DÉFI N°142 – 1 « UNE VIEILLE SIGNATURE »

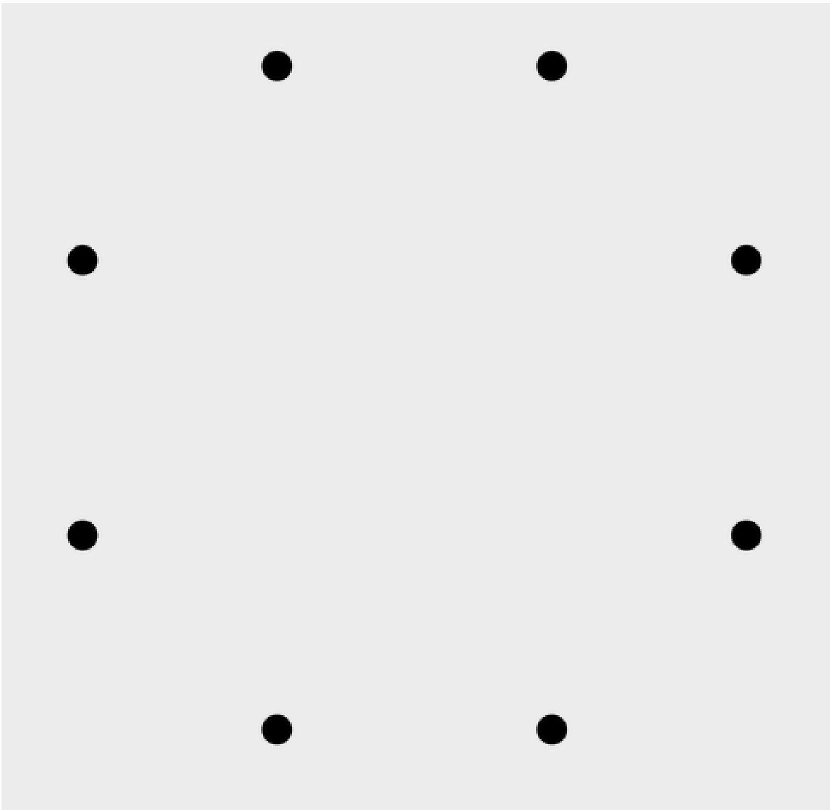
Premier dessin

Second dessin

Archives départementales de la Moselle, dossier 9NUM/159ED1E1, période 1653-1690, image 54/87, Courcelles-sur-Nied

Ces deux dessins datent de 1671. Le marié et ses deux frères ont signé en utilisant un dessin complété de leur prénom. Un second dessin se trouve un peu plus loin. Dans les deux cas, des points sont à l'origine de ces dessins faits à main levée.

En utilisant uniquement la règle non graduée, saurais-tu reproduire le dessin qui a servi de signature ?

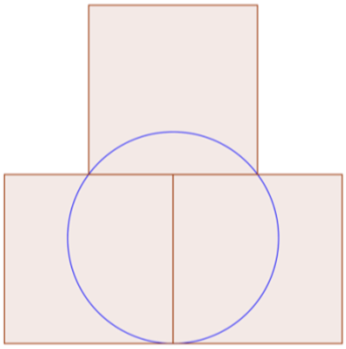


Le Petit Vert sera preneur de figures réalisées par les élèves (avec une règle non graduée ou avec GeoGebra à partir du fichier accessible sur notre site).

Retour au sommaire

DÉFI N°142 – 2 « UN DISQUE RECOUVERT PAR TROIS CARRÉS »

Les trois carrés ont tous pour côté 1 m.



Calculer le rayon du disque qu'ils recouvrent en le disposant comme indiqué ci-dessus.

DÉFI ALGORITHMIQUE N° 142

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.

Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme. L'énoncé avait été donné en 2012.

> Math est une petite planète mythique d'un univers parallèle. Elle possède deux lunes, nommées Descartes et Pascal. Descartes tourne autour de Math en 7 jours et Pascal tourne autour de Math dans le même sens en 3 jours (ces mouvements se font dans un même plan).
>
> Aujourd'hui, nous pouvons voir que ces trois astres sont parfaitement alignés (voir figure).
>
> Au bout de combien de jours aura-t-on pu voir 2012 tels alignements ?

Proposez une fonction qui, à partir d'une année n quelconque, renvoie le nombre de jours nécessaires pour observer n alignements.

SOLUTION DU DÉFI N°141 – 1 « MATHÉMAGIE »

En guise de solution, Christelle nous a fait parvenir un fichier Excel. Celui-ci a été déposé sur notre site. Pour comprendre comment a été construit le tableau, faire afficher les formules de la feuille de calcul (dans le menu choisir « Formules » puis « Afficher » et cocher la case « Afficher les formules »).

Il est à noter que le tour de magie fonctionne à partir de six nombres quelconques dont la somme est inférieure à 2020. De plus, il pourra resservir car il est généralisable avec n'importe quel nombre cible.

Retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI N°141 – 2 « ANNÉE 2 O2O »

Énoncé : Quel est le plus petit entier de 2020 chiffres dont la somme des chiffres est égale à 2020 ?

Démarche et solution :

Si le nombre est composé de 2 020 chiffres 1, la somme de ces chiffres sera bien 2 020.

Mais le nombre 100000000911111...111, avec autant de 1 que nécessaire pour obtenir une somme des chiffres égale à 2 020, est plus petit que le précédent qui n'a que des 1.

Nous pouvons certainement trouver un nombre encore plus petit.

Avec des zéros et des 9 derrière le premier chiffre qui est 1, donc 100000...099999...9

Pour obtenir une somme égale à 2 020 … Mais combien de zéros et combien de 9 ?

Il nous faut une somme de 2 020 mais nous enlevons le premier chiffre qui est 1.

2 020 – 1 = 2 019 ; la division euclidienne 2019 = 224 x 9 + 3 nous indique qu'il faut 224 neuf mais le reste est 3 … et il faut obtenir une somme valant 2 020.

Nous devons insérer un 3 dans le nombre de 2020 chiffres et obtenir le plus petit.

Le premier chiffre est 1, puis un certain nombre de zéros, puis le 3 puis les 224 chiffres 9.

Il y a 1 794 zéros (2 020 – 1(1) – 1(3) - 224 (9)). Ce nombre comporte bien 2 020 chiffres.

La somme des chiffres vaut bien 2 020 (1 + 1 794 x 0 + 3 + 224 x 9 = 2 020).

SOLUTION DU DÉFI ALGORITHMIQUE 141

Le défi algorithmique 141 était de trouver le nombre minimal de billets de 100€, 50€, 20€, 10€ et 5€ ainsi que de pièces de 2€ et 1€, pour obtenir une somme de 2014 € en utilisant au moins un billet et une pièce de chaque sorte.

La fonction **monnaie** renvoie une liste du nombre d'espèces de chaque sorte.

Effectuer monnaie(2014) permet d'obtenir la réponse cherchée.

Pseudo-code :

Fonction **monnaie**(n : entier ; rendu : liste d'entiers)
> *on impose à n d'être supérieur ou égal à 188 pour avoir une espèce de chaque sorte*
> especes ← [100,50,20,10,5,2,1] ;
> rendu ← [1,1,1,1,1,1,1] ; *chaque espèce apparaît au moins une fois*
> somme ← n-188 ; *la somme à rendre est diminuée de la somme des espèces*
> **pour** i **allant de** 1 **à** 7, **faire :**
>> q ← quotient(somme,especes[i]) ;
>>> *quotient(a,b) renvoie le quotient de la division euclidienne de a par b*
>>
>> r ← reste(somme,especes[i]) ;
>>> reste*(a,b) renvoie le reste de la division euclidienne de a par b*
>>
>> rendu[i] ← q+rendu[i] ;
>> somme ← r ;
>
> **finPour** ;
> **renvoyer** rendu.

Retour au sommaire

Python :

```
def monnaie(n):  # n doit être supérieur à 188
    """ Fonction monnaie(n : entier; rendu : liste d'entiers)
    n : somme d'argent que l'on souhaite détailler
    especes : liste d'entiers, liste des espèces du système monétaire considéré
    somme : entier, somme restante après chaque étape
    i : entier, indice de boucle
    q, r : entiers, quotient et reste de la division de somme par especes[i]
    renvoie rendu, la liste des quantités de chaque espèce à rendre
    """

    especes=[100,50,20,10,5,2,1]
    rendu=[1,1,1,1,1,1,1]
    somme=n-188
    for i in range(7):
        q=somme//especes[i]
        r=somme%especes[i]
        rendu[i]=q+rendu[i]
        somme=r
    return(rendu)
```

Note : ce problème peut rappeler le problème de rendu de monnaie (on rend la somme la plus grande possible à chaque espèce puis on passe à celle qui est directement inférieure). La différence, dans cet exercice, est que l'on ne rend pas de monnaie – mais c'est assez secondaire – et surtout que l'on impose une espèce de chaque sorte. Le problème de rendu de monnaie est un algorithme glouton classique. Pour rappel, les algorithmes gloutons ont comme objectif d'optimiser un problème de façon globale en l'optimisant localement à chaque étape. L'algorithme de Dijkstra, pratiqué en spécialité ES, est un autre exemple d'algorithme glouton. Le problème de rendu de monnaie est ce qu'on appelle un problème NP-complet (il est d'autant plus long à résoudre que l'on a beaucoup de types de pièces et l'on ne sait pas diminuer ce temps de résolution). Pour les systèmes monétaires dits canoniques, l'algorithme donne effectivement une solution optimale unique. Presque tous les systèmes monétaires du monde ont cette propriété, mais il n'en pas toujours été ainsi : le système anglais a dû évoluer en 1971 pour cette raison.

PROBLÈME 142

proposé par Fabien Lombard

On se donne ABC un triangle et α un nombre strictement supérieur à 1.

Soit d un nombre strictement positif ; on trace, à l'extérieur du triangle ABC, les parallèles à ses côtés à la distance d de ceux-ci. Elles définissent un nouveau triangle $A'B'C'$.

Peut-on tracer $A'B'C'$ à la règle et au compas de telle manière que $Aire(A'B'C') = \alpha\ Aire(ABC)$?

Retour au sommaire