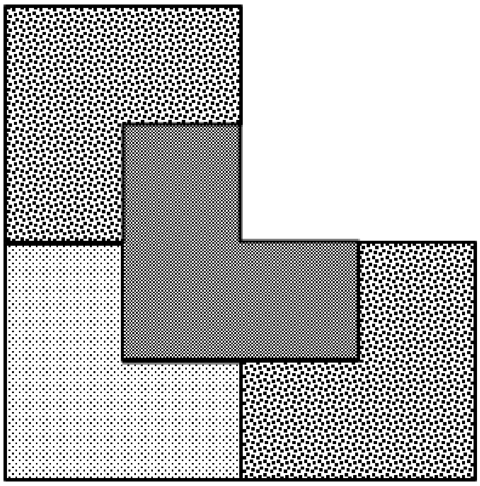
***DES DÉFIS POUR NOS ÉLÈVES***

# DÉFI N°147 : « LE COÛT D'UNE CONSTRUCTION »

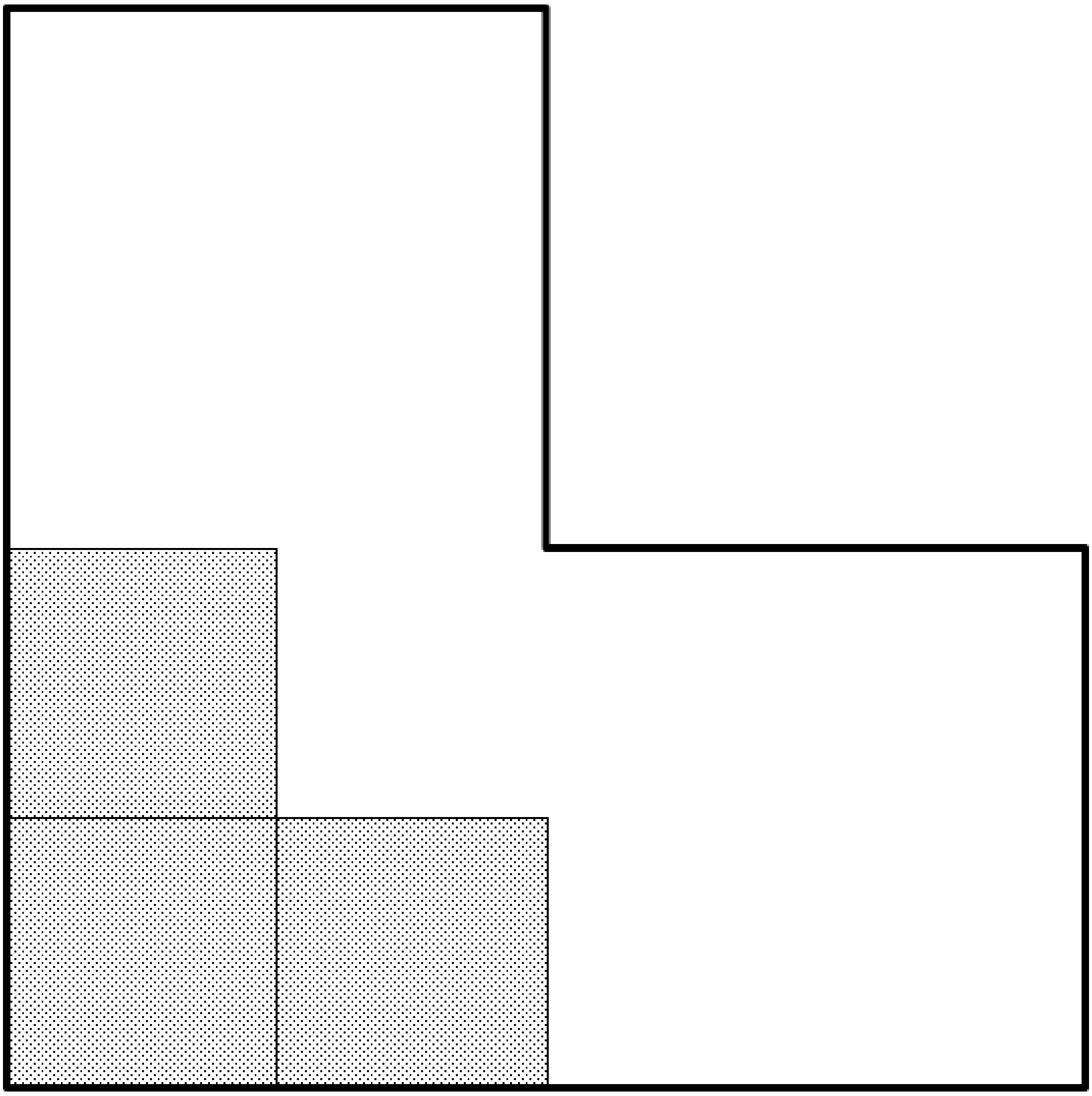
La figure ci-contre représente un assemblage de quatre « Petits L ».
Complète la figure commencée ci-dessous pour reproduire l'assemblage.



**Coût des instruments**

| | |
|---|---|
| Règle non graduée | Gratuite |
| Règle graduée | 10 € |
| Compas | 5 € |
| Gabarit d'angle droit | 2 € |

**Quel sera le coût de ta construction ?**



Retour au sommaire

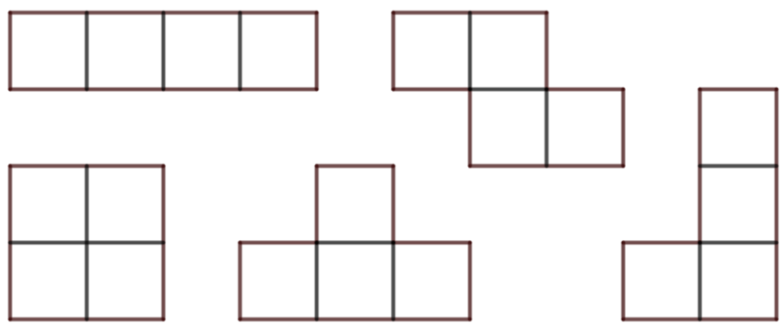
# DÉFI ALGORITHMIQUE N° 147

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.
Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme.
L'exercice suivant avait été proposé en 2012.

Le commissaire Girard pose cette énigme à sa petite fille :
« Dans mon chapeau, j'ai mis des petits papiers. Sur chaque petit papier est écrit un des nombres entiers de 0 à 2012. Je me fais vieux, mais j'ai bien pris garde que tous les nombres entiers de 0 à 2012 soient écrits et que chacun d'entre eux ne soit écrit qu'une seule fois…
Je ferme les yeux et, abracadabra, je tire un papier de mon chapeau.
Quelle est la probabilité que le nombre inscrit soit le carré d'un nombre entier ? »

On demande d'écrire une fonction girard(N) qui, pour un entier N donné, renvoie la probabilité d'obtenir un carré parfait en choisissant, au hasard, un entier entre 0 et N.

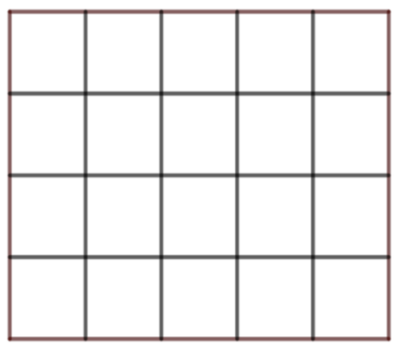
# ÉNONCÉ ET PROLONGEMENTS DU DÉFI 146 -1
# LES CINQ TÉTRAMINOS (d'après Martin Gardner)



Est-il possible de les assembler pour recouvrir le rectangle $4 \times 5$ ci-dessous ?

Si oui, faites une figure
et si non, démontrez-le.

*NB : Les pièces sont retournables.*

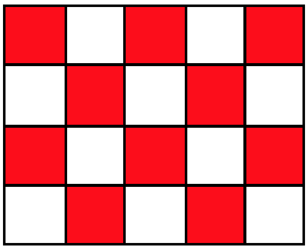


**Prolongement 1 :** on propose d'utiliser deux pièces de chaque sorte de tétraminos pour un rectangle deux fois plus vaste, c'est-à-dire ayant une aire de 40 carreaux (plusieurs rectangles ont cette aire).

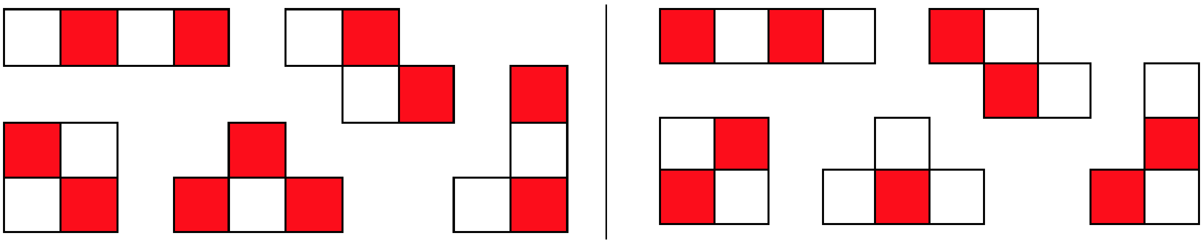
**Prolongement 2** : Avec les pièces du jeu TETRIS (**pièces non retournables**), est-il possible de recouvrir un rectangle 7x4 ? Et avec deux exemplaires de chaque pièce, est-il possible de recouvrir un rectangle 7x8 ?

Retour au sommaire

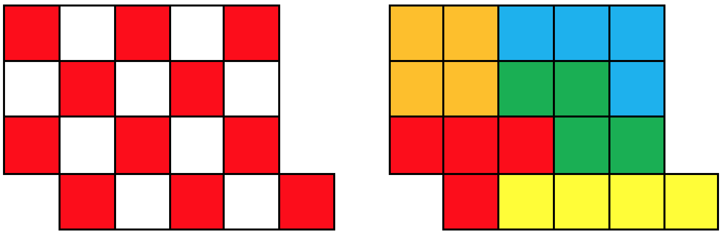
# SOLUTION DÉFI 146 -1- LES CINQ TÉTRAMINOS



Dans le rectangle, il y a autant de cases rouges que de cases blanches.

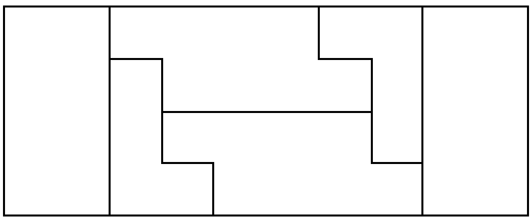


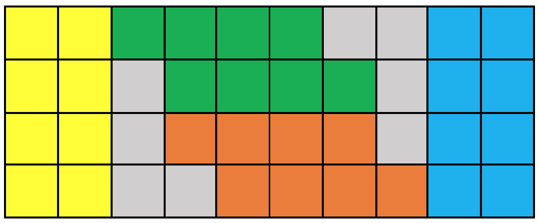
Dans les pièces, nous ne réussirons pas avoir pas à avoir autant de cases rouges que de cases blanches, le recouvrement du rectangle ne sera pas possible.
Arnaud Gazagnes nous signale avoir déposé l'an passé sur le site de l'académie de Lyon une telle solution à ce défi. Pour aller plus loin, il propose de déplacer d'une case une ligne du rectangle 4x5 pour obtenir un polygone pouvant être recouvert par les cinq pièces.

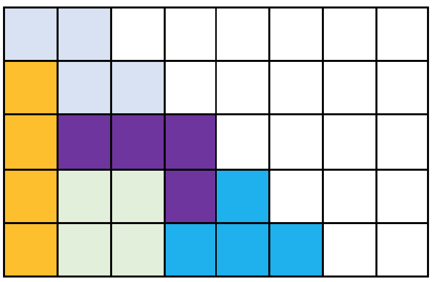


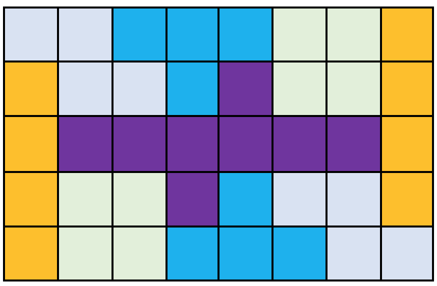
Voici de plus une ouverture vers les tuiles de pavage.

Arnaud propose lui aussi d'utiliser deux pièces de chaque sorte pour réaliser un rectangle deux fois plus vaste.
La symétrie centrale est présente dans des propositions de joueurs de la régionale.



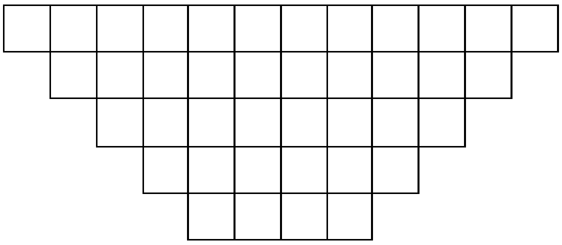


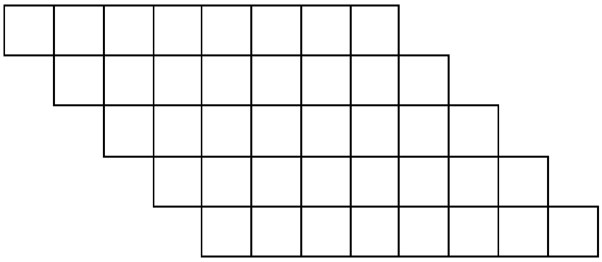




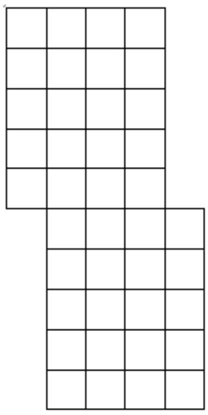
Retour au sommaire

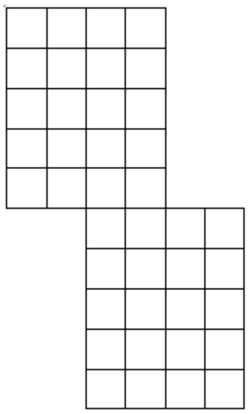
Dans le recouvrement précédent, des assemblages symétriques des deux ensembles de cinq pièces fournissent des polygones recouvrables par les 10 pièces. Nous pourrons nous intéresser à l'existence de recouvrement non symétriques de ces formes.

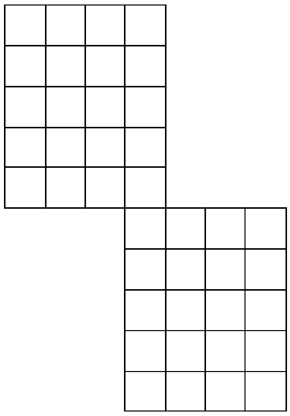


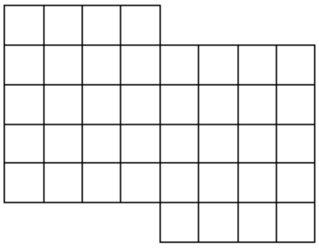


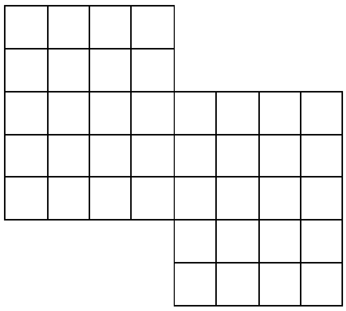
Les rectangles 4x10 et 8x5 correspondent à des assemblages de deux rectangles 4x5 à l'aide d'une symétrie axiale. Ces deux rectangles peuvent aussi être assemblés à l'aide d'une symétrie centrale.

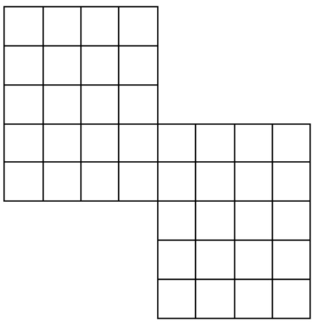


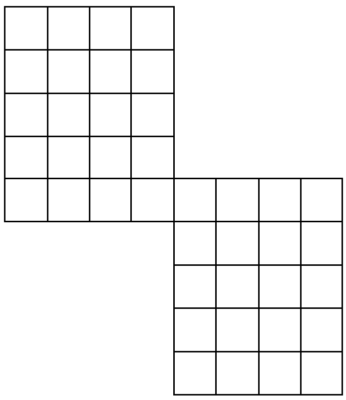










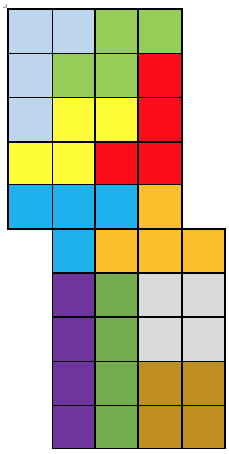


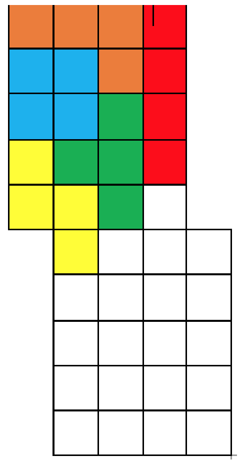
Retour au sommaire

Voici de quoi imaginer de nouvelles tuiles de pavage.

Ce n’est que le début de la recherche…

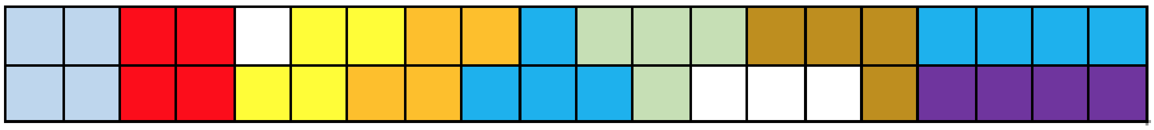
Plusieurs méthodes sont envisagées.



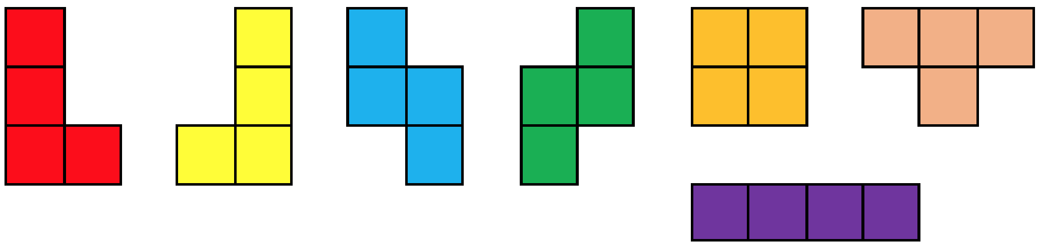


**Compléments concernant les rectangles envisagés avec les deux ensembles de cinq tétraminos**

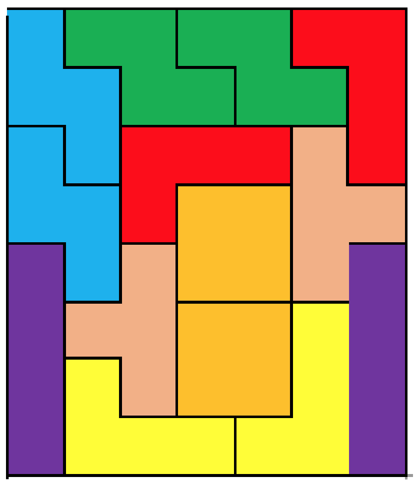
L’observation des pièces nous persuade de l’impossibilité du rectangle 1x40.
Après quelques manipulations, nous pouvons nous convaincre de l’impossibilité du rectangle 2x20.



**Avec les pièces du jeu TETRIS (les pièces ne sont pas retournables)**



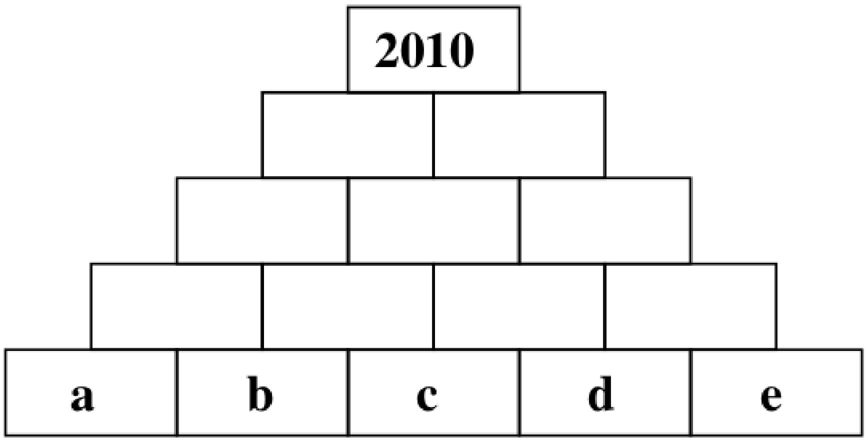
Ce qui a été imaginé avec les cinq tétraminos est transférable aux sept pièces du jeu TETRIS. Il est impossible de recouvrir un rectangle 7x4, mais avec deux exemplaires de chaque pièce, il est possible de recouvrir entre autres un rectangle 7x8.



Retour au sommaire

# SOLUTION ALGO-RALLYE 146

Le défi algorithmique du PV 146 reprenait l'exercice 1 du Rallye 2010 et demandait de compléter la pyramide additive ci-dessous en donnant les valeurs des entiers strictement positifs a, b, c, d et e tous différents, avec a le plus grand possible.




L'algorithme de la fonction proposé ici est une imbrication de cinq boucles et ce n'est guère efficient. Le nombre au sommet de la pyramide est $a + 4b + 6c + 4d + e$ ; pour rendre a le plus grand possible, il faut minimiser b, c et d en priorité. Ainsi, la dernière boucle commence-t-elle à N.

Pseudo-code

```
Fonction mur(N : entier ; a, b, c,d ,e : entiers)
    pour c allant de 1 à N, faire :
        pour b allant de c+1 à N, faire :
            pour d allant de b+1 à N, faire :
                pour e allant de d+1 à N, faire :
                    pour a allant de N à e+1, faire :
                        si a+4b+6c+4d+e=N, alors :
                            renvoyer a,b,c,d,e ;
                        finSi ;
                    finPour ;
                finPour ;
            finPour ;
        finPour ;
    finPour ;
```

Python

```
def mur(N) :
    """
    N : entier
    renvoie les entiers a,b,c,d et e tels que a+4b+6c+4d+e=N,
    """
    for c in range(1,N+1) :
        for b in range (c+1,N+1) :
            for d in range(b+1,N+1) :
                for e in range(d+1,N+1) :
                    for a in range(N,b+1,-1) :
                        if a+4*b+6*c+4*d+e==N :
                            return a,b,c,d,e
```

Retour au sommaire