements de 3 exercices différents peut-il proposer à ses abonnés ?

Remarque : On considère ici que l'ordre n'a pas d'importance, c'est-à-dire que l'enchaînement pompes, squats, kettlebell swing est le même que squats, pompes, kettlebell swing.

Exercice 4

On souhaite créer sur Scratch un programme pour organiser un entraînement de CrossFit. Pour cela, on va procéder par étapes.

1. Tout d'abord, on va créer un bloc "compte_a_rebours" prenant une entrée de type nombre. Ce bloc doit compter à rebours à partir du nombre donné en entrée. À la fin du compte à rebours, le lutin devra dire "Go".



2. Ensuite, on aura besoin d'un bloc "minute" prenant une entrée de type nombre et une entrée de type texte.



Ce bloc va annoncer l'exercice à faire (entrée de type texte), attendre un certain temps entre 0 et 55 secondes (entrée de type nombre) et lancer le compte à rebours du temps restant jusqu'à la fin de la minute.

Après avoir créé ces blocs, le coach peut cliquer sur le drapeau vert, entrer le nom des exercices, le nombre de rounds pour lancer l'entraînement de CrossFit.



ÉLÉMENTS DE CALCUL POUR L'ASTRONOMIE LE TEMPS SIDÉRAL (5^{ÈME} PARTIE)

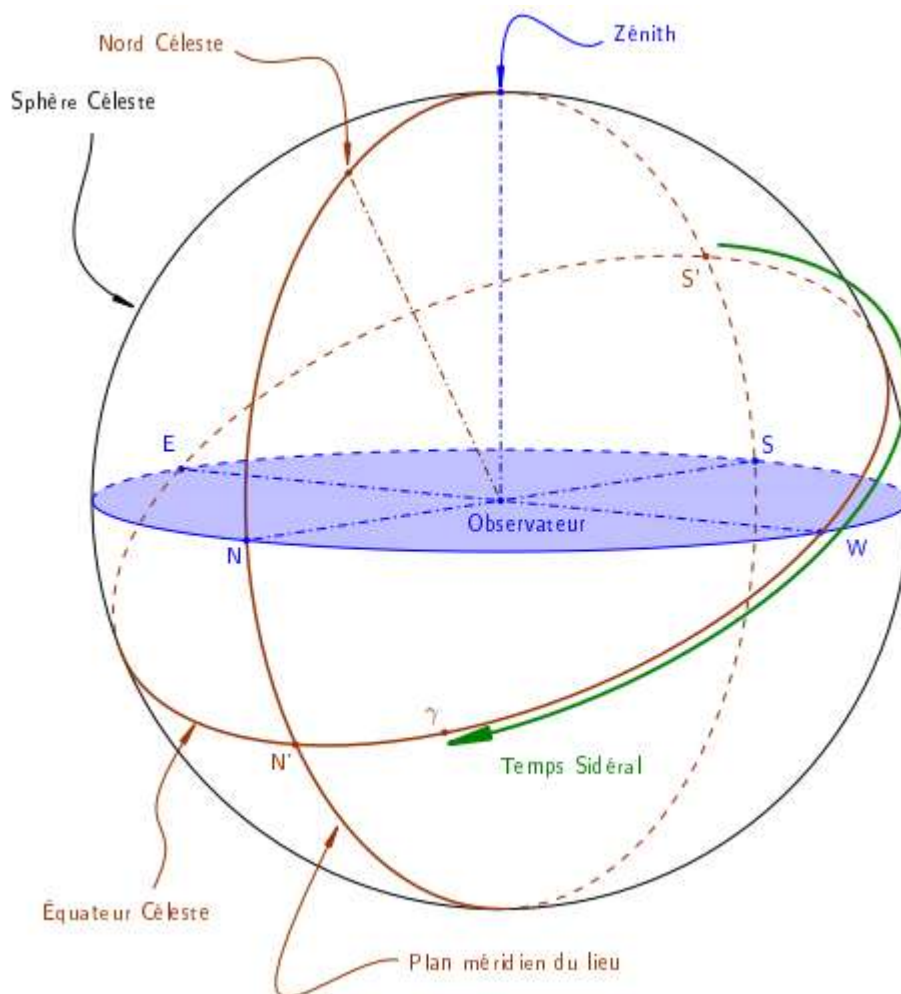
Alain Satabin

Préambule

Le *temps sidéral* est l'angle horaire du point vernal (γ). Comme ne l'indique pas son nom, c'est donc un angle orienté, mesuré dans le plan équatorial, partant du point S' (point de l'équateur céleste situé vers le sud de l'observateur) et compté dans le sens des aiguilles d'une montre lorsque l'on regarde le plan équatorial céleste à partir du pôle nord céleste. Le temps sidéral dépend du lieu et de l'instant et il permet à l'observateur de situer le point vernal. Dans la suite du document, on notera $TS_{(\theta;J;M;A;t)}$ le temps sidéral pour un observateur situé à la longitude θ , à la date $(J; M; A)$ et à l'instant t (*Temps Universel* en heure décimale). Cet angle est exprimé en degrés, bien sûr modulo 360.

Notre mesure du temps est basée sur une orbite circulaire de la Terre, parcourue à vitesse constante, et d'un *Soleil moyen* qui, vu de la Terre, parcourt l'équateur céleste à vitesse constante. Les dessins et raisonnements peuvent donc se placer dans le plan équatorial, dans lequel se trouvent tous les acteurs de l'histoire.

Chaque jour de l'année démarre ainsi à 0h : moment où le Soleil moyen passe dans le plan méridien du lieu vers le nord, c'est à dire au point N' . L'année est ainsi divisée A_t en jours réguliers, $A_t = 365,242199$ jours réguliers (*l'année tropique*), découpés chacun en 24 heures.



Évolution du temps sidéral

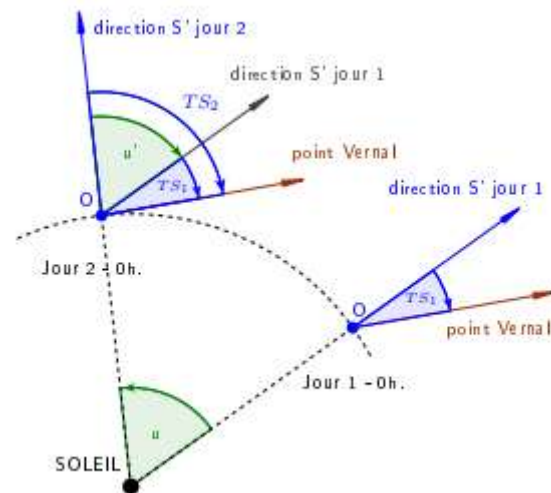
Regardons les choses dans le plan équatorial du lieu qui nous intéresse, vu du nord céleste. L'observateur est en O et le point S' est opposé au Soleil. En un jour, la Terre progresse sur son orbite d'un angle $u = \frac{360}{A_t}$.

Sur le dessin, les angles u et u' sont égaux, même en signe, puisque la révolution de la Terre autour du Soleil est mesurée dans le sens direct, alors que le temps sidéral est mesuré dans le sens horaire.

Le schéma nous permet de voir que le temps sidéral du jour 2 par rapport au jour 1 précédent est

$$TS_2 = TS_1 + \frac{360}{A_t}$$

c'est à dire que le jour sidéral progresse de $\frac{360}{A_t}$ degrés par jour.



Le temps sidéral à 0h. à Greenwich à la date ($J; M; A$)

La référence est au 0 janvier 1901 à 0h., moment auquel le temps sidéral de Greenwich valait $98,97^\circ$: $TS_{(0;00;01;1901;0)} = 98,97$.

Il nous suffit donc de répercuter l'avance journalière autant de fois qu'il y a de jours écoulés¹ depuis le 0 janvier 1901. Le temps sidéral de Greenwich au jour (J, M, A) à 0h. est alors donné par

$$TS_{(0;J;M;A;0)} = 98,97 + \frac{\{Nb\text{re}Jours1901\}(J; M; A) \times 360}{A_t}$$

Le temps sidéral à l'heure t à Greenwich à la date ($J; M; A$)

L'instant $t = hh:mm:ss$ est mis sous forme d'heure décimale :

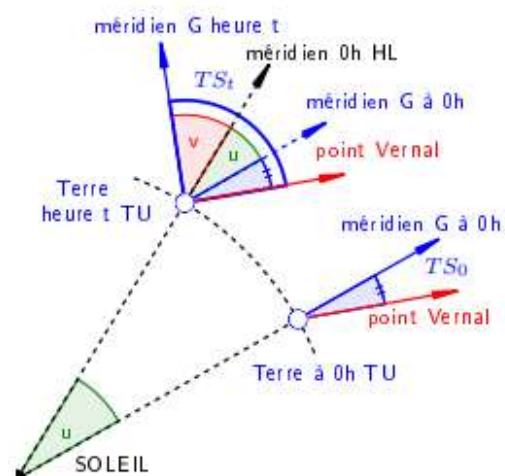
$$t = hh + \frac{mm}{60} + \frac{ss}{3600}$$

t heures, la Terre avance sur son orbite, dans le sens direct, de l'angle :

$$u = \frac{t}{24} \frac{360}{A_t} \text{ degrés}$$

et la rotation de la Terre sur elle-même fait que le plan méridien du lieu a tourné (lui aussi dans le sens direct) par rapport au méridien des "0h" de l'angle :

$$v = \frac{360}{24} \times t = 15t \text{ degrés.}$$



¹ Voir [équation 5 page 18 du PV144](#)

Ce qui fait que :

$$TS_{(\theta;J;M;A;t)} = TS_{(0;J;M;A;0)} + u + v = TS_{(0;J;M;A;0)} + \frac{t}{24} \frac{360}{A_t} + 15 t.$$

Et donc finalement :

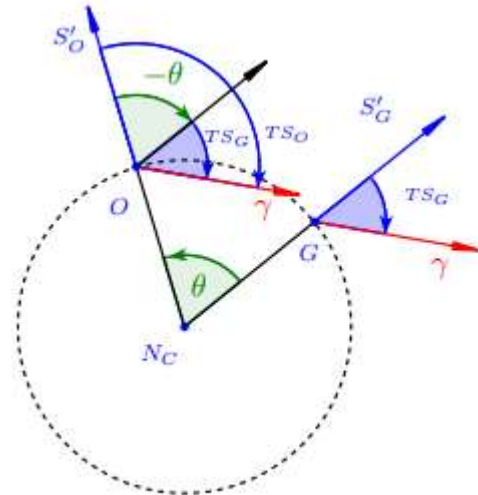
$$TS_{(0;J;M;A;t)} = 98,97 + \frac{N \times 360}{A_t} + 15 t \text{ avec } N = \text{NbresJours1901}(J; M; A) + \frac{t}{24}.$$

Le temps sidéral à l'heure t de Greenwich à la longitude θ

Par convention, la longitude est l'angle formé par le méridien de l'observateur et le méridien de Greenwich, compris entre - 180 degrés et + 180 degrés, compté positivement vers l'ouest et négativement vers l'est. Le schéma ci-contre représente la situation sur le globe terrestre, vu du nord céleste, dans le cas d'une longitude θ négative (le méridien O de l'observateur est situé à l'est du méridien G de Greenwich).

Nous y voyons que le temps sidéral de l'observateur TS_O et celui du méridien de Greenwich au même instant TS_G sont liés par la relation : $TS_O = TS_G + (-\theta)$. C'est à dire, avec nos notations :

$$TS_{(\theta;J;M;A;t)} = TS_{(0;J;M;A;t)} - \theta$$



Ce qui donne, en reportant les résultats précédemment établis :

$$TS_{(\theta;J;M;A;t)} = 98,97 + \frac{N \times 360}{A_t} + 15 t - \theta \text{ avec } N = \text{NbresJours1901}(J; M; A) + \frac{t}{24}$$

Un exemple ($\theta; J; M; A; t$)

Plaçons-nous à Charleville-Mézières le 24 mars 2021 à (12 : 00 TU), c'est à dire (13 : 00 HL), étant à l'heure d'hiver, l'heure décimale en temps universel est : $t = 13 - 1 = 12$.

La relation [NbresJours1901](#) donne le nombre de jours décimaux écoulés depuis le 0 janvier 1901 :

$$\text{NbresJours1901}(24 ; 12 ; 2021) = 43913,5.$$

La longitude étant de 4 degrés 45' Est, nous avons : $\theta = -4,75$.

Ce qui donne :

$$TS_{(-4,75;24;03;2021;12)} \approx 98,97 + \frac{43913,5 \times 360}{365,242199} + 15 \times 12 + 4,75 \approx 43566.94$$

Une division par 360 nous donne : $43566.94 = 121 \times 360 + 6,94$, et donc un temps sidéral de 6,94 degrés. Les tables donnent 6,9375... Remarquons que la différence avec la valeur donnée par les tables est inférieure à 1 minute d'arc. Ce qui prouve que la précision du calcul est excellente. Pour nos besoins usuels, un arrondi au dixième de degré suffit amplement !

Le 24 mars 2021 à 13 : 00 HL, à Charleville-Mézières, le Temps Sidéral est d'environ 6,94 degrés.

GÉOMÉTRIE AU CRAYON

Gilles Waehren

La production de figures géométriques précises a été grandement améliorée, au XXIème siècle, par le développement d'une multitude d'applications (GeoGebra, Cabri ou même la "tortue"). La capacité de répétitions sans effort supplémentaire de l'ordinateur permet la réalisation de dessins fouillés et d'une grande profondeur (avec les fractales entre autres). L'intérêt pour un travail papier - crayon pourrait alors passer pour du nostalgisme. Pourtant, peu de professeurs demanderont à leurs élèves de tracer un carré à l'écran avant de l'avoir construit sur une feuille. Il faut avoir été à la place de la machine avant de lui donner des ordres. On pourra ainsi apprécier les créations alambiquées et souvent inspirées que nous trouverons ici.



Parmi les portails d'entrée vers ces galeries de dessins, on trouve [Deviant Art](#) qui, entre amateurisme et culture geek, contient la page [Regolo54](#) qui propose de magnifiques crayonnés, à l'origine de ce Vu sur la toile.



Toujours dans l'objectif d'apprendre à dessiner, la [tanière de Kyban](#) contient des [fiches à télécharger](#) pour des dessins à étapes avec des formes géométriques dès la maternelle. Une entrée motivante vers la reconnaissance des figures mathématiques dans des images familières. [Jeu Set et Maths](#) est un blog très investi dans l'innovation pédagogique qui présente, notamment, de nombreux "Genially", pour réviser le brevet, découvrir les statistiques ou les probabilités. La partie [Maths Amusantes avec des dessins géométriques](#) recense un certain nombre de [travaux de groupes IREM](#). Ces activités en classe ont conduit à la création d'une fresque dans la cour d'un collège. Dans la même veine, le blog "[Jouons aux mathématiques](#)" permettra de compléter les activités précédentes avec [d'autres figures planes](#), mais aussi avec quelques réalisations d'élèves utilisant des solides de l'espace.

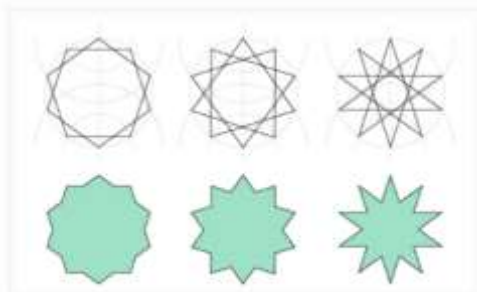


Nathalie Wyckaert partage son [expérience des dessins géométriques](#) en classe et nous invite à nous en inspirer sur [5 propositions documentées](#) sur le plan pédagogique. Ici aussi, les [brochures "Géométrie pour le plaisir"](#) ont alimenté son travail.

Le site [Dessins géométriques](#) permet de télécharger beaucoup de réalisations produites sur ordinateur et qui mériteraient un passage au crayon, notamment ces [tiers de carrés très variés](#), qui peuvent constituer un défi géométrique pour les reproduire.

Envatotus, exclusivement en anglais, donne accès à des [tutoriels de dessins géométriques pour débutants](#), conçus par [Joumana Medlej](#), qui construit de nombreux liens entre les résultats de ses protocoles de constructions et certaines figures bien connues dans la Régionale de Lorraine. Les différentes parties proposent une vraie progressivité vers des travaux de plus en plus élaborés.

Le blog « [theharperstory](#) » met à disposition de nombreuses « Arbeitsblätter » (fiches de travail) dans toutes les matières de l'école primaire allemande. On peut ainsi piocher dans les [Geometrisch Technisches Zeichnen](#) (Dessins techniques géométriques) des reproductions de figures planes par symétries, translations, perspectives... Toujours en allemand, et toujours très disparates, on peut s'arrêter sur quelques [crayonnés audacieux](#) sur [Färbung für Kinder](#).



“ **LE PETIT VERT** ” est le bulletin de la régionale **APMEP Lorraine**.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin « Au fil des maths » et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'**informer** les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de **permettre les échanges "mathématiques"** entre les adhérents.

Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à redactionpetivert@apmeplorraine.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, Fathi Drissi, François Drouin, Françoise Jean, Christelle Kunc, Léa Magnier, Aude Picaut, Michel Ruiba, Jacques Verdier et Gilles Waehren.

CONSTRUCTION DE L'ÂNE AU COMPAS

Léa Magnier

LA TÊTE

1. Construire le cercle de centre O de rayon OO' .
2. Construire le cercle C de centre O' de rayon 6 cm .
3. Construire la droite (d) perpendiculaire à (OO') passant par O' . Nommer A et B les points d'intersection entre le cercle C et la droite (d) .
4. Construire un cercle de centre A et de rayon AB .
Construire un cercle de centre B et de rayon AB .

LE MUSEAU

1. Construire le cercle de centre O'' de rayon 6 cm .
2. Construire le cercle $C1$ de centre C de rayon 1 cm .
3. Construire l'image de $C1$ par la symétrie d'axe $(O'O'')$.

LES OREILLES

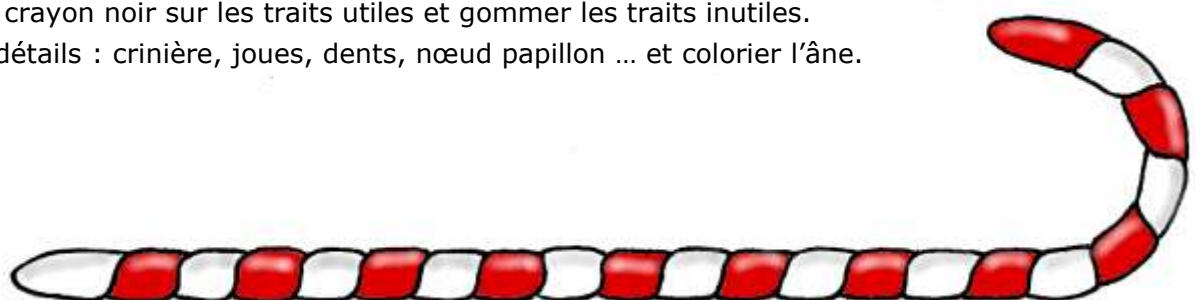
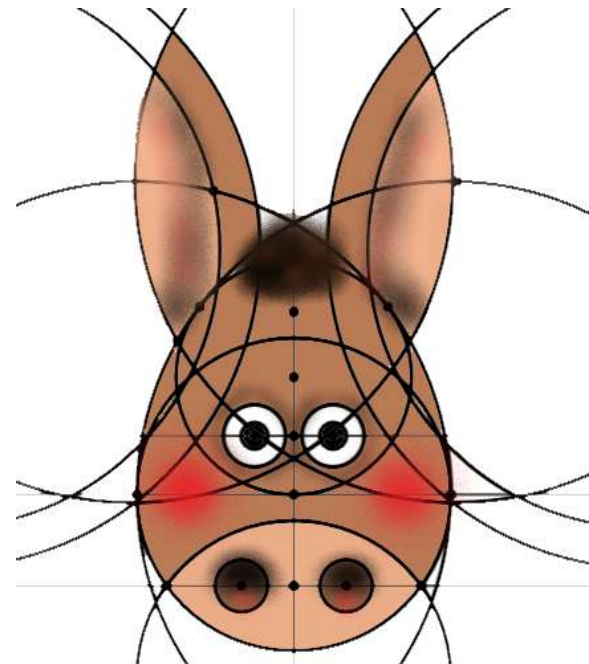
1. Construire le cercle de centre E et de rayon 10 cm .
2. Construire le cercle de centre H et de rayon $9,5\text{ cm}$.
3. Construire le cercle de centre H et de rayon $7,5\text{ cm}$.
4. Tracer l'autre oreille en construisant l'image de ces trois cercles par symétrie d'axe $(O'O'')$.

LES YEUX

1. Placer le point M milieu du segment $[OO']$.
2. Construire la droite (d') perpendiculaire à (OO') passant par le point M .
3. Placer un point I et un point J tels que
 $I \in (d')$ et $MI = 1,5\text{ cm}$; et $J \in (d')$ et $MJ = 1,5\text{ cm}$.
4. Construire un cercle de centre I et de rayon $1,2\text{ cm}$ et un cercle de centre I et de rayon $0,5\text{ cm}$.
5. Construire un cercle de centre J et de rayon $1,2\text{ cm}$ et un cercle de centre J et de rayon $0,5\text{ cm}$.

CONTOURS ET FINITIONS

Repasser au crayon noir sur les traits utiles et gommer les traits inutiles.
Ajouter des détails : crinière, joues, dents, nœud papillon ... et colorier l'âne.



MATHS ET ARTS**DES HEXAGRAMMES, ICI ET AILLEURS**

APMEP Lorraine
Groupe Maths et Arts



[Étoile des brasseurs](#)
dans les fenêtres de
l'[ancienne brasserie de Maxéville](#)



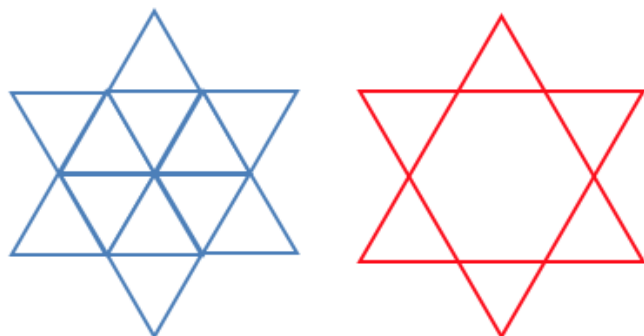
Décor d'une ancienne mosquée ottomane
à [La Canée](#) (Crête)



Sur une porte
de l'ancienne synagogue d'[Étain](#)

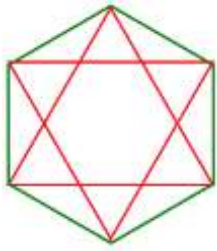


Sur une bouche d'égout
à [Villers sur Mer](#)

Première construction de l'hexagramme

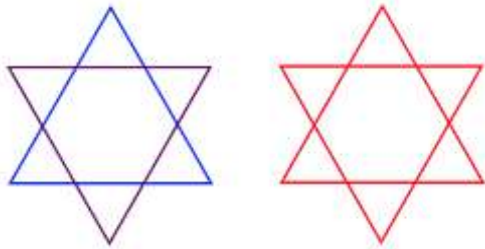
L'hexagramme peut être obtenu par assemblage de douze triangles équilatéraux superposables. Il peut également être obtenu par assemblage de six triangles équilatéraux.

Deuxième construction de l'hexagramme



L'hexagramme est obtenu en utilisant certaines diagonales d'un hexagone régulier.

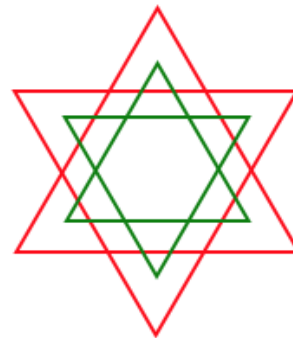
Troisième construction de l'hexagramme



Les deux triangles équilatéraux superposables s'entrecroisent au tiers et au deux tiers de leurs côtés.

Deux triangles superposés

Nous en repérons sur le [drapeau marocain, avant 1915](#).



Les pointes de l'hexagramme vert coupent l'hexagone rouge au tiers et au deux tiers de ses côtés. L'origine de ce drapeau est évoquée sur le [site de l'armée marocaine](#).

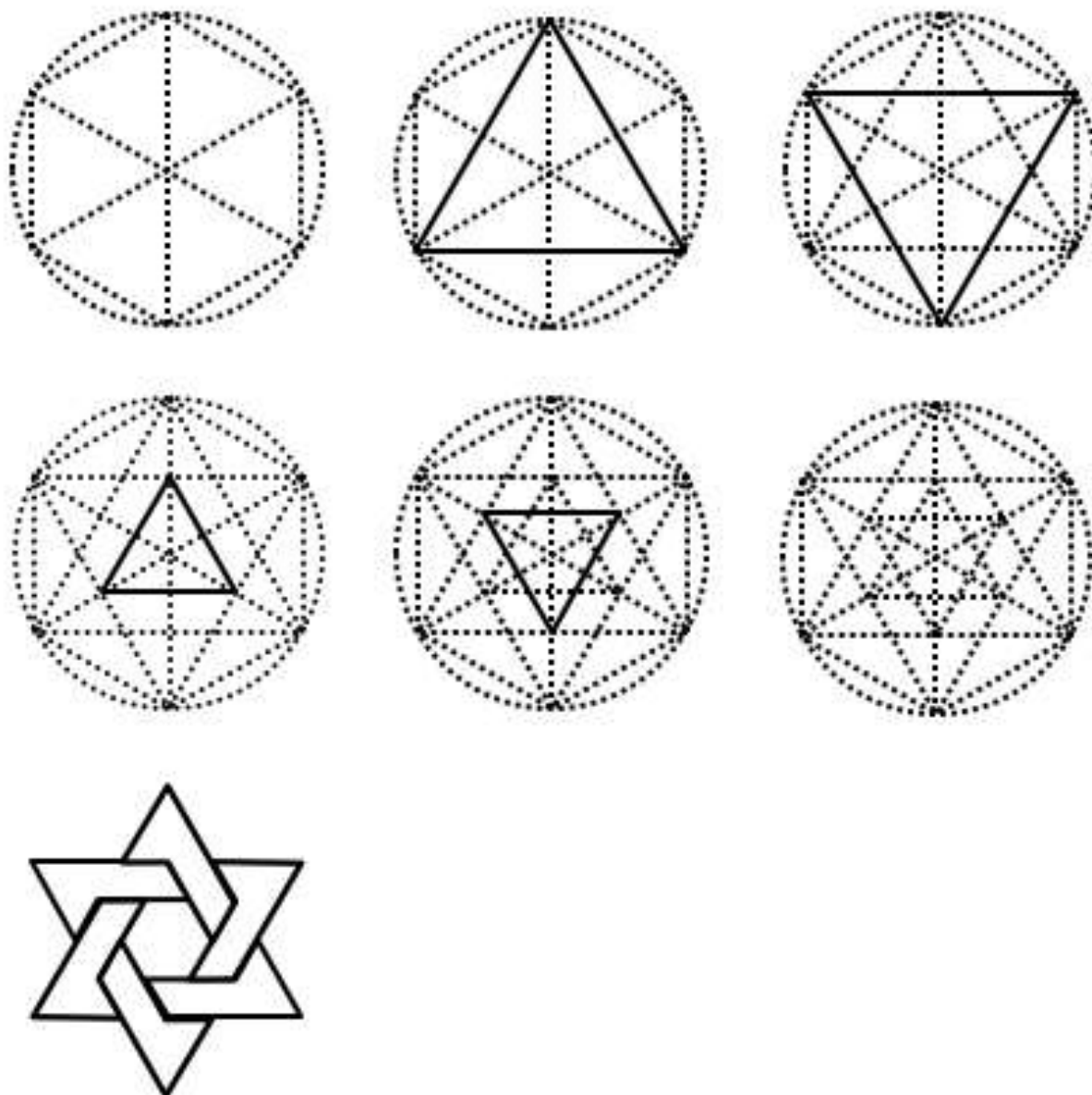
Deux triangles entrelacés



Une étoile de brasseur
à la brasserie de [Ville sur Illon](#)



Sur la tombe d'un soldat allemand
mort en 1915 près de **Saint-Mihiel**

Pour une construction à la règle non graduée et au compas**Complément**

Le [mathématicien Blaise Pascal](#) s'est lui aussi intéressé aux hexagrammes : tracés sur une conique, les trois intersections des côtés opposés sont alignées.

MATHS ET ARTS**SUR LA PISTE DES BRIQUES VERNISSÉES**

Groupe Maths et Arts de l'APMEP Lorraine

Des bâtiments détruits lors de la première guerre mondiale ont été reconstruits en utilisant des briques vernissées formant bien souvent des motifs géométriques attirant notre regard.

À Verdun**À Saint-Mihiel**

Elles sont bien souvent d'origine bourguignonne.

L'un des lieux de fabrication était la tuilerie Perrusson à Écuisses. La [villa des anciens propriétaires](#) nous montre de bien belles choses, parfois très géométriques.

Cette proposition d'escapade culturelle pourra être complétée par la recherche des nombreuses utilisations en Bourgogne et ailleurs de tuiles vernissées pour les toitures. Le [Petit Vert n°126](#) avait évoqué celles repérées sur le toit d'une maison à Dijon, le [Petit Vert n°130](#) celles formant la couverture de la cathédrale de Langres.

Les amateurs de tracés géométriques retrouveront [sur notre site](#) ces décors de briques dans des activités abordables par des élèves de cycle 3.

MATHS ET ARTS**CARTE BLANCHE À TOSHIMASA KIKUCHI**

Le visiteur du [Musée Guimet](#) à Paris n'a pu que rester interloqué en découvrant l'œuvre créée par l'artiste japonais [Toshimasa Kikuchi](#) pour cette carte blanche au musée. Curiosité et ligne pure des formes, laque noire japonaise traditionnelle sur cyprès, de quoi ravir le spectateur !



Surface de Kuen
 $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$
 $z = \log \tan \frac{\varphi}{2} + a \cos v \quad (0 < v < \pi)$
 $\varphi = u - \arctan u$
 $a = \frac{2}{1+u^2 \sin^2 v} \quad r = \sqrt{1+u^2 \sin^2 v}$

Needles – Installation de formes géométriques inspirées de la surface de Kuen

Nourri de sa formation de sculpteur bouddhique, il perçoit une résonance entre cette forme étrangère et les représentations religieuses de l'au-delà sur lesquelles il a travaillé.

Avant Toshimasa Kikuchi, le célèbre photographe Man Ray était tombé sous le charme de ces formes géométriques à courbures négatives découvertes à L'Institut Henri Poincaré dans les années 1930. Il les photographia en studio puis réalisa une série de tableaux qu'il intitula « [Équations Shakespeariniennes](#) ».

En écho à son travail, Toshimasa Kikuchi avait convoqué Man Ray à sa carte blanche.



[Formes de l'Institut Henri Poincaré](#)

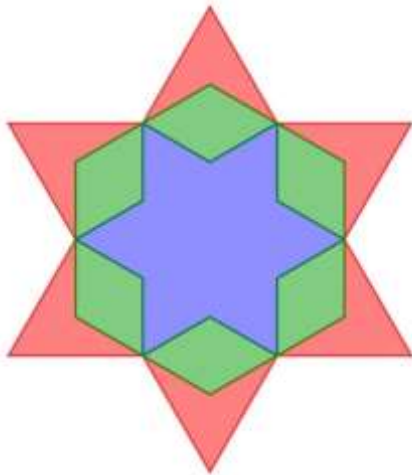


[Photographies de Man Ray](#)

DÉCOUPONS L'HEXAGRAMME

APMEP Lorraine – Groupe Jeux

Notre groupe vous propose pour ce numéro du Petit Vert des trisections de l'hexagramme.

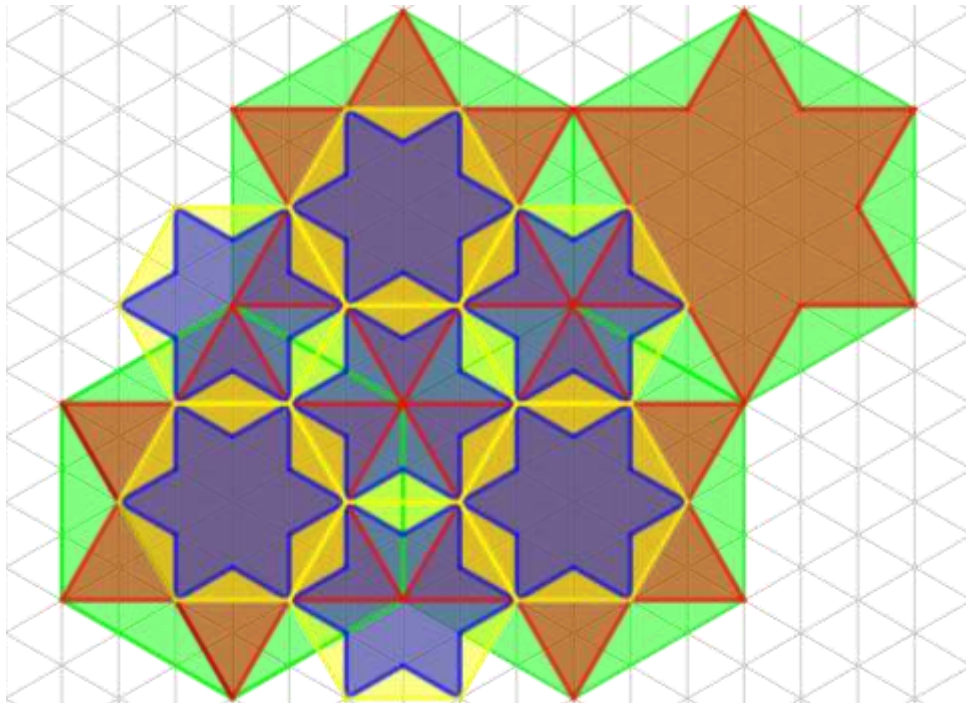
Une première trisection de l'hexagramme

Comme à l'accoutumée, nous avons commencé par chercher une trisection où l'une des pièces (ici, en bleu) est un des trois petits hexagrammes recherchés.

Les six losanges verts formeront un hexagramme superposable à l'hexagramme bleu.

Les six quadrilatères concaves ([cerfs-volants](#)) formeront un hexagramme superposable à l'hexagramme bleu.

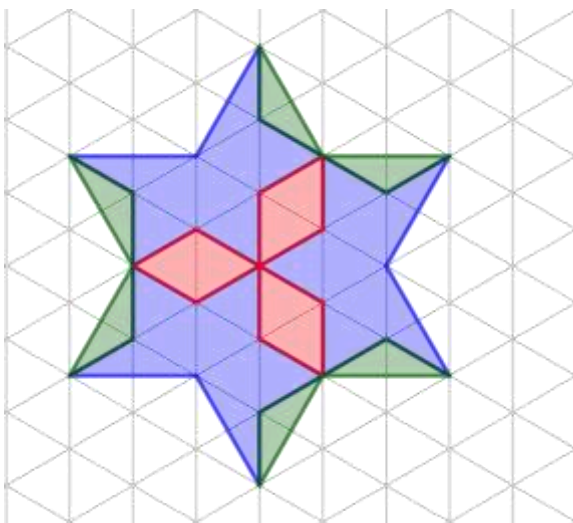
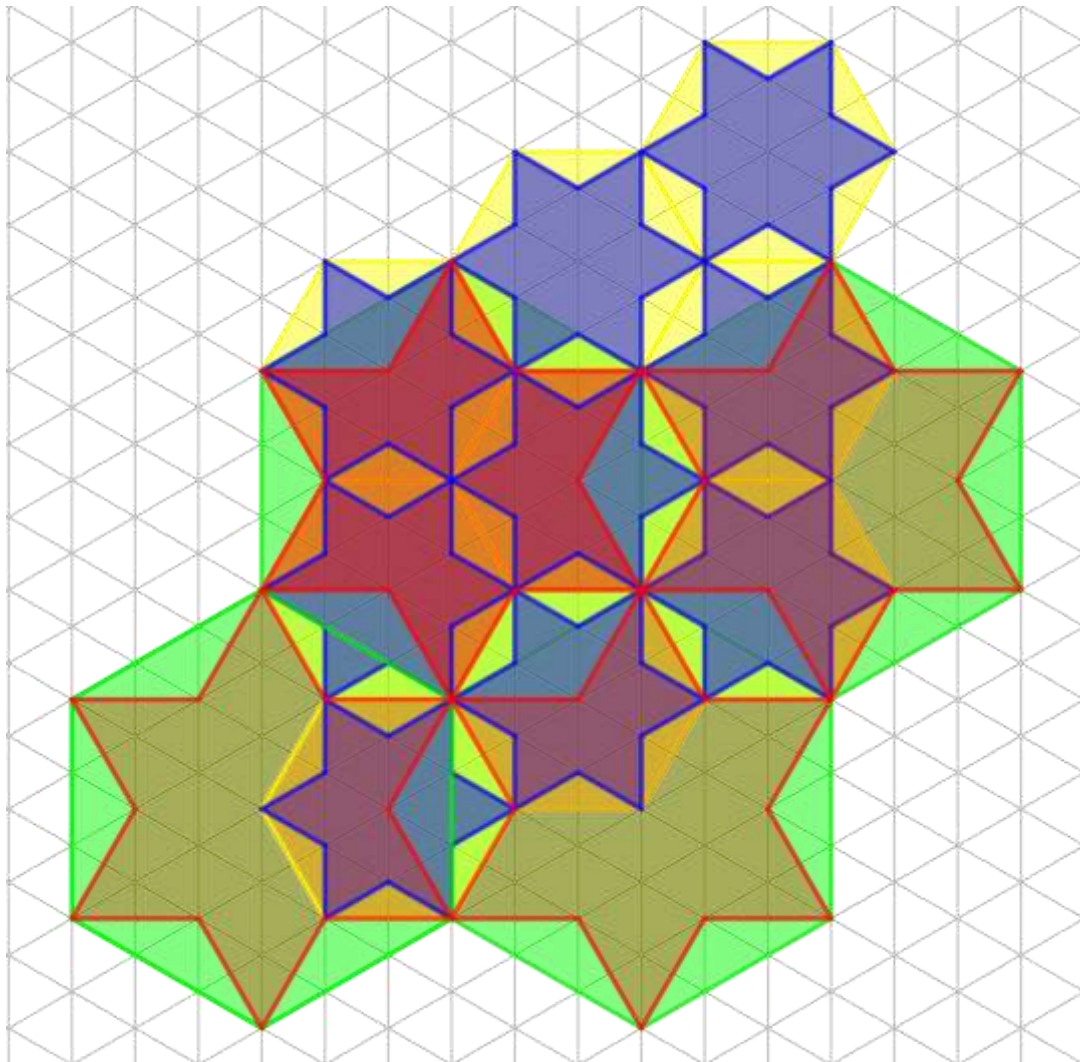
Le pavage sous-jacent à ce découpage s'obtient en superposant un pavage à l'aide d'hexagones réguliers (en jaune), dans lesquels on inscrit les hexagones étoilés (en bleu), et son image par la similitude directe d'angle $\frac{\pi}{6}$, dont le centre est celui de l'un de ces hexagones et de rapport $\sqrt{3}$.



Cette figure permet de voir l'assemblage des six quadrilatères concaves en un hexagramme comme indiqué précédemment.

Une deuxième trisection de l'hexagramme

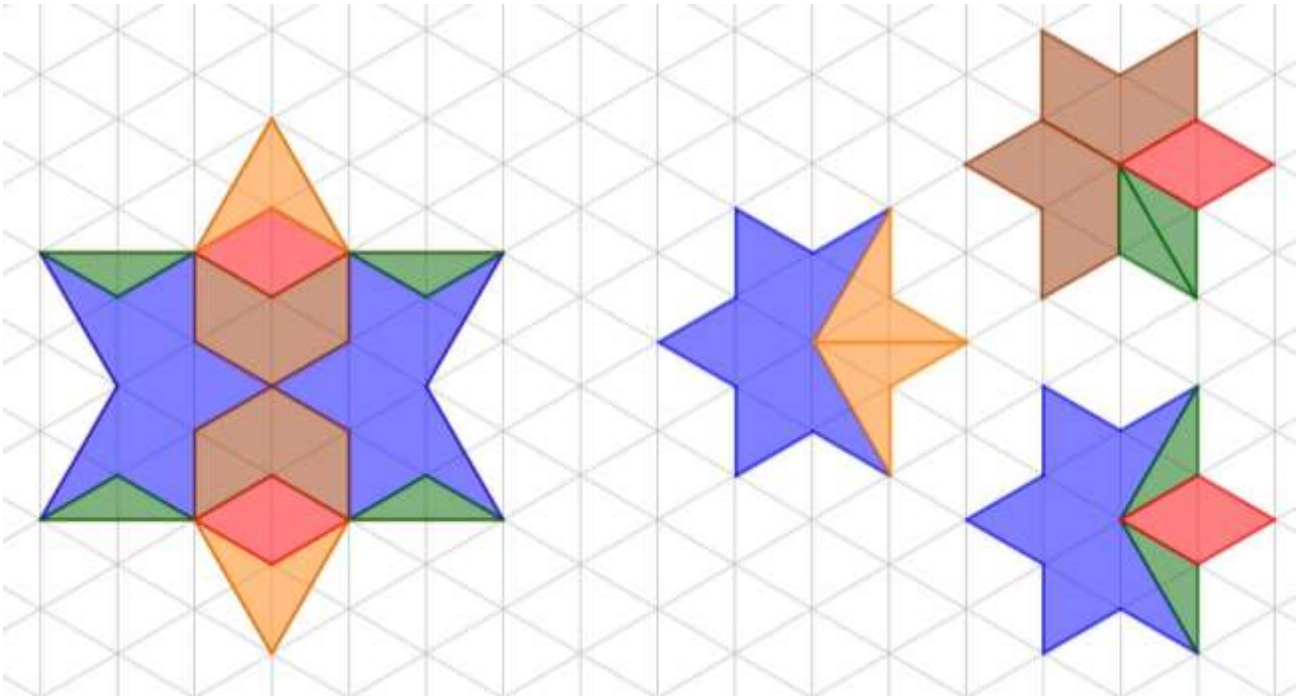
Une autre superposition des deux pavages définis précédemment, ici la similitude a été suivie d'une translation, permet d'obtenir une deuxième trisection de l'hexagramme en rouge.



Un losange rouge, deux triangles verts et le polygone bleu formeront un des trois hexagrammes recherchés.

De cette trisection en découle une autre.

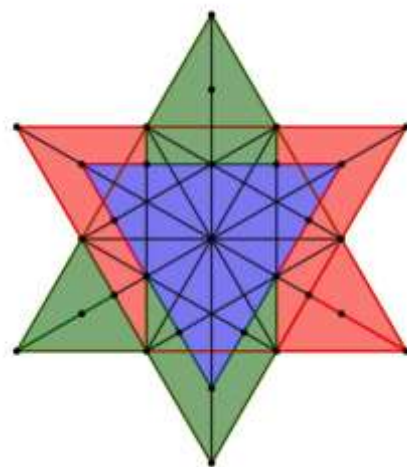
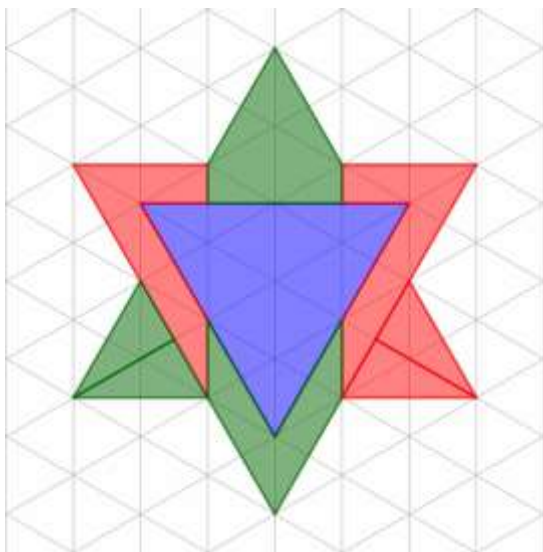
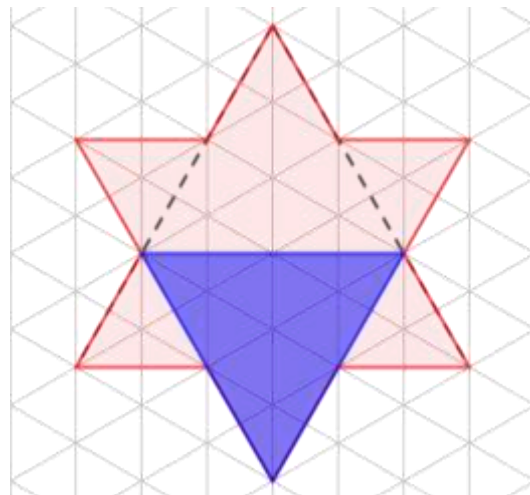
[Retour au sommaire](#)

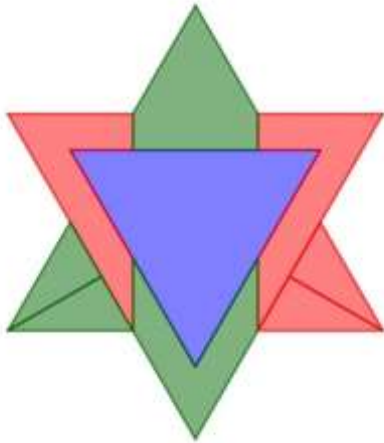


D'autres découpages de l'hexagramme

Un hexagramme peut être découpé en trois triangles équilatéraux identiques : deux triangles entiers (l'un en bleu) et les quatre branches restantes, qui sont des triangles équilatéraux et une réduction du bleu à l'échelle $\frac{1}{2}$, formeront le troisième.

Il existe d'autres découpages permettant de transformer un hexagramme en trois triangles équilatéraux.





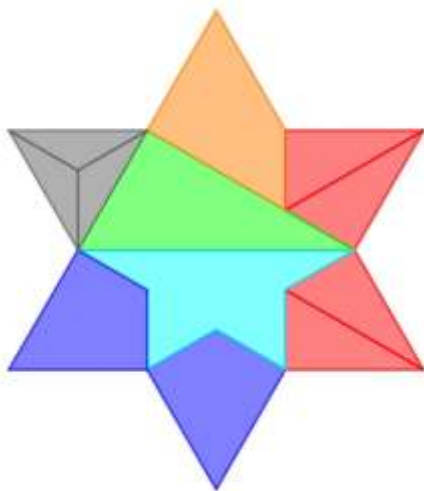
Avec les pièces, nous pouvons réaliser une étoile à six branches, un rectangle, un parallélogramme, un trapèze isocèle, un cerf-volant, un trapèze rectangle, trois triangles équilatéraux identiques, un pentagone.

Nous pouvons aussi réaliser d'autres assemblages (sapin, polygones troués, etc.).

Bonne recherche.

On peut aussi trouver des découpages amenant à une trisection du triangle équilatéral.

Un découpage de l'hexagramme amenant à une trisection du triangle équilatéral



Les douze pièces formant cet hexagramme permettent la réalisation d'un « grand » triangle équilatéral ou de trois petits triangles équilatéraux identiques.

Comme pour les pièces du [puzzle des sept triangles](#), ces douze pièces permettent entre autres la réalisation d'un rectangle, d'un trapèze, d'un cerf-volant, d'un triangle isocèle, d'un parallélogramme. Elles offrent aussi des défis supplémentaires comme par exemple le découpage du parallélogramme en trois parallélogrammes identiques ou du rectangle en deux rectangles dont l'un est la duplication de l'autre.

Des [solutions aux défis](#) des [hexagrammes prêts à découper](#) et sont accessibles sur notre site (les pièces sont retournables).

LES CARRÉS DE MACMAHON DU CAIRE

Groupe Jeux de l'APMEP Lorraine

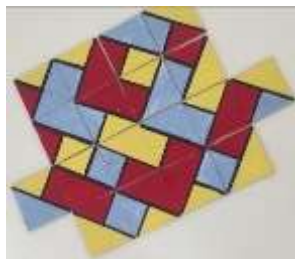


Les dix-huit « Carrés du Caire » ont été présentés dans le [Petit Vert n°138](#).



Le même algorithme de coloriage fournit dix-huit carrés qui sont trois fois six « Carrés de MacMahon. »

Nous les avons appelés pour cette raison « Carrés de MacMahon du Caire ».



Deux carrés peuvent être accolés par des côtés de même couleur. Les fins d'année étant propices aux cadeaux, les joueurs et joueuses de notre régionale ont eu envie de partager avec nos lecteurs les pistes explorées en 2021. Les pages qui suivent en présentent quelques-unes, l'ensemble des résultats de nos échanges est accessible sur [notre site](#).

Des rectangles

Les dix-huit pièces donnent envie de réaliser des rectangles 6x3, 2x9, etc.

Un carré pourra être réalisé en utilisant seize pièces.

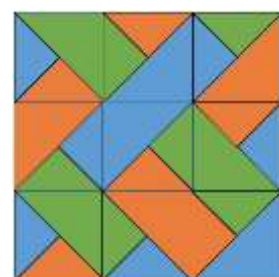
La recherche peut être proposée à de très jeunes élèves, en leur fournissant si nécessaire le pourtour des formes à recouvrir.



Une recherche non aboutie



Un rectangle obtenu en manipulant les dix-huit pièces



Un carré obtenu en manipulant les dessins de seize pièces



Ces deux rectangles montrent un algorithme de placement des pièces.

Des rectangles symétriques



Les pièces du jeu n'admettent pas d'axe de symétrie, mais peuvent être regroupées deux par deux pour former un rectangle symétrique. Ce type d'assemblage a été utilisé dans le rectangle 2x9 photographié ci-dessus.



Les assemblages ci-contre ont été réalisés à partir de la juxtaposition de trois rectangles 3x2 réalisés avec les six mêmes pièces.

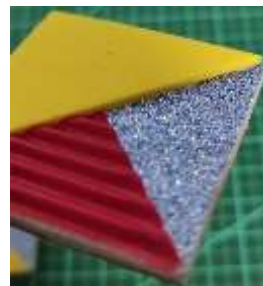


Deux pièces identiques peuvent être placées de façon symétrique de part et d'autre de leur sommet commun.



Avec une élève non-voyante

Il a été nécessaire de concevoir pour elle des pièces adaptées à son handicap. Du carton jaune lisse, rouge ondulé et gris granuleux recouvrent les carrés.



En fin de séance, vingt minutes ont été consacrées à une première manipulation des pièces. Puis, lors des séances suivantes, du temps a été pris pour la réalisation de rectangles, de « jolis » rectangles, de rectangles et autres figures admettant un axe de symétrie.

Malheureusement cela a été très laborieux et peu ludique pour l'élève, la manipulation des pièces et la mémorisation de celles déjà posées étaient longues. Ce fut également une déception pour

l'enseignante. Pour fixer l'image mentale de la forme à réaliser, il aurait peut-être fallu prévoir un plateau « en creux » et commencer la manipulation en utilisant moins de pièces.

Voici tout de même la photo d'une des réalisations.



Des rectangles à bordure unicolore

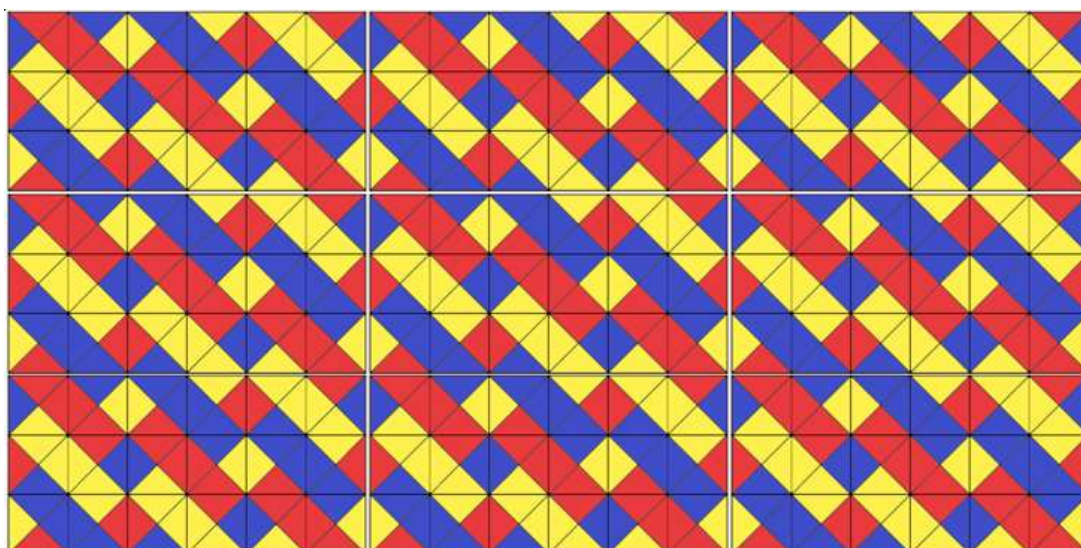


Ces rectangles à bordure unicolore sont des tuiles de pavage réalisées en utilisant les dix-huit pièces.

D'autres tuiles de pavage

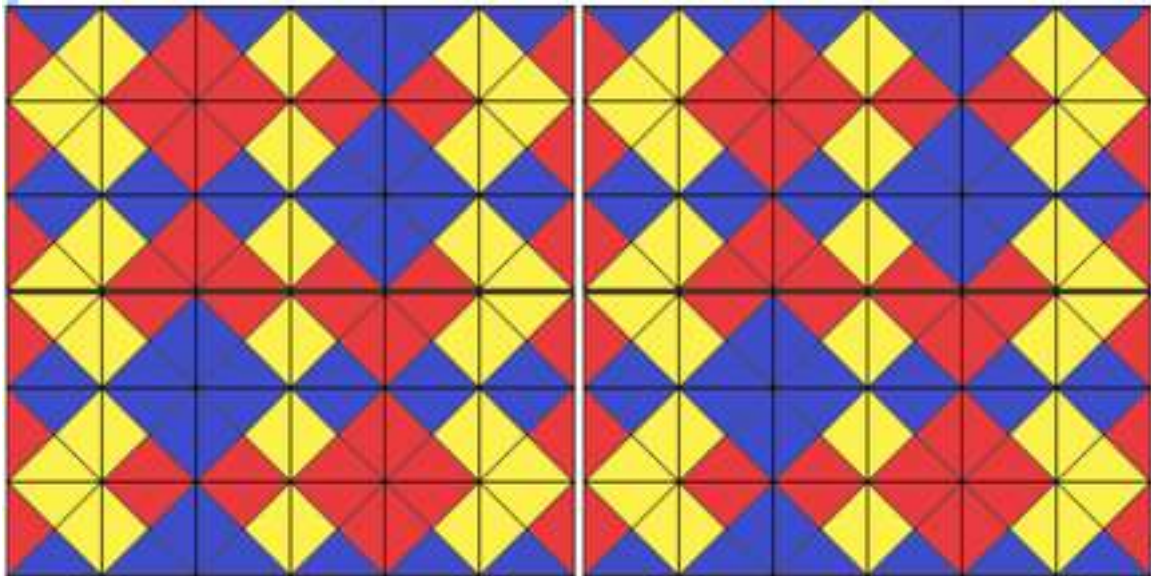


Les côtés « haut » et « bas » ont même couleur. Il en est de même pour les côtés « droite » et « gauche ». Cet assemblage des dix-huit pièces est une tuile de pavage par translation.

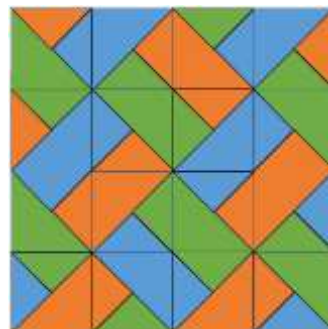
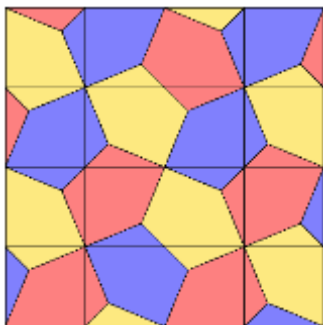




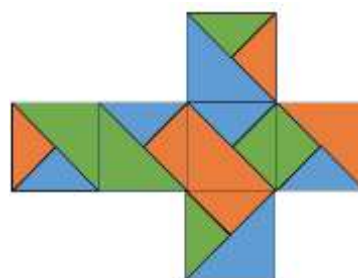
En reproduisant ce rectangle à l'aide d'une symétrie axiale, nous obtenons une tuile qui pave le plan en utilisant une translation et une symétrie centrale.



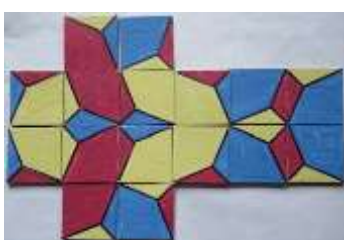
« Carrés du Caire » ou « Carrés de MacMahon du Caire » ?



Les pentagones du pavage du Caire sont devenus des rectangles.



À une permutation de couleurs près, le patron de cube obtenu est-il unique ?



Un patron de pavé a été trouvé. En existe-t-il d'autres ?

JOUETS DE CYLINDRES EMPILABLES NUMÉROTÉS DE 1 À 10

À la recherche d'un cadeau de naissance, je me souvenais d'avoir vu une petite fille de 1 an manipuler pendant de longues périodes dix cylindres en carton, numérotés de 1 à 10, dont le diamètre était proportionnel au nombre figurant sur la face supérieure. Je fais donc appel à mon moteur de recherche favori et inscris dans le rectangle prévu à cet effet la requête « jouet cylindres empilables numérotés de 1 à 10 ». Quelle ne fut pas ma surprise du traitement du vocabulaire mathématique par les fabricants de jouets !

Voici les dénominations de ces jouets par les vendeurs :



Cubes
empilables



Cubes
empilables



Pyramide
ronde



Pyramide



Blocs à
empiler



Ensemble de cubes de vitesse 5
pcs cube magique iq cube
2*2*2 3*3*3 speedcubing
bundle 3d puzzle

Les cubes peuvent avoir des faces à 8 côtés, une pyramide devient ronde.

Le mot cylindre n'est jamais utilisé.

Qu'est-ce qu'une pyramide ? Qu'est-ce qu'un cube ?

Y a-t-il un autre sens en langue naturelle pour le mot cube que le sens mathématique ?

Les publicitaires eux, semblent le penser. Visiblement pour eux, un cube pour des enfants en bas âge (ou leurs parents !) est un solide (n'importe lequel) qu'on peut manipuler, empiler, ...



C'est vrai que le "cube" que l'on met dans la soupe n'est pas très cubique non plus !

POINT SUR LA POSITIVITÉ

COVID-19

TABLEAU DE BORD DE L'ÉPIDÉMIE

Derniers chiffres disponibles au 10 novembre 2021



Voici une infographie du Républiqueain lorrain du 10 novembre 2021.

Que représente cette hausse de 46 points sur un taux de positivité de 2% ?

Des pistes

Voici deux interprétations des membres de notre comité :

« Quand je vois le terme "point", je pense au point de base utilisé en économie, qui est 100 fois la différence entre deux pourcentages. Je comprends donc que le taux de tests positifs passe à 2 % + 0,46 % soit 2,46 %. »

« Une variation de 46 points donnerait une valeur finale de 48%. »

Wikipédia éclaire ces deux points de vue. « *Un point de pourcentage est une unité utilisée pour désigner la différence arithmétique entre deux pourcentages. Par exemple, passer de 90 à 100 ne correspond pas à une hausse de 10 % mais à une augmentation de 10 points de pourcentage. Dans la finance, est utilisé le point de base, qui est égal à un centième de point de pourcentage.* »

Le problème des données

Commençons par vérifier les sources. Sur le [site du gouvernement](#), le taux de positivité en Moselle le 5 novembre 2021 est de 2,99%. Le 8 novembre ce taux atteint 3,58%.

Le 29 octobre 2021, c'est-à-dire la semaine précédente le taux était de 2,02%.

Interprétation du calcul du journaliste

$$\frac{2,99 - 2,02}{2,02} \approx 0,48 \text{ soit une augmentation de } 48\%.$$

Et si on compare aux 2% initiaux, de 2 à 48 on a bien une augmentation de 46. Non, je divague... C'est effectivement toute la difficulté des taux d'évolution entre deux proportions écrites en pourcentage.

MATHS, PLIAGES ET DÉCOUPAGE**DES ÉTOILES EN PAPIER**

APMEP Lorraine Groupe Jeux

Premier pliage

- 1/ Trace un cercle (C) de centre **O** et de 9,2 cm de rayon.
- 2/ Trace un diamètre [AB] de ce cercle.
- 3/ a/ Le cercle de centre B et de rayon BO coupe (C) en deux points : appelle-les **C** et **D**.
b/ Le cercle de centre A et de rayon AO coupe (C) en deux points : appelle-les **F** et **G**, avec **F** placé sur le petit arc de cercle AC.
c/ Trace [OC] et [OF].
- 4/ Trace la médiatrice de [BC]. Elle coupe le petit arc de cercle BC en un point **E**.
- 5/ Sur [OE], place les points **R**, **S** et **T** tels que ER = 2,8 cm, RS = 1,6 cm et ST = 2,8 cm.
- 6/ a/ Trace [RB].
b/ Trace la droite (d_1) parallèle à (RB) et passant par **S**.
c/ Trace la droite (d_2) parallèle à (OB) et passant par **T**.
d/ Les droites (d_1) et (d_2) se coupent en **U**.
- 7/ a/ Découpe le cercle (C).
b/ Plie-le le long de [AB], de [OC], de [OF] et de [OE].
c/ Découpe le long de [RB], de [SU] et de [TU].
- 8/ Déplie la figure obtenue.

Deuxième pliage

- 1/ Trace un cercle (C) de centre **O** et de 16 cm de diamètre.
- 2/ Trace deux diamètres [AG] et [DH] perpendiculaires.
- 3/ a/ Le cercle de centre **G** et de rayon AO coupe (C) en deux points : appelle **E** celui situé sur le petit arc de cercle DG.
b/ Le cercle de centre **D** et de rayon AO coupe (C) en deux points : appelle **B** celui situé sur le petit arc de cercle AD.
c/ Trace [OE] et [OB].
- 4/ Sur [OE], place les points **K** et **L** tels que OK = 3 cm et KL = 2,5 cm.
- 5/ a/ Sur [OD], place les points **R**, **S** et **T** tels que OR = 2 cm, RS = 1,2 cm et ST = 1,8 cm.
b/ Trace [RK] et [DL].
- 6/ a/ Trace la droite (d_1) parallèle à (RK) et passant par **S**.
c/ Trace la droite (d_2) parallèle à (DL) et passant par **T**.
d/ Les droites (d_1) et (d_2) se coupent en **U**.
- 7/ a/ Découpe le cercle (C).
b/ Plie-le le long de [AG], de [OD], de [OE] et de [OB].
c/ Découpe le long de [RK], de [DL], de [SU] et de [TU].
- 8/ Déplie la figure obtenue.

La première étoile réalisée**La deuxième étoile réalisée**

La revue « *Brico Création n°9 : étoiles en papier à réaliser soi-même* » a inspiré ces deux constructions, imaginées et utilisées fin 2011 en classe de sixième.

Des difficultés avaient été repérées lors des tracés et des pliages. Les versions proposées maintenant tentent d'y apporter des solutions.

Deux points sur un cercle déterminent deux arcs de cercle, il est précisé que le plus petit des deux est utilisé.

Lorsque le cercle est découpé, il faut que les noms des points restent apparents. Les écrire à l'intérieur du cercle les laisse visibles après le découpage de celui-ci.

Pour rendre possible le découpage final, les pliages seront effectués en laissant toujours visibles les segments tracés. Il faut toujours avoir le point **U** apparent sur le dessus.

[Retour au sommaire](#)

MATHS, PLIAGES ET DÉCOUPAGE**DES HEXAGRAMMES EN PAPIER**

APMEP Lorraine Groupe Jeux

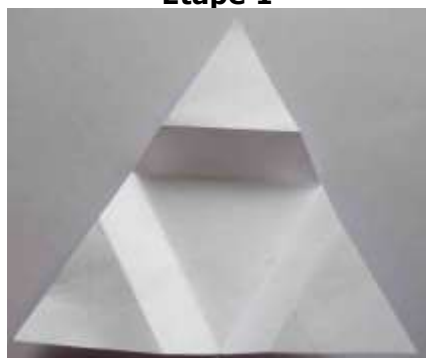
**Recto****Verso**

La fin d'année est propice aux bricolages.

Ces étoiles formeront des guirlandes décorant la maison toute l'année.

Quatre étapes de fabrication**Le gabarit**

Les jeunes enfants utiliseront un gabarit de triangle en carton. Les côtés sont marqués au tiers, à la moitié et aux deux tiers. À partir du Cycle 3, les triangles équilatéraux seront tracés directement sur le papier utilisé.

Étape 1**Étape 2****Étape 3****Étape 4**

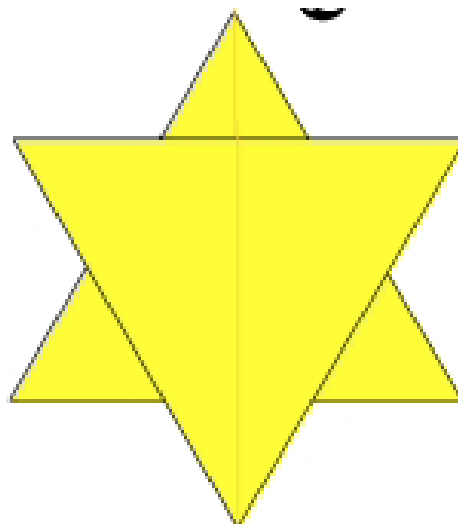
Un peu d'Origami

Pour [ce site](#), le point de départ est un triangle équilatéral. Aucun marquage n'est fait sur ses côtés.



[Ce site](#) propose la fabrication des triangles équilatéraux par pliage d'une feuille de papier carrée.

L'hexagramme est obtenu par collage de deux triangles équilatéraux.



Bricolez bien !

OBSCURANTISME : LE RETOUR ?

Didier Lambois

L'aurore. Le soleil se lève à l'est, l'esprit aussi dit Hegel. Mais n'allons pas chercher trop loin l'origine de la lumière car chacun peut convenir qu'elle vient de la civilisation grecque. Quand bien même de grandes découvertes furent faites en Mésopotamie, en Égypte, en Inde ou plus à l'est encore, ce sont les penseurs grecs qui ont fait de la raison la seule faculté qui puisse nous faire progresser vers la vérité, ce sont eux qui ont fait naître l'exigence d'universalité et de rigueur qui caractérise la science. Avec la logique, l'abstraction, l'argumentation, c'est toute la pensée qui s'éveille. Mais l'aurore est de courte durée.

L'éclipse. Nous avons ensuite connu quelques passages nuageux. Sans être une nuit totale, comme voulaient nous le faire croire nos manuels d'histoire il y a quelques années, il faut reconnaître qu'au Moyen Âge la raison dut se mettre au service de la religion. Pendant dix siècles la raison spéculative s'inclina devant le dogme et s'il y eut quelques innovations dans des domaines techniques, les progrès de la science furent très modestes¹, et nous savons que l'absence de lumière prive de liberté.

L'embellie. De nouveaux modes d'information (imprimerie) vont redonner accès aux textes de l'Antiquité et la traduction de la Bible en langue vernaculaire va mettre fin au monopole de l'interprétation et de la connaissance que l'Église s'était octroyé. À partir de la Renaissance, chacun peut et doit penser par lui-même, à la lumière de la raison.

Les Lumières. « *Le mouvement des Lumières est la sortie de l'homme de sa minorité dont il est lui-même responsable. Minorité, c'est-à-dire incapacité de se servir de son entendement sans la direction d'autrui, minorité dont il est lui-même responsable, puisque la cause en réside non dans un défaut de l'entendement mais dans un manque de décision et de courage de s'en servir sans la direction d'autrui.* »



Sapere aude ! « Aie le courage de te servir de ton propre entendement ! » Voilà la devise des Lumières².

Sapere aude, littéralement, « ose savoir ! » et tous les philosophes des Lumières s'accordent à penser que seul ce savoir, construit à la lumière de la raison, peut apporter à l'homme bonheur et liberté.

L'apogée. La science est le produit de cette activité rationnelle, et elle triomphe pleinement au XIX^e siècle. Aux yeux d'Auguste Comte³ elle représente « *la maturité de l'esprit humain* ». C'est ce qu'il expose dans la fameuse loi des trois états, théorie qui aujourd'hui encore nous laisse penser que nous sommes devenus grands.

Auguste Comte (1798-1857)

¹ Les universités sont nées au Moyen Âge, et nous leur devons beaucoup, mais la laïcisation de l'enseignement fut très lente. Les mathématiques ne commencèrent à être enseignées qu'au XIII^e siècle.

² Kant, *Qu'est-ce que les Lumières ?* 1784.

³ Auguste Comte (1798-1857) a reçu une formation scientifique. Il a d'abord été professeur de mathématiques avant de se tourner vers la philosophie et la sociologie (dont il est considéré comme l'un des fondateurs). Il nomme sa philosophie « positivisme » en précisant que « *Positif* » signifie : *qui repose sur les faits, par opposition au chimérique* ». Pour lui, la connaissance doit se borner aux faits réels et se contenter de montrer les relations (les liens, les lois) entre les phénomènes. Toutefois, à partir de 1845, le positivisme va prendre une dimension religieuse car Comte veut fonder une religion de l'humanité.

« En étudiant le développement total de l'intelligence humaine dans ses diverses sphères d'activité, depuis son premier essor le plus simple jusqu'à nos jours, je crois avoir découvert une grande loi fondamentale, à laquelle il est assujéti par une nécessité invariable, et qui me semble pouvoir être solidement établie, soit sur les preuves rationnelles fournies par la connaissance de notre organisation, soit sur les vérifications historiques résultant d'un examen attentif du passé. Cette loi consiste en ce que chacune de nos conceptions principales, chaque branche de nos connaissances, passe successivement par trois états théoriques différents : l'état théologique, ou fictif ; l'état métaphysique, ou abstrait ; l'état scientifique ou positif. En d'autres termes, l'esprit humain, par sa nature, emploie successivement dans chacune de ses recherches trois méthodes de philosopher, dont le caractère est essentiellement différent et même radicalement opposé : d'abord la méthode théologique, ensuite la méthode métaphysique, et enfin la méthode positive. De là, trois sortes de philosophies, ou de systèmes généraux de conceptions sur l'ensemble des phénomènes, qui s'excluent mutuellement : la première est le point de départ nécessaire de l'intelligence humaine ; la troisième, son état fixe et définitif ; la seconde est uniquement destinée à servir de transition.

Dans l'état théologique, l'esprit humain, dirigeant essentiellement ses recherches vers la nature intime des êtres, les causes premières et finales de tous les effets qui le frappent, en un mot, vers les connaissances absolues, se représente les phénomènes comme produits par l'action directe et continue d'agents surnaturels plus ou moins nombreux, dont l'intervention arbitraire explique toutes les anomalies apparentes de l'univers.

Dans l'état métaphysique, qui n'est au fond qu'une simple modification générale du premier, les agents surnaturels sont remplacés par des forces abstraites, véritables entités (abstractions personnifiées) inhérentes aux divers êtres du monde, et conçues comme capables d'engendrer par elles-mêmes tous les phénomènes observés, dont l'explication consiste alors à assigner pour chacun l'entité correspondante.

Enfin, dans l'état positif, l'esprit humain reconnaissant l'impossibilité d'obtenir des notions absolues, renonce à chercher l'origine et la destination de l'univers, et à connaître les causes intimes des phénomènes, pour s'attacher uniquement à découvrir, par l'usage bien combiné du raisonnement et de l'observation, leurs lois effectives, c'est-à-dire leurs relations invariables de succession et de similitude. L'explication des faits, réduite alors à ses termes réels, n'est plus désormais que la liaison établie entre les divers phénomènes particuliers et quelques faits généraux, dont les progrès de la science tendent de plus en plus à diminuer le nombre. »

Auguste Comte

Une lecture attentive de ce dernier paragraphe nous montre bien les vertus de la science, mais aussi ses faiblesses. Si nous pouvons en effet expliquer les faits, grâce à la science, nous devons dans un même temps renoncer à la connaissance absolue, aux causes premières, au pourquoi, nous devons renoncer à comprendre (trouver du sens) pour nous contenter de montrer comment les phénomènes se produisent et se succèdent.

« La Science nous apprend à peu près comment nous sommes là ; elle ne nous apprend ni pourquoi nous sommes, ni où nous allons, ni quels buts nous devons donner à nos vies et à nos sociétés ». Jean FOURASTIÉ

Nous ne pouvons nier le pouvoir que nous a donné la science, nous pouvons même dire, pour reprendre la formule de Jean Rostand, qu'elle a fait de nous des dieux, ou presque¹. Pourtant la science déçoit, et elle effraie.

¹ Jean Rostand (1894-1977), grand biologiste, précisait : « La science a fait de nous des dieux avant même que nous méritions d'être des hommes ».



Hiroshima : une fraction de seconde et 250 000 morts.

Le développement de la recherche scientifique s'est accompagné d'une transformation du monde (industrialisation, pollution, crise climatique...) et nous pouvons facilement être amenés à penser que la science en est la cause.

Mais sans confondre la science et ses applications, nous pouvons dire que la science pure peut aussi nous effrayer. Par leur formalisation, par leur abstraction, les théories scientifiques échappent de plus en plus à la compréhension de l'homme qui n'y est pas préparé. Combien d'entre nous comprennent l'idée d'espace-temps, ou encore la physique quantique ? Découverte après découverte, la science s'éloigne de nous.

Il ne s'agit pas de faire ici le procès de la science, ce serait malvenu, ridicule¹. Les bienfaits de la science ne sont plus à démontrer et ceux qui lisent cet article savent apprécier la beauté d'une équation. Mais nous pouvons comprendre que la puissance et l'étrangeté de la science aient pu faire naître², au XXème siècle, une forme de défiance à son égard. Cela dit, la défiance n'est pas, en soi, une mauvaise chose, bien au contraire ; la philosophie des Lumières s'est d'ailleurs construite sur la défiance à l'égard de l'autorité et de la tradition. Toutefois, lorsque cette défiance n'est pas conduite par une raison critique rigoureuse, cela peut mener à un grand n'importe quoi.

Le terme qui exprime le mieux ce grand n'importe quoi, c'est la « *junk science* » (science poubelle). Car c'est aujourd'hui par des discours qui se disent « scientifiques » que l'on remet en cause la vérité scientifique. Cela est particulièrement sensible dans les domaines où l'enjeu économique est important. Ainsi des pseudo-scientifiques (ou des scientifiques véreux) vont nous « démontrer » que le tabac ou les pesticides ne sont pas nocifs, que la crise climatique n'est qu'une manipulation politique, tout comme les pandémies, etc.

Si ces discours ne trompent pas les experts, ils trouvent écho auprès du grand public. Les modes d'information ayant beaucoup évolué, comme à la Renaissance, aucun de nous ne peut échapper à la toile tissée par les réseaux, et les théories trompeuses, tout comme les *fakes news*, vont très vite pour se diffuser³. Plus faciles à comprendre, plus en adéquation avec nos désirs, jouant davantage sur nos sentiments que sur la raison, elles dérangent beaucoup moins que la vérité. Et la science étant d'une telle complexité, qui donc, hormis quelques experts, est capable de démêler le vrai du faux. Et comment reconnaître les vrais experts ? Le savoir est devenu une « marchandise informationnelle⁴ » comme une autre, et nous nous laissons prendre par des emballages séduisants.

La diminution de la formation scientifique dans les écoles ne nous aidera pas à y voir plus clair, au contraire, elle ne peut servir que ceux qui veulent nous diriger et qui ont le pouvoir médiatique.

Les philosophes et les sociologues sont nombreux à nous mettre en garde, et Pierre Bourdieu est de ceux-là. Peu de temps avant sa mort il déclarait :

¹ Dans le N°41 (septembre 2021) de l'excellente Revue d'Histoire Naturelle, [Espèces](#), Guillaume Lecoindre (professeur au Muséum National d'Histoire Naturelle) fait une synthèse des reproches qui sont faits aujourd'hui aux scientifiques et il nous donne des arguments pour répondre.

² Il faudrait plutôt dire « renaître » car l'histoire nous montre qu'il y a toujours eu des penseurs défiants à l'égard de la science.

³ Une [étude du MIT](#) montre que les fausses nouvelles se diffusent six fois plus vite que les vraies parce qu'elles sont plus originales et qu'elles jouent sur les émotions, « *la peur, le dégoût et la surprise* »

⁴ Jean-François Lyotard, La condition postmoderne, Les Éditions de Minuit, 1979.

« Je pense que la période 1989/2020 représentera un tournant historique au cours duquel, s'il n'y a pas de résistance, on détruira 2 à 3 siècles de progrès social, intellectuel et culturel. Regardez la politique économique de la culture qui devient une industrie comme une autre. Mais on touche aussi à la sécurité sociale, qui est une chose difficile, précieuse, qui a coûté des vies. L'obscurantisme est revenu mais cette fois, nous avons affaire à des gens qui se recommandent de la raison. Face à cela, on ne peut pas se taire ». Pierre Bourdieu¹

L'obscurantisme est revenu... La peur des applications scientifiques (OGM, nucléaire...), l'incompréhension, le trop d'informations dans ce que nous nommons avec raison des revues prédatrices², tout ceci nous conduit à penser que la science n'est pas la seule autorité et peut-être avons-nous raison de le penser, le problème n'est pas là. Ce qui est à craindre c'est que cette attitude ne se confonde avec une remise en cause de la raison elle-même, avec une nouvelle forme de misologie³ où l'irrationnel aurait autant de valeur que le rationnel. S'il est dans l'air du temps et s'il peut sembler généreux d'affirmer que nous devons savoir accepter les différences, que finalement tout se vaut, il est de notre devoir d'enseignants d'affirmer qu'en termes de vérité tout ne se vaut pas et que l'irrationnel est à la fois dangereux et ridicule.

Face à cela, on ne peut pas se taire ! Montrer à ses élèves le ridicule de l'irrationnel, c'est ce qu'a su faire notre ami et collègue de l'APMEP, Emmanuel Claisse. Ayant dessiné eux-mêmes un beau crop-circle dans un champ lorrain (un bel ouvrage géométrique, [voir vidéo](#)), ses élèves n'ont pu que mieux apprécier le ridicule de certaines réactions ([voir vidéo](#)). C'est à rire, ou à pleurer, mais face à cela, on ne peut pas se taire !

LA PHRASE DU TRIMESTRE

Douter de tout ou tout croire, ce sont deux solutions également commodes qui l'une et l'autre nous dispensent de réfléchir.

Henri POINCARÉ

¹ Propos recueillis par Isabelle Rüf, pour l'émission de Lison Méric « Fin de siècle » du 31/01/1999. Reproduit in *Le Temps*, 25/01/2002.

² Comme leur nom l'indique ce sont des revues frauduleuses, très nombreuses sur le net, mais aussi sur papier, qui sont faites pour nous « prendre ». Non seulement nous nous laissons prendre par leurs propos pseudo-scientifiques et mensongers, qui ne bénéficient d'aucune validation par des experts, mais elles nous prennent aussi notre argent en nous proposant de publier, nous aussi, des articles en libre accès.

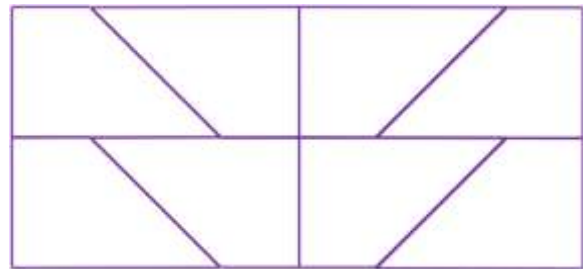
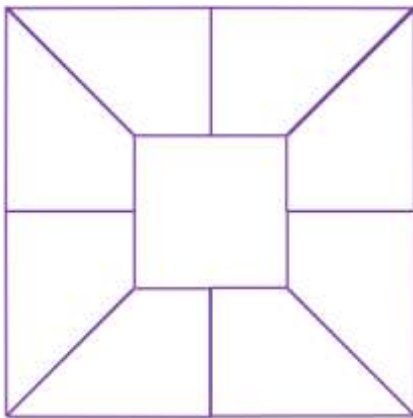
³ Dans le *Phédon* Platon montre que la misanthropie vient toujours d'une déception (nous ne pouvons faire confiance aux hommes) et qu'il en est de même pour la misologie (haine de la raison) : les Lumières n'ont pas tenu leurs promesses.

AUPRÈS DE MON ARBRE...

François DROUIN



[Au pied de cet arbre](#) planté « Avenue de la Résistance » à Laxou, je m'arrêtais heureux ! J'avais reconnu un assemblage de huit trapèzes rectangles visualisant une identité remarquable !



Si a est le côté du carré extérieur et b le côté du carré intérieur, la hauteur de chaque trapèze est $\frac{1}{2} \times (a - b)$.

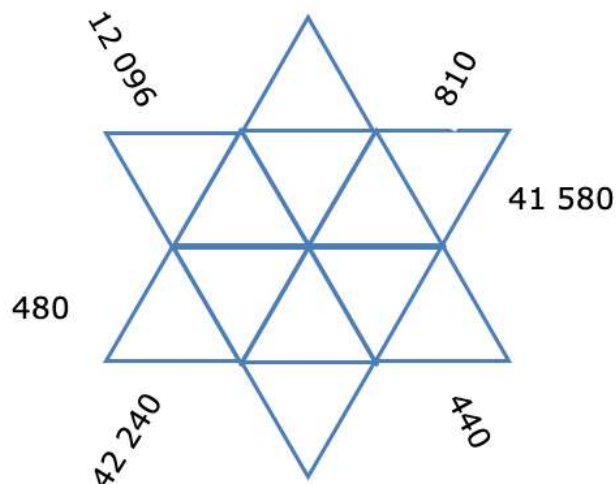
Dans le dessin de droite, l'aire des quatre trapèzes est $a^2 - b^2$.

Dans le dessin de gauche, l'aire des quatre trapèzes est $(a - b) \times (a + b)$.

Je ne regrette pas mon arrêt près de cet arbre !

DÉFI N°148 – 1

« UN HEXAGRAMME ET DES PRODUITS »



Dans les douze triangles équilatéraux formant l'hexagramme, j'ai inscrit un des douze entiers 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, et 12 (chacun d'entre eux n'a été écrit qu'une seule fois).

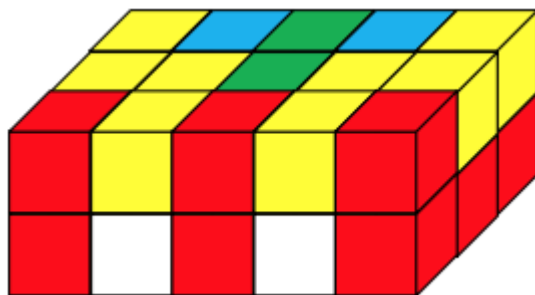
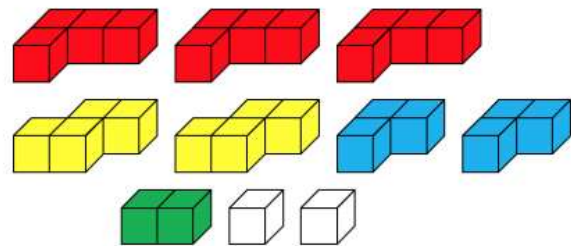
J'ai calculé les produits des nombres formant les six « lignes » de cinq triangles.

J'ai effacé les entiers écrits dans l'hexagramme. Saurais-tu les replacer ?

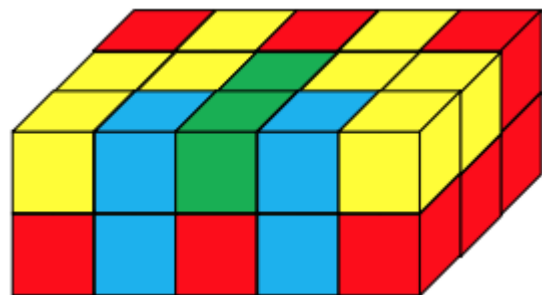
DÉFI N°148 – 2

« AVEC LES PIÈCES DE LA PYRAMIDE AZTÈQUE »

Avec les pièces de la pyramide aztèque, on a construit un pavé.

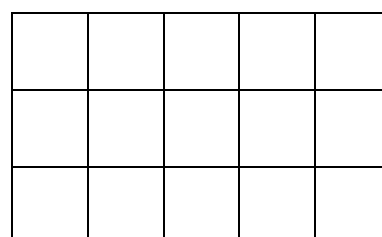


Vu par devant



Vu par derrière

Deux pièces de même couleur ne se touchent jamais. Le pavé admet un plan de symétrie. Coloriez la vue du dessous, non visible sur les dessins ci-dessus.



[Retour au sommaire](#)

DÉFI ALGORITHMIQUE N° 148

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.

Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme. L'exercice suivant avait été proposé en 2014.

Le commissaire Girard est connu pour être un grand fan de la bande dessinée XIII. En début d'année, il a reçu une carte de vœux lui souhaitant une bonne année

$$[1 \times 133 + (-1) \times 132 + (-1) \times 131 + (-1) \times 130].$$

Amusé, le commissaire se demande s'il est possible de trouver le même résultat en ne multipliant les puissances successives de 13 qu'avec des nombres positifs.

On demande d'écrire une fonction `decomposition(N,b)` qui, pour un entier N donné, renvoie les nombres positifs et les exposants des puissances de b dans l'écriture de N en fonction des puissances de b .

SOLUTION DÉFI ALGORITHMIQUE-RALLYE N° 147

Le défi algorithmique du PV 147 reprenait l'exercice 3 du Rallye 2012 et demandait de déterminer la probabilité de tomber sur le carré d'un entier en choisissant un nombre au hasard entre 0 et 2012. Il fallait écrire une fonction `girard(N)` qui, pour un entier N donné, renvoie la probabilité d'obtenir un carré parfait en choisissant, au hasard, un entier entre 0 et N .

L'algorithme est relativement élémentaire puisqu'il s'agit de parcourir les entiers entre 0 et N et d'augmenter un compteur chaque fois que l'on rencontre un carré parfait. On termine en renvoyant le quotient de ce compteur par N . La fonction `carré_parfait` renvoie Vrai si le nombre est un carré parfait, Faux sinon. On peut proposer ce défi en Seconde.

Pseudo-code :

Fonction `carré_parfait(n : entier ; booléen)`

si $\sqrt{n} = E(\sqrt{n})$, **alors** : ($E(x)$ est la partie entière de x)

renvoyer Vrai

sinon :

renvoyer Faux

Fonction `girard(N : entier ; flottant)`

`compteur` $\leftarrow$ 0 ;

pour i allant de 0 à N , **faire** :

si `carré_parfait(i)`, **alors** :

`compteur` $\leftarrow$ `compteur` + 1 ;

finSi ;

finPour ;

renvoyer `compteur`/ N

Python

```
import math
```

```
def carre_parfait(n) :
```

```
    """
```

```
    Fonction carre_parfait(n : entier ; booléen)
```

```
    renvoie Vrai si n est un carré parfait, Faux sinon.
```

```
    """
```

```
    return math.floor(math.sqrt(n))==math.sqrt(n)
```

```
def girard(N) :
```

```
    """
```

```
    Fonction girard(N : entier ; flottant)
```

```
    renvoie la probabilité de tomber sur un carré parfait en choisissant un entier au hasard entre 1 et N
```

```
    """
```

```
    compteur=0
```

```
    for i in range(0,N+1) :
```

```
        if carre_parfait(i) :
```

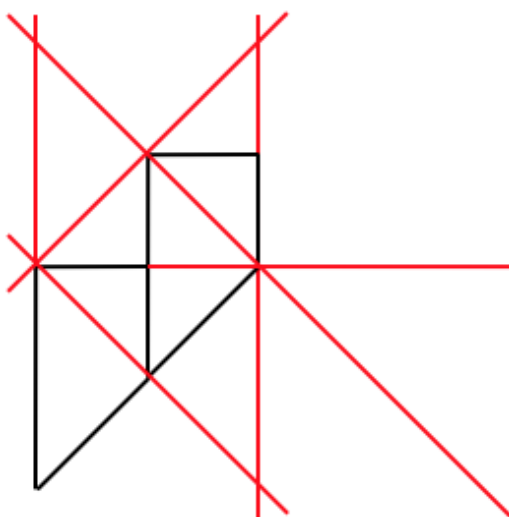
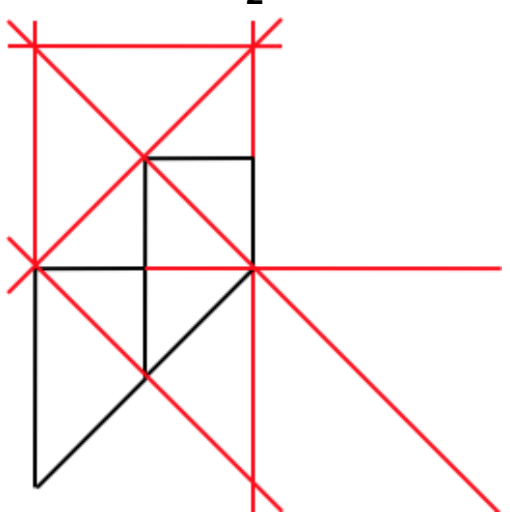
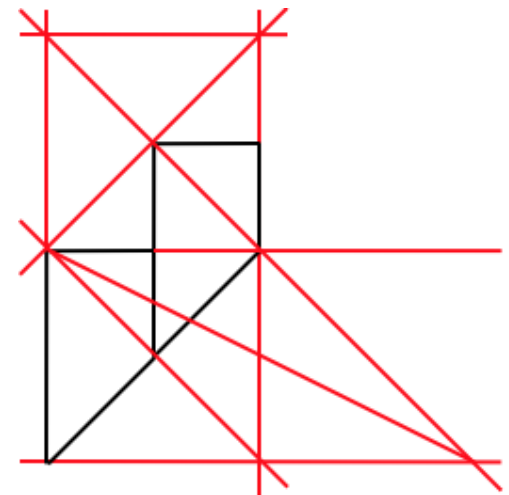
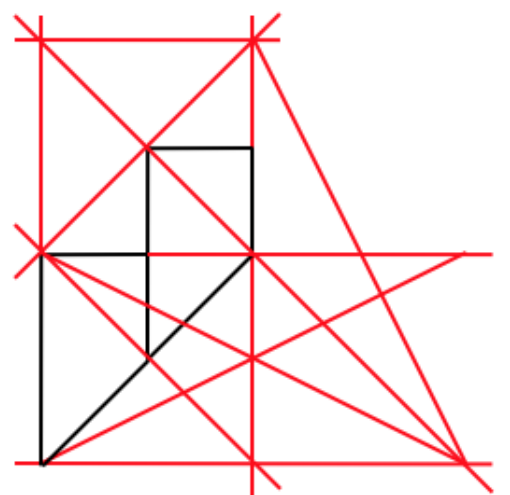
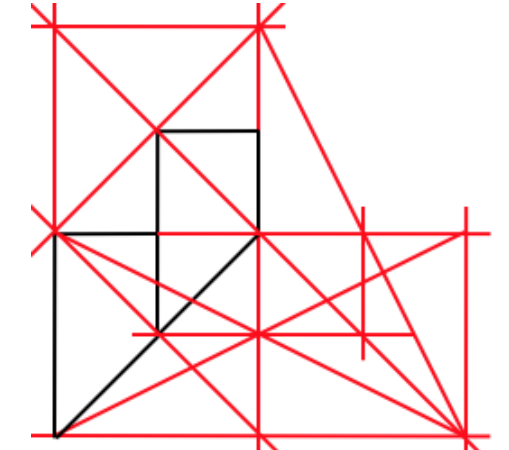
```
            compteur=compteur+1
```

```
    return compteur/N
```

SOLUTION DÉFI N°147

« LE COÛT D'UNE CONSTRUCTION »

Une solution « gratuite »

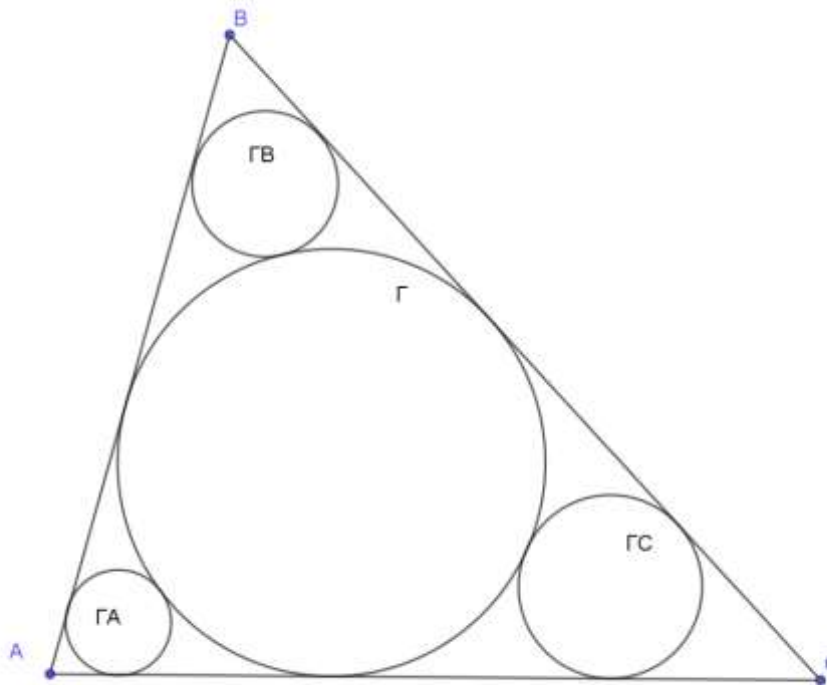
1 	2 
3 	4 
7 	Il restera à effacer certains tracés et profiter de qui est enseigné au collège pour finaliser les justifications. Les quadrilatères et leurs diagonales sont très présents. Réussirez-vous à trouver une autre « solution gratuite » utilisant moins de treize tracés ?

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE N°148

Proposé par Fabien Lombard

On considère un triangle ABC et son cercle inscrit Γ de rayon r . Les cercles Γ_A , Γ_B et Γ_C , de rayons respectifs r_A , r_B et r_C sont tangents à Γ et à des côtés du triangle ABC .

Justifiez que la construction ci-dessous est possible et exprime r en fonction de r_A , r_B et r_C .



On pourra, par exemple, effectuer un calcul direct ou encore exprimer $\tan\left(\frac{\pi-\hat{A}}{4}\right)$ en fonction des rayons r et r_A .

SOLUTION DU PROBLÈME N°147

Soient x, y, z trois nombres strictement positifs tels que $x + y + z = 1$.

Proposer au moins deux méthodes de résolution de l'équation (E) : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 9$

Solution

Cinq méthodes sont proposées, trois algébriques, une analytique et la dernière géométrique.

Méthode 1 (proposée par Fabien Lombard)

On note $P = (x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$. On a donc par développement,

$$P = 3 + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right)$$

Or la somme d'un nombre strictement positif X et de son inverse est toujours supérieur ou égal à 2. En effet $X + \frac{1}{X} - 2 = \frac{X^2 - 2X + 1}{X} = \frac{(X-1)^2}{X} \geq 0$; on remarque également que $X + \frac{1}{X} = 2$ si et seulement si $X = 1$

Par conséquent $P = 3 + \left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \left(\frac{x}{z} + \frac{z}{x}\right) + \left(\frac{z}{y} + \frac{y}{z}\right) \geq 3 + 2 + 2 = 7$, et il y a égalité si et seulement si chacune des parenthèses est égale à 2, soit lorsque $\frac{x}{y} = \frac{y}{x} = \frac{z}{y}$ ou encore $x = y = z$.

De $x + y + z = 1$, on déduit que l'équation (E) a pour unique solution le triplet $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$.

Fabien Lombard généralise ce résultat avec n nombres positifs $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$, le produit $P = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}\right)$ est supérieur ou égal à n^2 avec égalité si et seulement si $a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$.

En effet $P = n + \sum_{i \neq j} \left(\frac{a_i}{a_j} + \frac{a_j}{a_i}\right)$; il y a $\binom{n}{2}$ termes de la forme $\left(\frac{a_i}{a_j} + \frac{a_j}{a_i}\right)$ qui sont chacun supérieurs à 2, donc $P \geq n + \binom{n}{2} \times 2$, soit après calcul $P \geq n^2$.

F Lombard fait remarquer que l'on peut arriver au même résultat en considérant l'inégalité de convexité appliquée à la fonction f définie sur $\mathbb{R}^{++}$ par $f(x) = \frac{1}{x}$, qui permet d'écrire que

$$\frac{1}{\frac{\sum_{i=1}^n a_i}{n}} \leq \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}}{n}, \text{ ce qui donne } \left(\sum_{i=1}^n a_i\right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}\right) \geq n^2$$

Méthode 1bis (proposée par Jacques Choné)

Jacques Choné s'appuie sur un résultat analogue, l'énonçant sous la forme : la moyenne harmonique d'une liste de nombres strictement positifs est toujours inférieure ou égale à leur moyenne arithmétique avec égalité si et seulement si tous les nombres de la liste sont égaux. Dans le cas présents les hypothèses se traduisent par

$$\frac{x+y+z}{3} = \frac{1}{\frac{3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}.$$

Il y donc égalité des moyennes harmoniques et arithmétiques. Les nombres sont donc tous égaux à $\frac{1}{3}$.

Méthode 2 (proposée par Fabien Lombard)

On isole $z = 1 - (x + y)$. On a alors $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{1-(x+y)} = 9$

En notant $s = x + y$ et $p = xy$, on obtient $\frac{s}{p} + \frac{1}{1-s} = 9$, soit $s^2 - s - p(9s - 8) = 0$.

On peut remarquer que $9s - 8 < 0$. En effet $\frac{1}{z} < 9$ donc $z > \frac{1}{9}$, ce qui a pour conséquence que $s < 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$.

On a donc $9s - 8 \neq 0$ et par conséquent $p = \frac{s^2 - s}{9s - 8}$.

On en déduit que x et y sont solutions de l'équation $U^2 - sU + \frac{s^2 - s}{9s - 8} = 0$ (E')

Cette équation a pour discriminant $\Delta = s^2 - 4 \frac{s^2 - s}{9s - 8}$, soit $\Delta = \frac{s(3s - 2)^2}{9s - 8}$.

Avec $s > 0$ et $9s - 8 < 0$, cette équation (E') n'aura donc des solutions que si $3s - 2 = 0$.

Par conséquent on en déduit que $s = x + y = \frac{2}{3}$ puis que $p = xy = \frac{1}{9}$. L'équation (E'), nous donne les solutions $x = y = \frac{1}{3}$ dont on déduit $z = \frac{1}{3}$.

Méthode 3 (proposée par Philippe Févotte)

L'équation (E) s'écrit également $xy + yz + xz = 9q$, en notant $q = xyz$.

Les nombres x, y, z sont les solutions de l'équation du troisième degré $P(X) = 0$ avec

$$P(X) = (X - x)(X - y)(X - z).$$

Or $P(X) = X^3 - (x + y + z)X^2 + (xy + yz + xz)X - xyz$

On a donc $P(X) = X^3 - X^2 + 9qX - q$, il reste à résoudre l'équation $X^3 - X^2 + 9qX - q = 0$ pour déterminer les nombres x, y et z .

Soit $Z = X - \frac{1}{3}$, l'équation (E) équivaut à l'équation (E')

$$\left(Z + \frac{1}{3}\right)^3 - \left(Z + \frac{1}{3}\right)^2 + 9q\left(Z + \frac{1}{3}\right) - q = 0, \text{ c'est-à-dire } Z^3 + 9\left(q - \frac{1}{27}\right)Z + 2\left(q - \frac{1}{27}\right) = 0$$

La résolution de cette équation par la méthode de Cardan nous invite à calculer

$$\Delta = \left(q - \frac{1}{27}\right)^2 + 27\left(q - \frac{1}{27}\right)^3 = 27q\left(q - \frac{1}{27}\right)^2$$

L'équation (E') aura trois solutions réelles ou confondues si $\Delta = 27q\left(q - \frac{1}{27}\right)^2 \leq 0$

Or les trois solutions x, y et z , si elles existent, sont strictement positives. Par conséquent $q > 0$ et donc $\left(q - \frac{1}{27}\right)^2 \leq 0$. On a donc $q = \frac{1}{27}$ et l'équation (E') se réduit à $Z^3 = 0$ et elle a 0 pour solution triple.

Par conséquent l'équation (E) a pour unique solution $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

Méthode 4 (proposée par Jacques Choné)

Remarquons tout d'abord que $x = y = z = \frac{1}{3}$ est une solution particulière du système.

L'équation (E) s'écrit également $xy + yz + xz = 9q$, en notant $q = xyz$.

On a également $x + y + z = 1$. Les nombres x, y, z sont donc les solutions de l'équation $X^3 - X^2 + 9qX - q = 0$. L'étude de la fonction f_q définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f_q(X) = X^3 - X^2 + 9qX - q$ montre que :

$$\text{- si } q > \frac{1}{27}$$

f_q est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$ en prenant des valeurs de $-q$ à $+\infty$. Elle a donc une racine unique, de plus simple, car f_q' ne s'annule pas pour cette racine.

$$\text{- si } 0 < q < \frac{1}{27}$$

En notant $\alpha = \sqrt{1 - 27q}$, la fonction f_q est croissante sur $\left[0, \frac{1-\alpha}{3}\right]$, décroissante sur $\left[\frac{1-\alpha}{3}, \frac{1+\alpha}{3}\right]$ et strictement croissante sur $\left[\frac{1+\alpha}{3}, +\infty\right]$.

Sachant que $f_q\left(\frac{1-\alpha}{3}\right) = -\frac{2}{27}(1-\alpha) < 0$, on en déduit que, là également f_q a une racine unique, de plus simple, car f_q' ne s'annule pas pour cette racine.

$$\text{- si } q = \frac{1}{27}, X^3 - X^2 + 9\frac{1}{27}X - \frac{1}{27} = \frac{1}{27}(3X - 1)^3$$

Par conséquent $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ est l'unique solution du système.

Méthode 5 (proposée par Philippe Févotte)

On se place dans $\mathbb{R}^3$ muni du produit scalaire canonique et on considère les deux vecteurs $u = (\sqrt{x}, \sqrt{y}, \sqrt{z})$ et $v = \left(\frac{1}{\sqrt{x}}, \frac{1}{\sqrt{y}}, \frac{1}{\sqrt{z}}\right)$.

L'inégalité de Cauchy-Schwartz donne :

$$(\sqrt{x}, \sqrt{y}, \sqrt{z}) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}}, \frac{1}{\sqrt{y}}, \frac{1}{\sqrt{z}}\right) \leq (x + y + z)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{2}}$$

Soit $3 \leq \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right)^{\frac{1}{2}}$ ou encore $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9$

De plus on sait qu'il y a égalité si et seulement s'il existe un réel k tel que $u = kv$, ce qui donne $(\sqrt{x}, \sqrt{y}, \sqrt{z}) = k \left(\frac{1}{\sqrt{x}}, \frac{1}{\sqrt{y}}, \frac{1}{\sqrt{z}}\right)$ et par conséquent $x = y = z = k$

De $x + y + z = 1$, on déduit que la solution est $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$

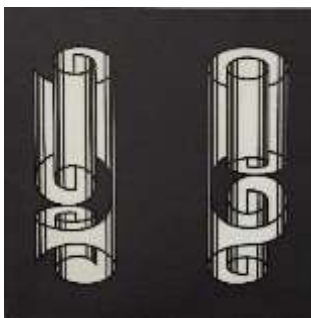
Remarque : cette méthode permet de généraliser le problème à n nombres $x_1, x_2, \dots, x_n$ tels que $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$ et $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n} = n^2$

ANNONCE**ANNI ET JOSEH ALBERS**

Pour le plaisir des yeux, une exposition à ne pas manquer au [Musée d'Art Moderne de Paris](#), jusqu'au 9 janvier 2022.

Depuis leur rencontre au Bauhaus en 1922, ce couple d'artistes a développé, chacun dans son domaine, une œuvre indépendante.

Vous apprécierez le travail sur les couleurs de [Joseph Albers](#), depuis ses vitraux jusqu'à ses [célèbres carrés](#), ses œuvres graphiques avec de nombreux trompe-l'œil ou encore ses collages et photographies.



Quant à [Anni Albers](#), ce sont ses tissages à motifs géométriques qui attireront d'emblée votre regard. Vous pourrez également apprécier ses bijoux, réalisés à partir d'objets de la vie quotidienne.



Seul champ d'investigation en commun, celui des nœuds, les artistes ayant certainement été influencés par leur ami et mathématicien [Max Wilhelm Dehn](#) dans son développement de la théorie des nœuds.

[Retour au sommaire](#)

ANNONCE

UTILISATION RAISONNÉE DU QUADRILLAGE POUR DES TRACÉS GÉOMÉTRIQUES

Le titre de ce module imaginé par le [groupe « numérique »](#) de l'[IRES de Toulouse](#) a fait écho à des préoccupations d'enseignants de notre régionale.

Nous avons donc très rapidement commencé à l'explorer. À Toulouse, GeoGebra vient en complément de ce qui pourrait être également fait sur papier quadrillé ou pointé.

Objectifs du module

Reconnaître ou obtenir des points alignés, des traits parallèles ou perpendiculaires.

Tracés géométriques correspondants, à la règle (non graduée) et au compas.

Utilisation induite dans des exercices sur milieu, symétrie axiale, symétrie centrale, translation, cercle et triangle rectangle.

Extrait de l'introduction

Si la géométrie repérée et les vecteurs apportent aux notions abordées dans ce module l'institutionnalisation et la rigueur mathématique souhaitables, une première approche relevant du comptage de carreaux demeure plus qu'utile et sans doute d'autant plus nécessaire que la feuille quadrillée restera présente quand les maths, elles, auront disparu de l'enseignement de ceux qui n'en pouvaient plus mais.

Via le logiciel GeoGebra, ce module propose de familiariser et d'utiliser en pratique le comptage de carreaux pour des tracés sur quadrillage.

Pour y accéder



Un module à explorer sans modération !