

DANS NOS CLASSES

APPRÉHENDER LE THÉORÈME DE PYTHAGORE EN SEGPA

Julie BERQUE

Collège Louis Armand - Moulins-lès-Metz

Cette expérimentation s'est faite suite à des échanges entre collègues enseignant les mathématiques dans l'établissement. Le souhait de faire découvrir le théorème en utilisant des aires était présent dans un ancien document de formation de professeurs du second degré. Des versions papier avaient été retrouvées et utilisées comme ressource, il est actuellement téléchargeable sur [notre site](#).

En tant que jeune enseignante, j'ai été affectée pour ma deuxième année consécutive en classe spécialisée : la SEGPA. Cette année, j'ai eu pour la première fois Mathématiques en 4^{ème}/3^{ème}. Les compétences de cycle 4, le DNB professionnel, le double niveau étaient autant d'enjeux que de découvertes pour moi cette année. La difficulté majeure selon moi, était l'écart entre le niveau de mes élèves et les attentes du DNB pro. Avec l'aide de l'équipe de mathématiques au sein de mon collège, j'ai pu être aiguillée, soutenue et ainsi aborder mon année plus sereinement et efficacement. En effet, ma façon d'enseigner les mathématiques est la suivante : un état des lieux des connaissances par le biais d'évaluation diagnostique, révisions des prérequis pour enfin aborder des chapitres de compétences cycle 4. Je vais donc vous présenter une proposition de séquence sur le théorème de Pythagore en SEGPA, un chapitre incontournable lorsqu'on prépare nos élèves au DNB professionnel.

La problématique que je vais aborder dans cet article est la suivante : Comment appréhender un chapitre complexe, tel que le théorème de Pythagore, tout en prenant en compte la difficulté scolaire afin de mettre les élèves en situation de réussite ?

Cette séquence a été réalisée avec une classe SEGPA comprenant 17 élèves de 4^{ème}/3^{ème} en difficulté scolaire.

1 – État des lieux des connaissances

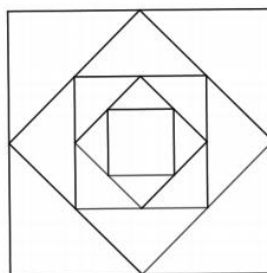
Pour aborder un tel chapitre, il est important de s'intéresser aux prérequis qu'il sollicite. En effet, le théorème de Pythagore implique différentes compétences à maîtriser en amont.

- Connaître les propriétés du carré ainsi que ses formules (aire/périmètre).
- Construire des figures usuelles (carré, rectangle, triangle).
- Distinguer aire/périmètre.

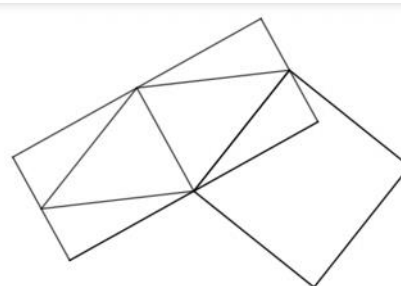
À partir d'une évaluation diagnostique, il a été possible de constater que la classe de 4^{ème}/3^{ème} devait retravailler ces différentes notions afin d'enlever tout obstacle à la compréhension et à l'application du théorème.

Exemples d'activités proposés en amont sur la remédiation sur les carrés/rectangles**Activité**

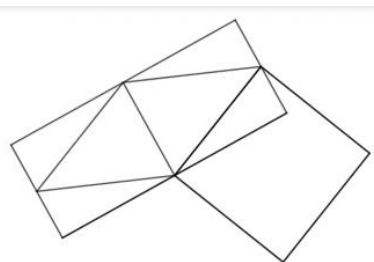
- a) Observe bien la figure géométrique ci-contre.
Combien de carrés vois-tu ? Repasse-les en rouge.



- a) Sur la figure ci-contre, repasse en vert le contour des rectangles que tu reconnais (vérifie les propriétés en utilisant des instruments).



- b) Reconnais-tu un carré dans cette figure ? Si oui, repasse en rouge son contour.

**Activité**

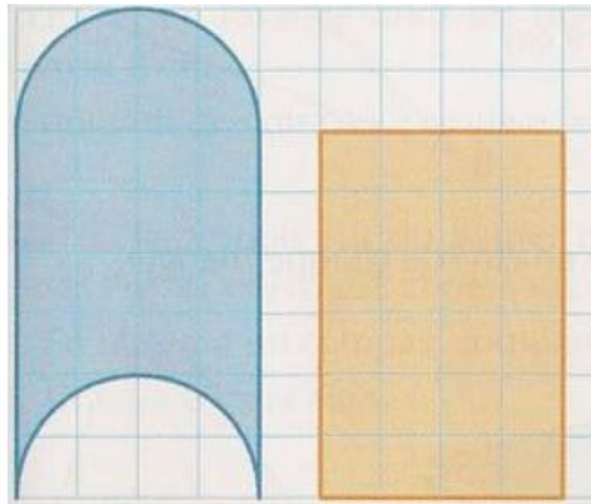
Dans chacune des 2 cases ci-dessous se trouve le début d'une construction d'un carré.
Termine ces constructions en utilisant seulement les instruments indiqués.

N'efface pas tes traits de construction.

Équerre et règle graduée	Règle non graduée et compas

Exemples d'activités proposées en amont sur la remédiation aire/périmètre**Activité**

Observe les figures suivantes et coche les bonnes réponses.



La figure bleue a un périmètre plus grand que la figure orange	☐
La figure bleue et la figure orange ont le même périmètre	☐
La figure orange a un périmètre plus grand que la figure bleue	☐
La figure bleue a une aire plus grande que la figure orange	☐
Les deux figures ont la même aire	☐
La figure orange a une aire plus grande que la figure bleue	☐

Activité

Classer les situations suivantes en deux catégories en cochant la case "Périmètre" ou la case "Aire".

	Aire	Périmètre
On veut acheter du parquet pour changer le sol d'une chambre	☐	☐
Pour le tout nouveau stade de foot on souhaite entourer le stade avec des barrières	☐	☐
Je souhaite rénover mon balcon et le carrelé entièrement	☐	☐

2 – Les objectifs de la séquence sur le Théorème de Pythagore

Séances Prérequis (3 séances) : Connaître les propriétés d'un carré/rectangle, tracer carré, rectangle et triangle, distinguer aire et périmètre.

Chapitre prérequis aire/périmètre (3 séances) : Distinguer aire et périmètre.

Séance 1 : Activité introductive sur les puzzles : Découvrir la propriété du théorème de Pythagore.

Séance 2 : Calculer l'aire du 3eme carré, déterminer la longueur de côté des carrés, compléter le théorème de Pythagore à l'aide de la méthode des puzzles.

Séances 3 et 4 : Calculer une longueur (cas de l'angle droit et de l'hypoténuse).

Séances 5 : Évaluation.

Séance 6 : Problème en lien avec Pythagore.

[Retour au sommaire](#)

3 - Déroulement de la séquence sur le théorème de Pythagore

a) Séance 1

Puzzles de Pythagore

Puzzle 1

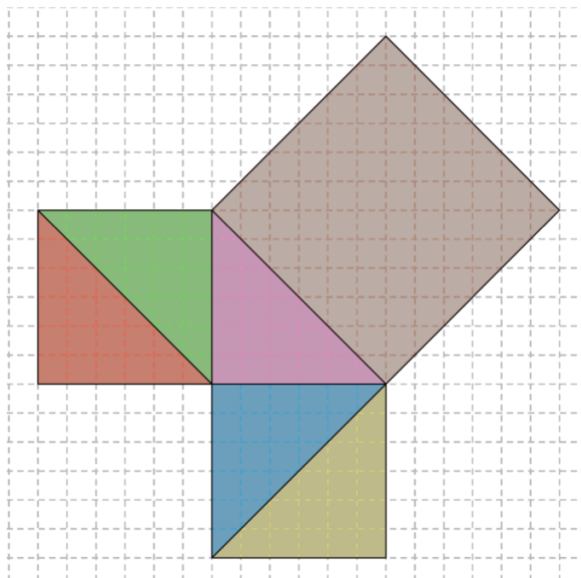
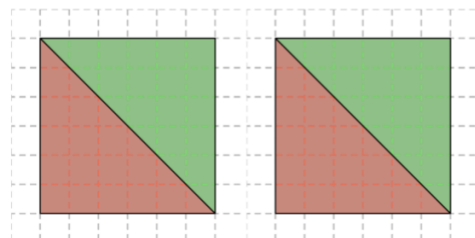
Nous avons entouré un triangle rectangle et isocèle de trois carrés.

Avec les 4 triangles ci-dessous tu peux recouvrir exactement le plus grand carré.

Découpe et colle ces 4 triangles sur la figure de droite de telle sorte qu'ils recouvrent le grand carré.

Complète la phrase suivante :

L'..... du grand carré est égale à lades aires des deux autres.....



Puzzle 2

Nous avons choisi cette fois un triangle rectangle dont l'un des côtés de l'angle droit mesure le double de l'autre.

Le carré intermédiaire a été partagé en 4 triangles identiques.

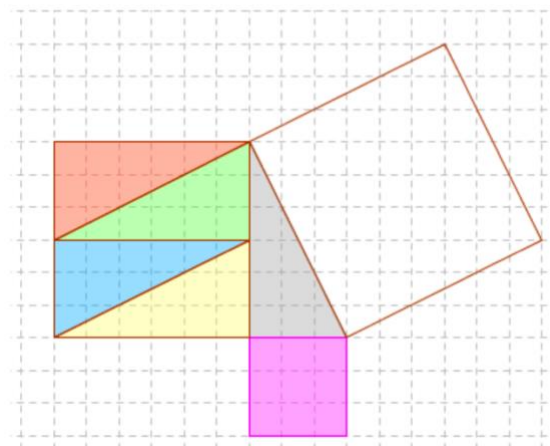
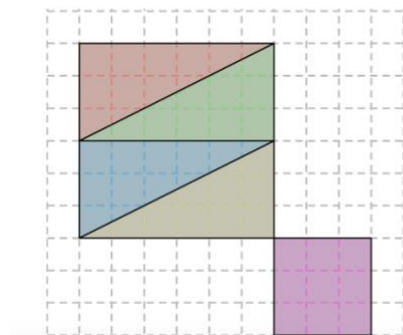
Avec les 4 triangles et le plus petit carré tu peux recouvrir exactement le grand carré.

Découpe les 4 triangles et le carré ci-dessous et colle-les sur la figure de droite de telle sorte qu'ils recouvrent le grand carré.

La phrase encadrée (puzzle 1) est-elle encore vraie ?

.....

.....



Puzzle 3

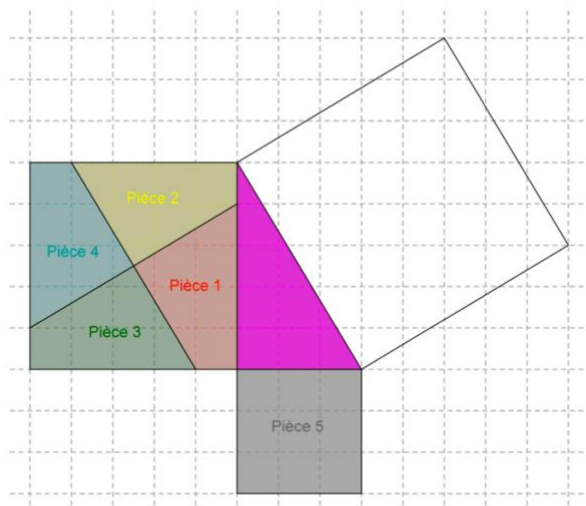
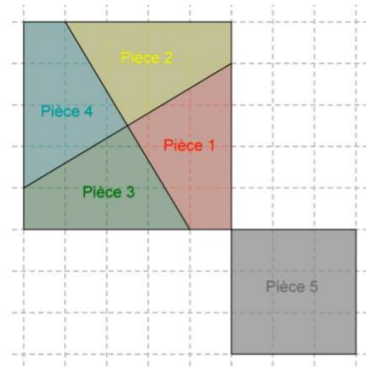
Pour ce puzzle, le carré intermédiaire a été partagé en 4 quadrilatères identiques.

Découpe les 5 pièces ci-dessous et colle-les sur la figure de droite de telle sorte qu'elles recouvrent le grand carré.

La phrase encadrée (puzzle 1) est-elle encore vraie ?

.....

.....



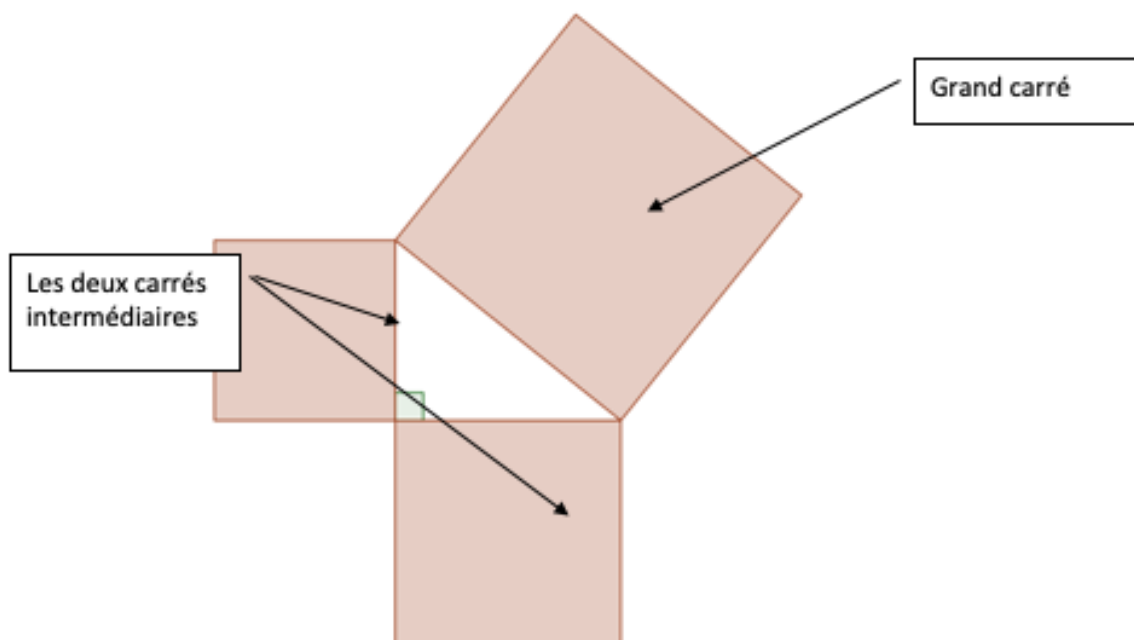
L'objectif de cette activité est de faire comprendre aux élèves par la manipulation que « L'aire du grand carré est égale à la somme des aires des deux autres carrés. » Lors de l'activité, le puzzle n°2 a posé quelques difficultés pour les élèves puisque la pièce « carré » devait se mettre au milieu. Le puzzle n° 3 est un réinvestissement du puzzle n°2.

b) Séance 2

Rappel de la propriété découverte lors de la séance 1 et début d'institutionnalisation.

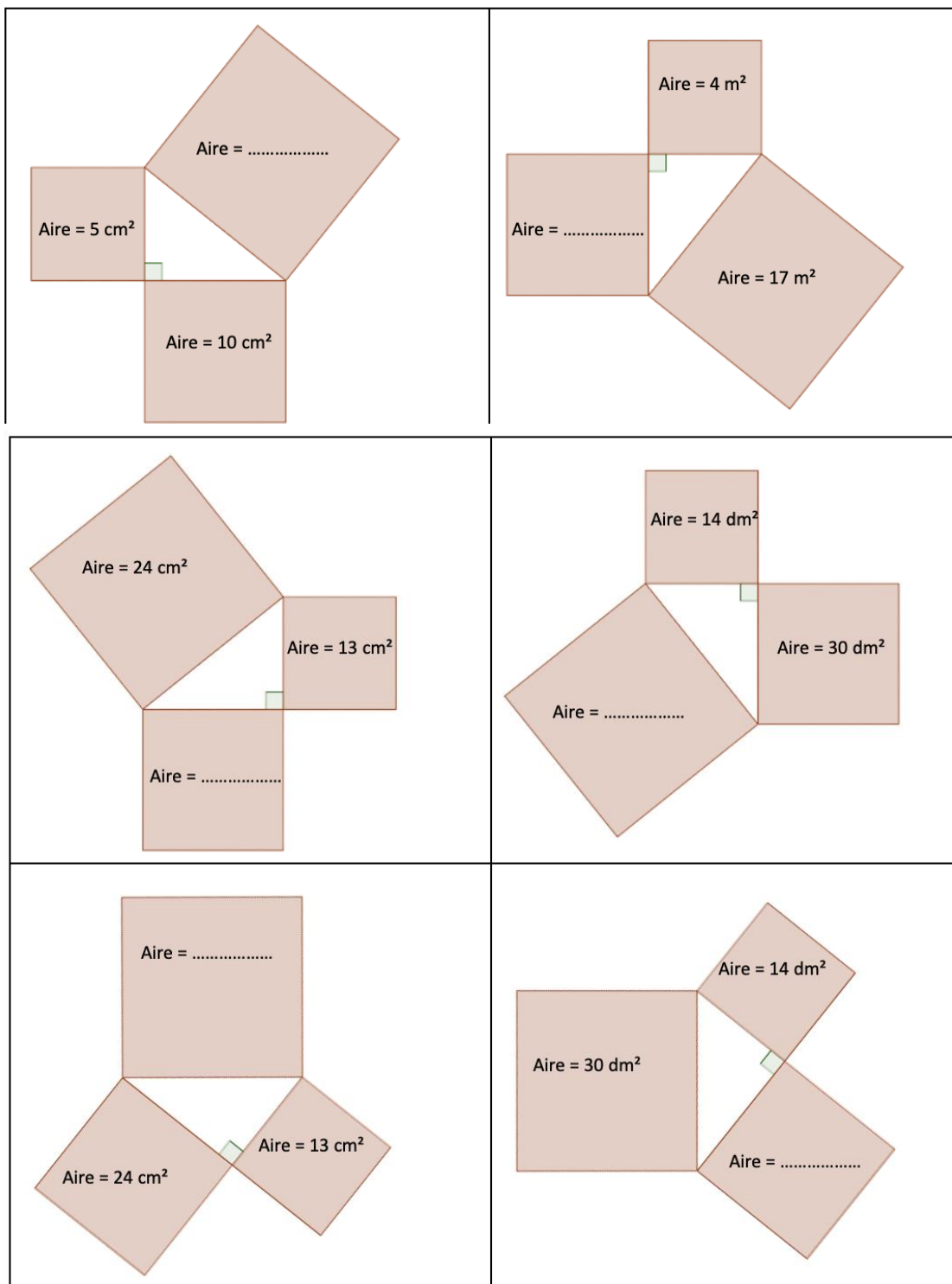
Le théorème de Pythagore

Si l'on entoure **un triangle rectangle** par trois carrés, alors **l'aire du grand carré est égale à la somme des aires des deux autres carrés.**



Exercice 1

Calcule l'aire du troisième carré.

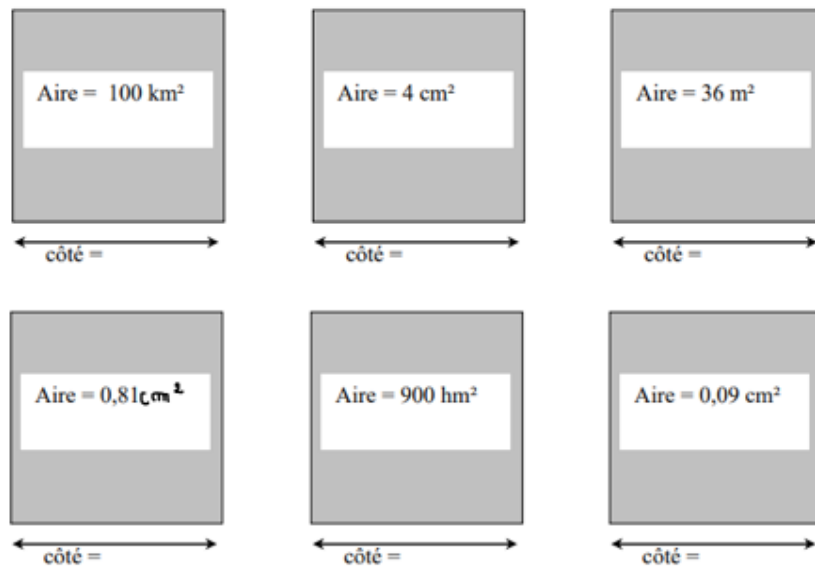


Dans cette activité, mes élèves devaient calculer l'aire du troisième carré à partir des deux autres. Ici, la difficulté pour l'apprenant était d'utiliser deux types d'opérations : soit l'addition lorsqu'on devait chercher l'aire du plus grand carré soit la soustraction lorsqu'on devait trouver l'aire d'un petit carré. Dans un mécanisme de rapidité, certains élèves passaient par l'addition systématiquement. Il est donc important, lors de cette phase, de prendre le temps avec l'élève de distinguer dans quel cas il faut additionner et dans quel cas il faut soustraire.

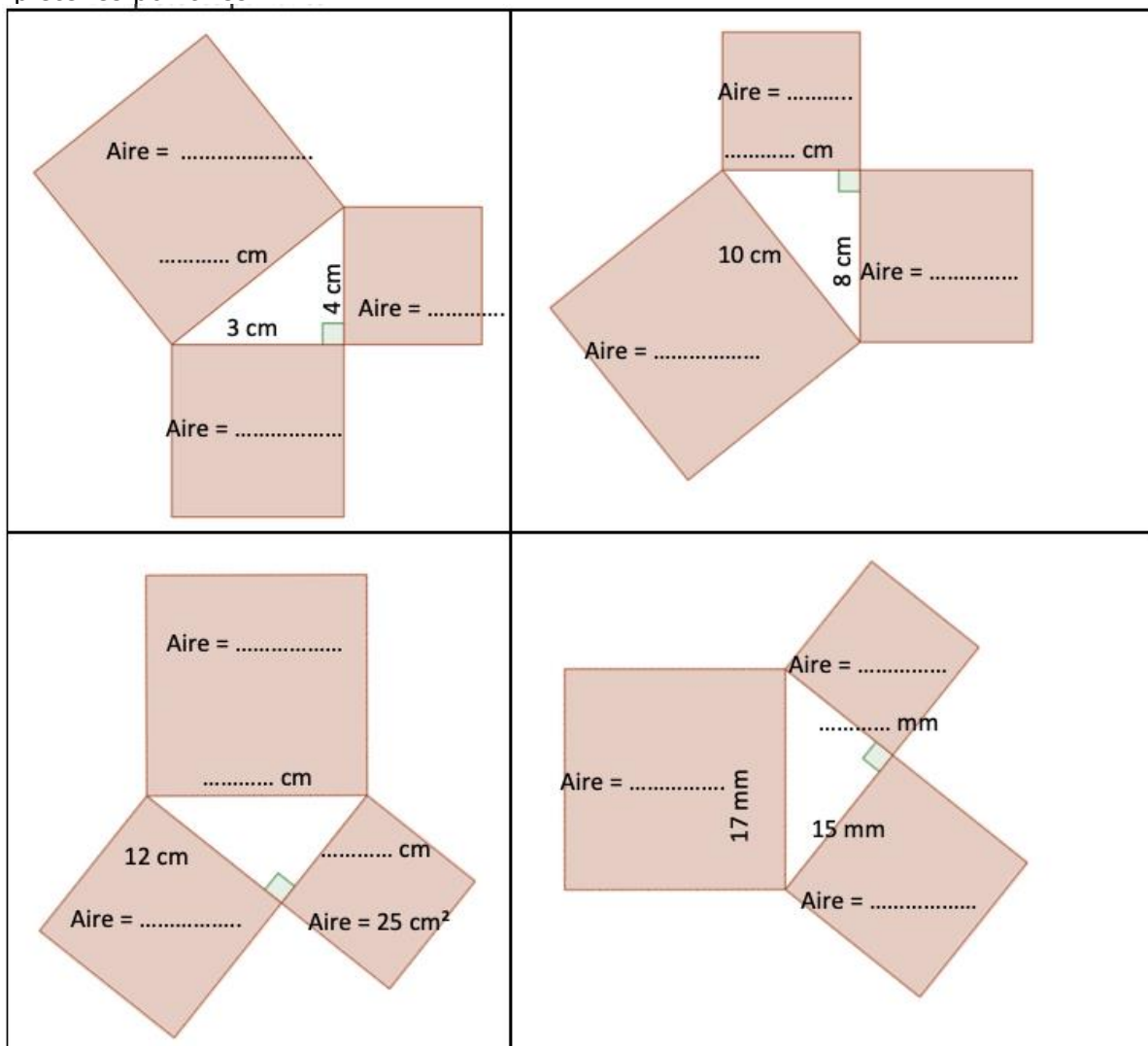
Attention tout de même à l'unité de longueur, certains élèves ont tendance à mettre tout en cm^2 .

Exercice 2

Déterminer la longueur du côté des carrés.

**Exercice 3**

Complète les pointillés



L'exercice 2 demande un réinvestissement des prérequis vus lors des premières séances : « connaître la formule de l'aire d'un carré », « distinguer aire et périmètre ». Ici, les élèves devaient retrouver à partir de l'aire du carré la longueur du côté du carré. Ils découvrent la racine carrée.

L'exercice 3 est la démarche attendue par un élève de SEGPA pour déterminer une longueur à l'aide du théorème de Pythagore.

La démarche lorsqu'il faut calculer la longueur du grand carré (l'hypoténuse)

- 1) L'élève doit calculer les aires des deux plus petits carrés.
- 2) L'élève doit additionner les deux aires des petits carrés pour déterminer l'aire du grand carré (cf propriété : **l'aire du grand carré est égale à la somme des aires des deux autres carrés**).
- 3) Une fois l'aire du grand carré connue, l'élève réinvestit ce qu'il a appris dans l'exercice 2 et utilise la racine carrée pour déterminer la longueur du grand carré.

La démarche lorsqu'il faut calculer la longueur du petit carré (un côté de l'angle droit)

- 1) L'élève doit calculer les aires du grand et d'un des deux petits carrés.
- 2) L'élève doit soustraire l'aire du grand carré à l'aire du petit carré pour déterminer l'aire du troisième carré.
- 3) Une fois l'aire du petit carré connue, l'élève réinvestit ce qu'il a appris dans l'exercice 2 et utilise la racine carrée pour déterminer la longueur du petit carré.

Ci-dessous, l'exercice 3 réalisé par un élève.

Exercice 3
Complète les pointillés :

The diagrams show the following calculations:

- Top Left:** A right-angled triangle with legs of 3 cm and 4 cm. The squares on the legs have areas $3 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$ and $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$. The area of the square on the hypotenuse is calculated as $16 + 9 = 25$, so the side length is $\sqrt{25} = 5 \text{ cm}$.
- Top Right:** A right-angled triangle with a hypotenuse of 10 cm. The square on the hypotenuse has an area of $10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2$. One leg has a square with area $6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$. The area of the other square is $100 - 36 = 64$, so the side length is $\sqrt{64} = 8 \text{ cm}$.
- Bottom Left:** A right-angled triangle with a hypotenuse of 13 cm. The square on the hypotenuse has an area of $13 \times 13 = 169$. One leg has a square with area $12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$. The area of the other square is $169 - 144 = 25$, so the side length is $\sqrt{25} = 5 \text{ cm}$.
- Bottom Right:** A right-angled triangle with a hypotenuse of 17 mm. The square on the hypotenuse has an area of $17 \times 17 = 289$. One leg has a square with area $15 \times 15 = 225$. The area of the other square is $289 - 225 = 64$, so the side length is $\sqrt{64} = 8 \text{ mm}$.

c) Séances 3 et 4

La séance 3 est l'institutionnalisation du chapitre. Elle permet à l'élève de distinguer les différentes étapes pour appliquer le théorème. Il peut s'y référer autant de fois que nécessaire. La séance 4 est une application de l'institutionnalisation dans une série d'exercices.

Le théorème de Pythagore

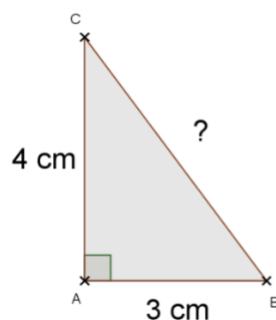
Si l'on entoure **un triangle rectangle** par trois carrés, alors **l'aire du grand carré est égale à la somme des aires des deux autres carrés**.

Quand utiliser ce théorème ?

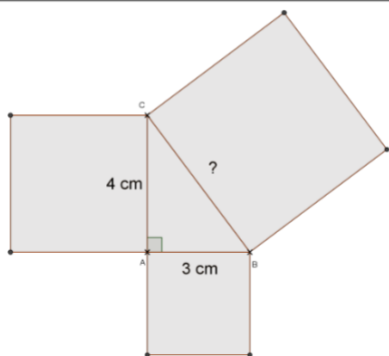
On utilise **le théorème de Pythagore** pour déterminer la longueur d'un des trois côtés d'un **triangle rectangle** connaissant la longueur des deux autres.

Exemple

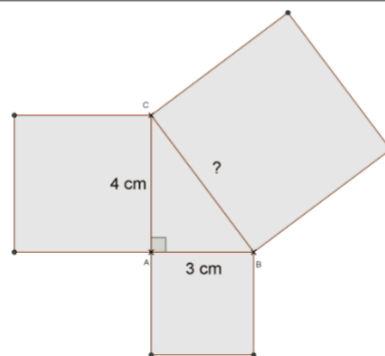
Le triangle ABC est rectangle en A avec $AB = 3$ cm et $AC = 4$ cm.
Calculer BC.

**Solution**

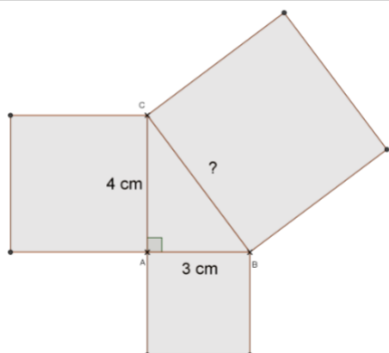
Etape 1 : On entoure le triangle rectangle par trois carrés.



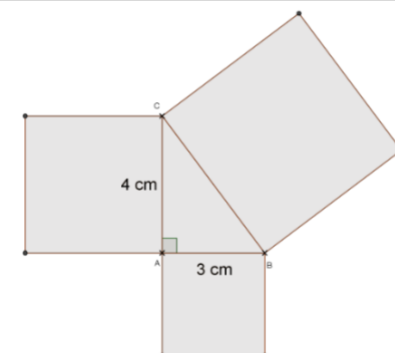
Etape 2 : On calcule l'aire des deux carrés (ceux dont on connaît la longueur du côté).



Etape 3 : On calcule l'aire du troisième carré à l'aide du théorème de Pythagore.



Etape 4 : On calcule la longueur du côté de ce carré.



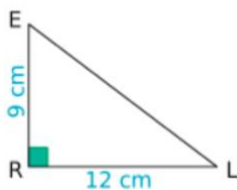
Exercices (extraits du manuel Parcours Maths – cahier d'exercices 4^{ème} – Génération 5)

À toi de jouer !

2 Calcul de la longueur de l'hypoténuse

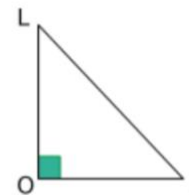
ERL est un triangle rectangle en R, tel que :
ER = 9 cm ;
RL = 12 cm.

Calcule la longueur EL.

**3** Calcul de la longueur de l'hypoténuse (bis)

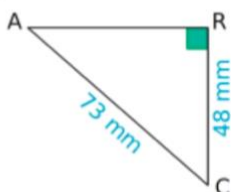
LOI est un triangle rectangle en O, tel que :
LO = 21 cm ;
OI = 20 cm.

Calcule la longueur LI.

**4** Calcul d'un côté de l'angle droit

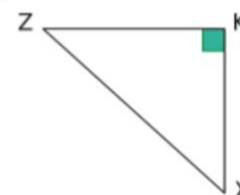
ARC est un triangle rectangle en R, tel que :
AC = 73 mm ;
RC = 48 mm.

Calcule la longueur AR.

**5** Calcul d'un côté de l'angle droit (bis)

KXZ est un triangle rectangle en K, tel que :
KX = 6,5 cm ;
ZX = 9,7 cm.

Calcule la longueur KZ.



Exemple de productions d'un élève

A toi de jouer !

2 Calcul de la longueur de l'hypoténuse

ERL est un triangle rectangle en R, tel que :
ER = 9 cm ;
RL = 12 cm.

Calcule la longueur EL.

$9 \times 9 = 81$
 $12 \times 12 = 144$
 $81 + 144 = 225$
 $\sqrt{225} = 15$
 15 cm

3 Calcul de la longueur de l'hypoténuse (bis)

LOI est un triangle rectangle en O, tel que :
LO = 21 cm ;
OI = 20 cm.

Calcule la longueur LI.

$21 \times 21 = 441$
 $20 \times 20 = 400$
 $441 + 400 = 841$
 $\sqrt{841} = 29$
 29 cm

d) Séance 5 : Évaluation sur le chapitre

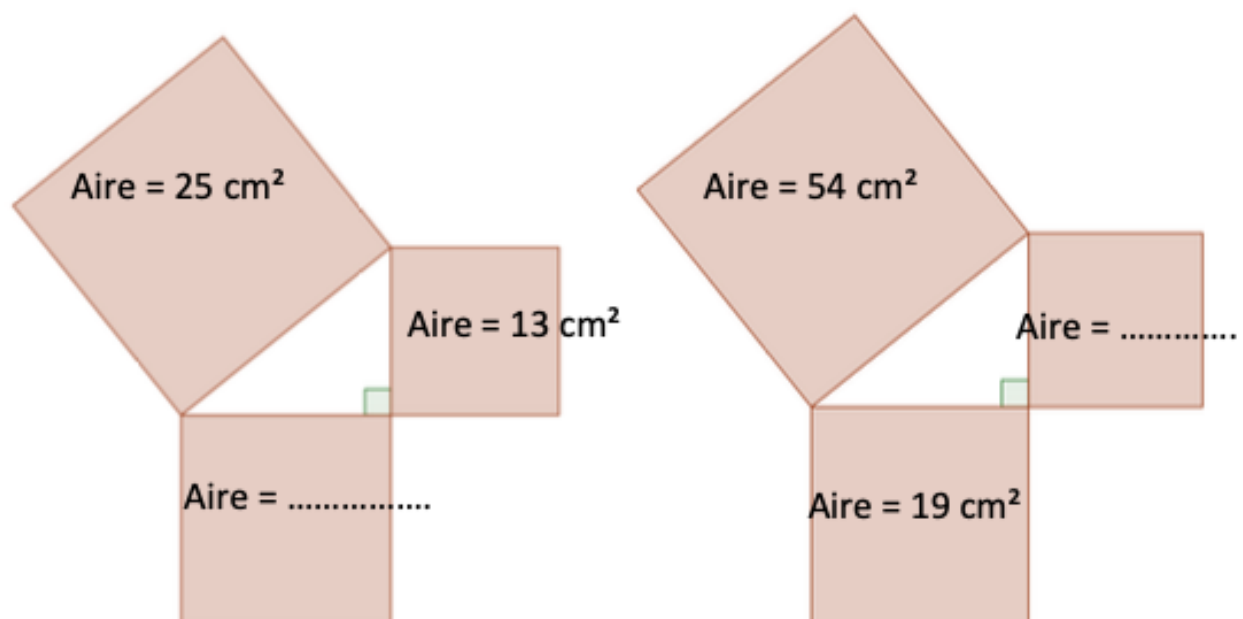
Nom : _____

Prénom : _____

Évaluation : Théorème de Pythagore**Compétences :**

- Connaître le théorème de Pythagore 1 2 3 4
- Utiliser le théorème pour calculer une longueur 1 2 3 4

Exercice 1 : Citer la définition du théorème de Pythagore. **(2pts)**

Exercice 2 : Consigne : Calculer l'aire du 3eme carré. **(2pts)**

Exercice 6 : (4pts)

Sur une carte, le triangle CLP formé par les villes de Caen, Lisieux et Pont l'Évêque est considéré comme étant rectangle en L. On donne $CP = 46$ km et $PL = 17$ km.

**Consigne :**

Montrer par le calcul que la distance CL est d'environ 43 km.

(Exercice tiré de <https://maths-pdf.fr/le-theoreme-de-pythagore-exercices-maths-quatrieme-2>)

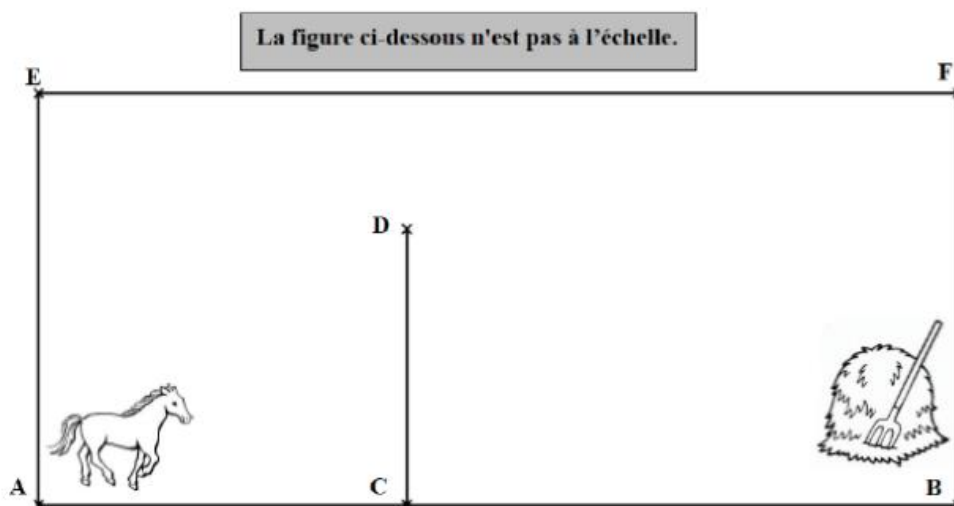
Après coup, les axes d'amélioration de cette évaluation seraient les suivants :

- Je supprimerai l'exercice 6. En effet, il intervient trop tôt pour mes élèves, la carte en fond les a perturbés.
- Je donnerai en préalable une petite feuille explicite sur ce qu'ils doivent connaître et savoir faire.
- Pour les élèves encore en trop grande difficulté : uniquement des exercices sur le calcul de longueur d'une hypoténuse.

e) Séance 6

Problème tiré du site : <https://www.maths974.fr>

Dans l'enclos ABFE, Vincent attache un cheval au point A avec une corde de 25 m. [DC] représente une barrière que le cheval ne peut pas franchir. Pour aller jusqu'au point B, le cheval doit contourner cette barrière. La corde est-elle assez longue pour que le cheval aille jusqu'au point B ?
Toute trace de recherche, même partielle, sera prise en compte dans l'évaluation.



On donne : $AC = 8$ m, $AE = 8$ m, $DC = 6$ m et $BC = 12$ m.
AEFB est un rectangle et la barrière est perpendiculaire à [AB].

Exemple de rédaction d'une élève de la classe de 4^{ème}/3^{ème}



En amont, j'ai laissé le temps aux élèves de réfléchir seuls à ce problème. J'ai pu constater qu'ils avaient des difficultés à cerner ce qu'ils devaient chercher. Nous avons repris la fiche méthodologie pour résoudre un problème (réalisée lors de la première période cf annexe 1). Puis, au tableau, un élève est venu ajouter des informations supplémentaires au schéma telles que les segments $[AD]$ et $[DB]$, les mesures de certains segments. Les élèves encore en difficulté ont repris la leçon sur le théorème de Pythagore pour revoir la méthode, un petit groupe a réussi à faire seul.

Dans l'exemple ci-dessus, il reste encore quelques axes de progrès comme :

- expliciter l'utilisation du théorème de Pythagore ;
- faire un schéma pour que le correcteur comprenne la démarche ;
- citer la propriété exacte (omission du mot « aire »).

Dans l'ensemble, la démarche reste assimilée. Le résultat a pu être trouvé, ce qui est encourageant pour l'élève.

f) Quelques rappels au cours de l'année

exemple de production
d'un élève

Rappel n°6 :

A toi de jouer !

Calcul de la longueur de l'hypoténuse

ERL est un triangle rectangle en R, tel que :
ER = 8 cm
RL = 6 cm

Calcule la longueur EL.

$8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$
 $6 \times 6 = 36 \text{ cm}^2$
 $64 + 36 = 100$
 $\sqrt{100} = 10 \text{ cm}$

Rappel n°7 :

Calcul d'un côté de l'angle droit

ARC est un triangle rectangle en R, tel que :
AC = 40 mm
RC = 23 mm

Calcule la longueur AR.

$40 \times 40 = 1600 \text{ mm}^2$
 $23 \times 23 = 529$
 $1600 - 529 = 1071$
 $\sqrt{1071} \approx 32,7$
 $40 - 23 = 17$

g) Annexe 1**Méthodologie : Les étapes pour résoudre un problème**Étape 1 : Lire l'énoncé

Je lis attentivement l'énoncé, si nécessaire je lis l'énoncé plusieurs fois.

Étape 2 : Repérer ce que je cherche

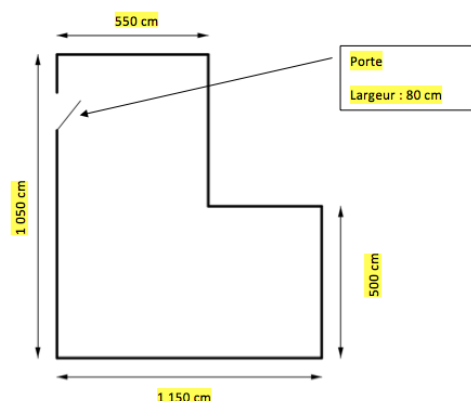
Je **repère** dans mon problème **ce que je cherche**, je le **surligne** et je le **note** dans mon **cahier de brouillon**.

Exemple problème 1 :

« Le carreleur-mosaïste doit estimer la quantité de carrelage à poser ainsi que la longueur totale de plinthe ».

Étape 3 : Repérer les données utiles

Je **repère** les **données utiles** dans mon énoncé, je les **surligne** et je les **note** dans mon **cahier de brouillon**.



Étape 4 : Chercher dans son classeur la leçon qui peut aider

Je **cherche** dans mon classeur, **quel a été le chapitre étudié** pour m'aider à résoudre le problème.

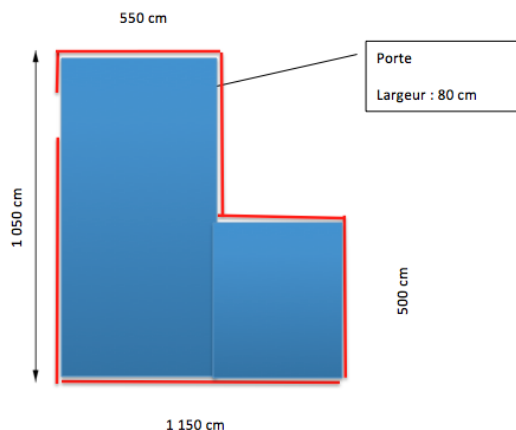
Exemple problème 1 : Chapitre sur les aires et les périmètres

Le carreleur-mosaïste doit estimer la quantité de carrelage à poser → aire

La longueur totale de plinthe → périmètre

Étape 5 : Faire un schéma/un dessin (éventuellement)

Je **construis** mon raisonnement en m'aidant éventuellement **d'un dessin ou d'un schéma**.

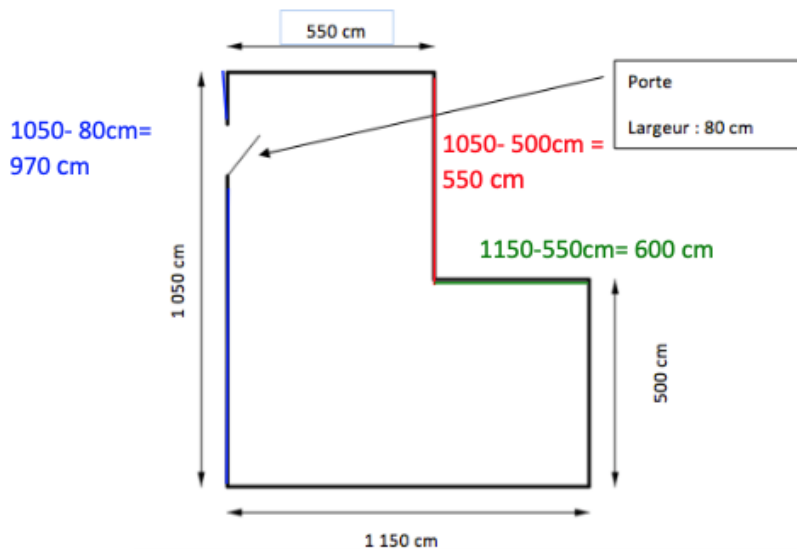


En rouge le périmètre
Attention il faudra enlever la porte

En bleu l'aire

Étape 6 : Écrire les calculs

J'écris le ou les **calculs** nécessaire(s) et je les **effectue**.



- Pour calculer la longueur totale des plinthes**

Je trouve les valeurs qu'il me manque sur mon schéma.

Je déduis (-) la porte.

J'additionne toutes les valeurs :

$$550 + 550 + 600 + 500 + 1150 + 970 + 550 = 4870 \text{ cm}$$

- **Pour calculer l'aire de la surface à carreler**

Il suffit de découper la figure en 2 rectangles et calculer l'aire de chaque rectangle.

Aire du rectangle bleu :

$$A = L \times l$$

$$A = 550 \times 1050$$

$$A = 577\,500 \text{ cm}^2$$

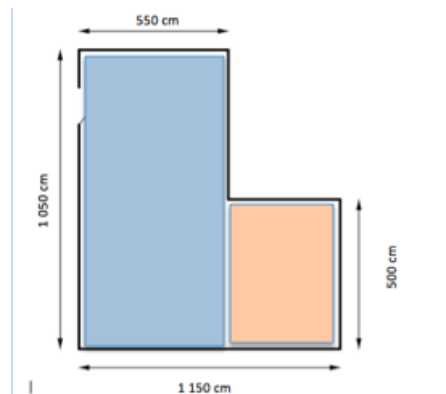
Aire du rectangle orange :

$$A = L \times l$$

$$A = 550 \times 600$$

$$A = 330\,000 \text{ cm}^2$$

Aire totale à carreler : $577\,500 \text{ cm}^2 + 330\,000 \text{ cm}^2 = 887\,500 \text{ cm}^2$



Étape 7 : Se relire et rédiger une phrase réponse

- Je vérifie que la solution finale à mon problème est vraisemblable.
- Je rédige une phrase réponse. Elle doit être comprise par un camarade.
- L'aire de la surface à carreler est de $887\,500 \text{ cm}^2$
- La longueur totale de plinthe à poser est de 4870 cm.

Bilan

À travers cette séquence, cela m'a permis en tant que jeune enseignante de :

- Travailler en collaboration avec l'équipe de Mathématiques, échanger sur les différentes pratiques afin de renforcer mon champ de compétences dans cette matière et ainsi renforcer ma pédagogie.
- Prendre confiance en moi car à la rentrée, je pensais qu'il me serait très difficile en tant que novice d'élaborer des séquences comprenant des compétences du cycle 4 en les menant de manière abordable et bien construites mathématiquement.

Pour mes élèves, cette séquence leur a permis :

- De retravailler différentes notions du cycle 3 et atteindre certaines compétences de cycle 4.
- De prendre confiance en eux car à la fin de cette séquence, certains se sentaient fiers de pouvoir dire qu'il réussissait à calculer une longueur à l'aide du théorème de Pythagore.
- D'acquérir une rigueur et de la méthodologie.
- D'avoir un autre regard sur le statut de l'erreur en mathématiques.