LES DÉFIS

DÉFI N°141 – 1 « MATHÉMAGIE »

Fathi nous a proposé un tour de magie.

260	**265**	**350**	**555**
360	**365**	**450**	**655**
455	**460**	**545**	**750**
555	**560**	**645**	**850**

À l'aide de la grille ci-contre, choisis quatre nombres en respectant la règle suivante : un seul nombre par ligne et un seul nombre par colonne.

Sans voir tes nombres, je suis capable de prédire leur somme !

Comment la grille a-t-elle été construite ?

DÉFI N°141 – 2 « ANNÉE 2020 »

Quel est le plus petit nombre entier composé de 2020 chiffres dont la somme des 2020 chiffres est égale à 2020 ?

DÉFI ALGORITHMIQUE N°141

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.
Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme. L'énoncé avait été donné en 2014.

On dispose de billets de 100€, 50€, 20€, 10€ et 5€ ainsi que de pièces de 2€ et 1€.
Comment obtenir une somme de 2014 € en utilisant le moins possible de billets et de pièces mais en utilisant au moins un billet et une pièce de chaque sorte ?

Proposez une fonction qui, à partir d'une somme quelconque, supérieure à 188 €, renvoie la liste des quantités de billets ou de pièces de chaque sorte.

Retour au sommaire

LES SOLUTIONS DES DÉFIS DU NUMÉRO PRÉCÉDENT

SOLUTIONS DU DÉFI N°140 – 1 « POUR 2020 »

Pour chacun des jeux ci-dessous

Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ont été placés dans les 9 cases du carré.
En suivant les directions des côtés du carré, sont indiquées les sommes de la ligne ou de la colonne. Les nombres de départ ont été retirés, nous laissant retrouver leur place.

Des solutions

17	8	**20**	
6	5	9	**20**
7	1	8	16
4	2	3	9

14	**11**	**20**	
5	8	7	**20**
6	1	4	11
3	2	9	**14**

Pour la deuxième grille, les sommes de la deuxième colonne et de la dernière ligne peuvent se retrouver.
1+2+3+4+5+6+7+8+9 =45
45 – **20** – 14 = **11**
45 – **20** – 11 = **14**

Une première grille à créer

20			
			20

Les sommes dans la ligne du 20 et la colonne du 20 ont un nombre en commun.
20 = **9**+8+3 ou **20** = **9**+7+4 ou **20** = **9**+6+5
20 = **8**+9+3 ou **20** = **8**+7+5
20 = **7**+9+4 ou **20** = **7**+8+5

L'utilisation de ces décompositions facilite la création de telles grilles.

Combien existe-il de grilles différentes ?

20			
			20

Retour au sommaire

Les décompositions de 20 étant choisies, 4 nombres restent à placer pour lesquels 4x3x2 placements différents sont possibles. Chaque disposition des sommes de 20 est à l'origine de 24 grilles solution.

« **20** = **7**+9+4 ou **20** = **7**+8+5 » sont à l'origine de 2 grilles différentes.
« **20** = **8**+9+3 ou **20** = **8**+7+5 » sont à l'origine de 2 grilles différentes.
« **20** = **9**+8+3 ou **20** = **9**+7+4 ou **20** = **9**+6+5 » sont à l'origine de 3x2 grilles différentes.
L'ensemble des décompositions est donc à l'origine de 2+2+3 grilles différentes, chacune d'entre elle générant 24 grilles solutions. Il y a donc 7x24 solutions différentes.

Et pour cette grille ?

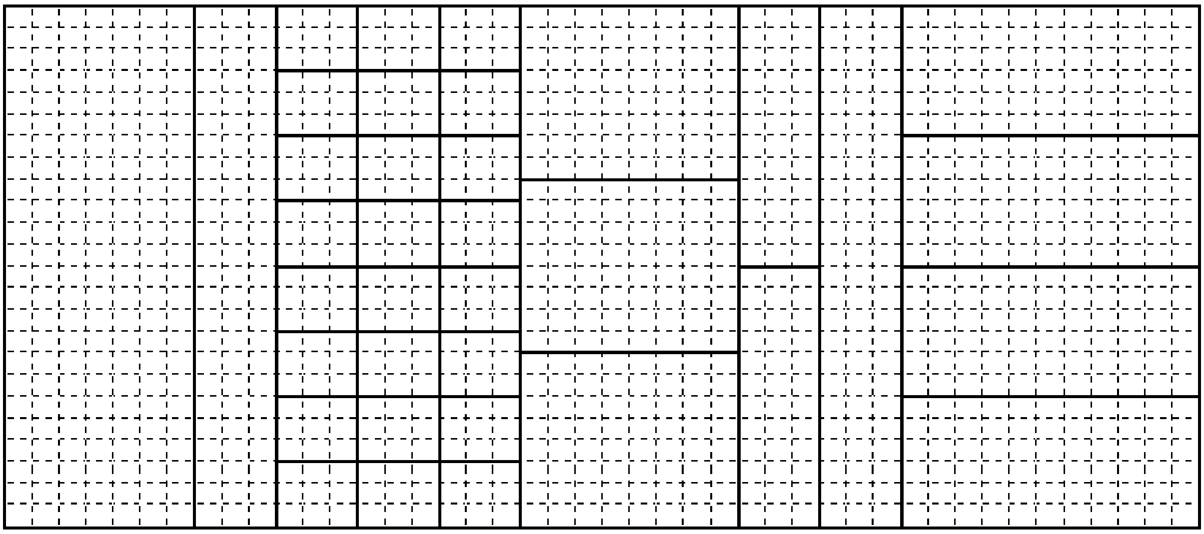
20	**20**	

Il faut trouver deux sommes égales à 20 formées de nombres différents.

20	3+8+9	4+7+9	5+6+9	5+7+8

Il n'existe que 4 décompositions de 20, deux d'entre elles ont toujours un nombre en commun. Il n'est donc pas possible de construire une telle grille.

SOLUTION DU DÉFI N° 140 - 2
« LA TABLETTE DE CHOCOLAT »



Ce dessin a été fait dans un tableau dont les cellules sont des rectangles de 5mm de long et 4mm de large. L'utilisation de cellules carrées est mise en défaut par le fait que sur la photo, la tablette a une longueur un peu plus que deux fois plus grande que sa largeur.

Retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI N° 140 - 3 « LE PUZZLE »

1008 =2x504 = 2x2x252 = 2x2x2x126 = 2x2x2x2x63 = 2x2x2x2x3x3x7 : voici une belle occasion de réinvestir la décomposition en nombres premiers en classe de troisième.
Parmi tous les rectangles pouvant être obtenus à partir de cette décomposition, nous allons mettre en avant celui ayant 36 pièces dans sa longueur et 28 dans sa largeur (28x36 = 1008) car le rapport « longueur /largeur » est dans ce cas voisin du rapport « 50cm/70cm » du puzzle terminé.

Les pièces du bord ont entretemps été sorties du sachet et cela correspondait aux dimensions proposées dans cette solution.

SOLUTION DU DÉFI ALGORITHMIQUE N°140 – « 2015 »

Le défi algorithmique du PV 140 demandait de trouver le deux-mille-quinzième chiffre de la liste 1234567891011121314151617... et le nombre auquel il appartient.

La fonction repetitif permet de savoir si l'entier est répétitif.
La fonction entiersRepetitif compte le nombre d'entiers répétitifs entre 1 et n et renvoie le complément à n de ce nombre.

Effectuer entierRepetitif(2015) permet d'obtenir la réponse cherchée.

Pseudo-code :

Fonction **niemeChiffre**(n : entier ; ch[n-1],i : entiers)
ch ← ""; *("" est la chaîne vide)*
i ← 0 ;
tant que taille(ch)<n, **faire :** *(la fonction taille renvoie la longueur d'une chaîne)*
i ← i+1 ;
ch ← ch + chaine(i) ; *(la fonction chaine convertit un entier en une chaîne)*
finTantque ;
renvoyer ch[n],i.

Retour au sommaire

Python

```
def niemeChiffre(n):
""" Fonction niemeChiffre(n : entier ; ch[n-1],i : entiers)
n : emplacement du chiffre cherché dans la liste 123456789…
ch : chaîne de caractères, formée de la liste 123456789…
renvoie ch[n-1] et i, le n-ième chiffre de la liste et le nombre auquel il appartient
"""
ch=""
i=0
while len(ch)<n:
i=i+1
ch=ch+str(i)
return ch[n-1],i
```

PROBLÈME

LE PROBLÈME DU TRIMESTRE - N°141

proposé par Philippe Févotte

1- Déterminer les valeurs du paramètre réel positif a telles que l'équation

(E_1): $x^3 + \frac{1}{x^3} = a$ ait des racines réelles.

2- Montrer alors que l'équation (E_2): $x^3 - 3x - a = 0$ a une unique solution notée γ et que $\gamma \geq 2$.

3- x étant solution de (E_1) calculer $x^4 + \frac{1}{x^4}$ en fonction de γ.

Le responsable de cette rubrique est Philippe Févotte. Vous pouvez lui envoyer vos solutions à ce problème. **Des réponses, même partielles, seraient les bienvenues**, ainsi que toute proposition de nouveau problème.

SOLUTION DU PROBLÈME PRÉCÉDENT - N°140

N'ayant pas eu de réponse au problème posé je vous propose deux solutions, celle de l'auteur et la mienne.

En notant $u_{n,k}$ le nombre de ces suites de n chiffres commençant par k avec k prenant pour valeurs 1, 2, 3 ou 4, on a $u_n = u_{n,1} + u_{n,2} + u_{n,3} + u_{n,4}$.

On a naturellement

$u_1 = 4$, les suites étant 1, 2, 3, 4.

$u_2 = 6$, les suites étant 12, 21, 23, 32, 34, 43

Retour au sommaire