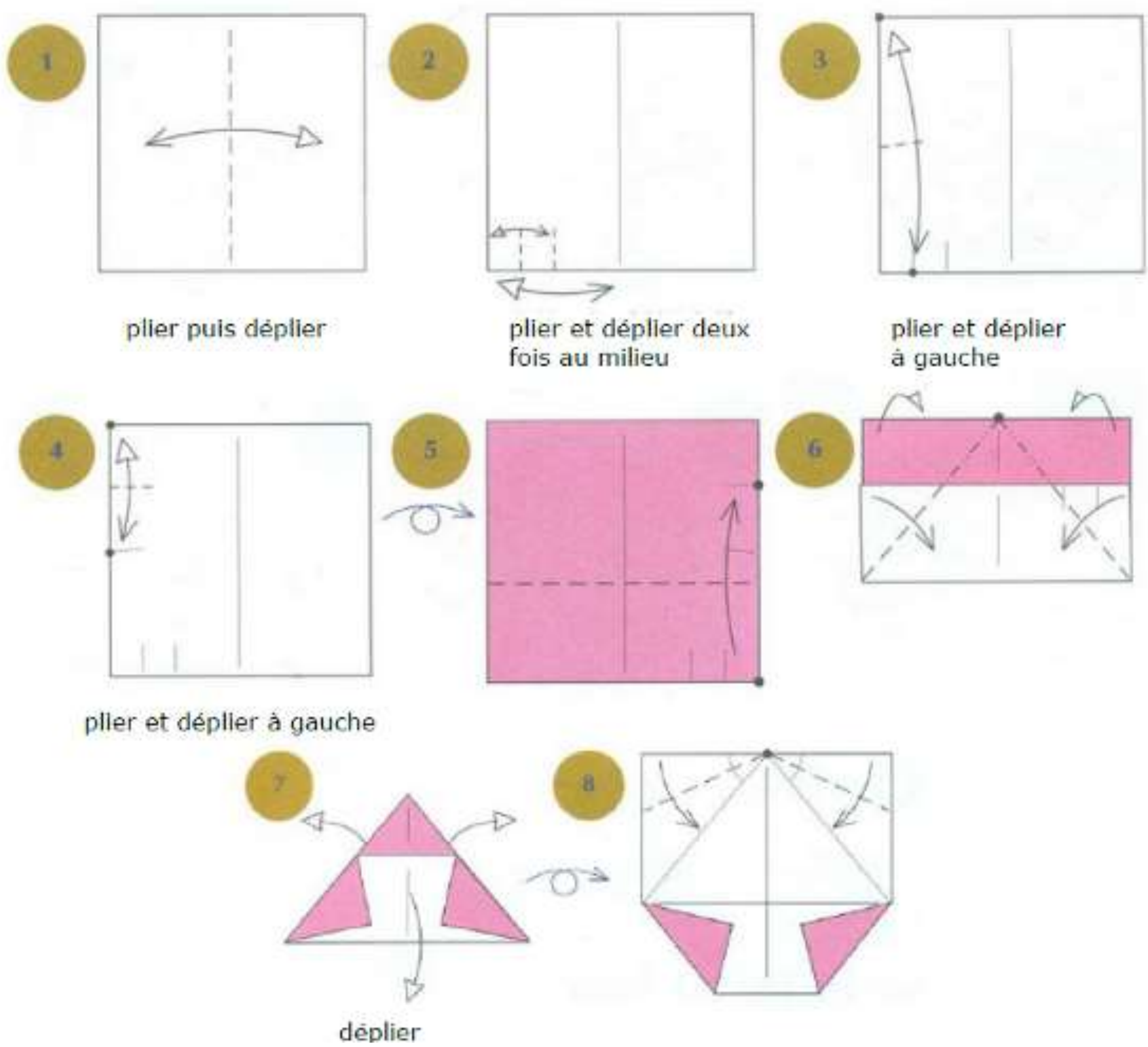
MATHS ET PLIAGES

DEUX HEPTAGONES RÉGULIERS POUR UNE STAR

Walter Nurdin

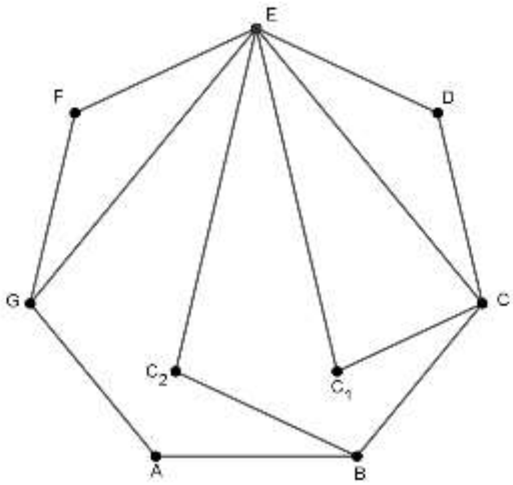
Nous allons construire deux heptagones réguliers qu'il faudra découper. Les pièces obtenues permettront la construction d'un heptagone régulier étoilé.

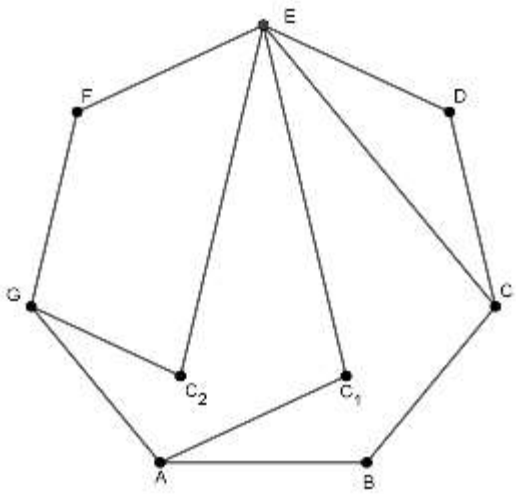
On retrouve la construction de l'heptagone régulier par pliage dans le Petit Vert 127 . Voici la construction proposée par Jacques Justin et expliquée à la page 63 du même Petit Vert 127.



Retour au sommaire

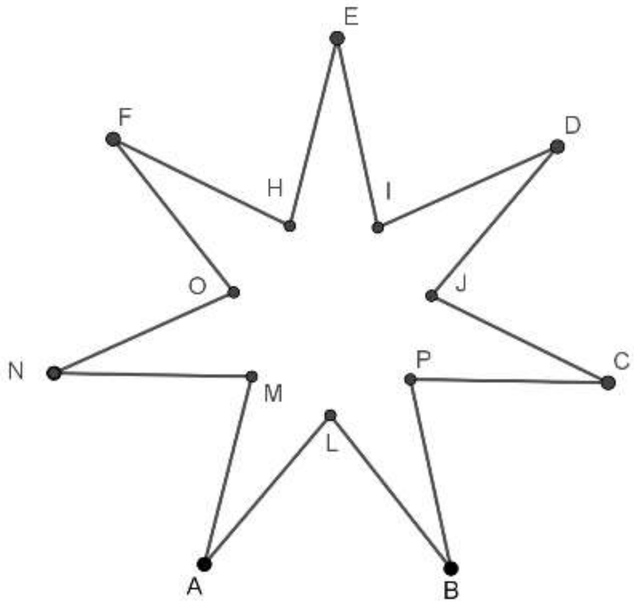
Il faut construire deux heptagones. Puis découper le premier suivant les traits indiqués ci-contre.





C_1 est à l'intersection de (EB) et de (CA). C_2 est à l'intersection de (EA) et de (GB). Une fois les pièces découpées on peut demander aux élèves de recomposer l'heptagone. La découpe du second heptagone est différente. Cependant on retrouve les deux conditions précédentes.

On peut donner aux élèves la totalité des pièces des deux heptagones et demander de les reconstruire[10].
Toutefois le but est d'obtenir, en utilisant toutes les pièces, un heptagone régulier étoilé.
Une variable didactique, facilitant ici la reproduction, est de donner la figure.



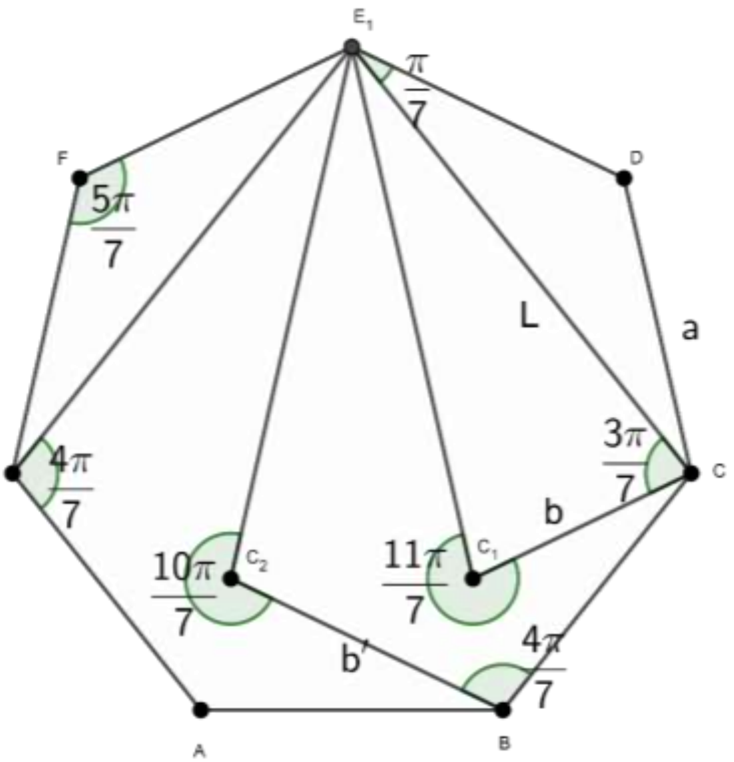
[10] En didactique on distingue la reproduction qui exige d'avoir sous les yeux l'objet de la (re)construction où l'on ne dispose pas de l'objet mais de sa dénomination voire d'une description. Comme la tâche n'est pas la même et que l'on retrouve dans les IO les deux termes on se doit de les distinguer.

Retour au sommaire

Nous allons étudier les pièces obtenues des deux heptagones réguliers. Cette étude va permettre en premier lieu de justifier que le puzzle demandé est un « véritable » puzzle sans trou ni chevauchement mais va également faciliter la tâche de reproduction si on fournit l'étoile ou de construction si l'on n'en fait que la demande orale.
Voici le premier heptagone et les découpes.

$$DC = a,\ EC = L,\ CC_1 = b,\ BC_2 = b'.$$

Tous les côtés de l'heptagone sont égaux à $DC = a$ et tous les angles valent $\frac{5\pi}{7}$.
Par construction C_1 est à l'intersection de (EB) et (CA) et C_2 à l'intersection de (EA) et de (BG).
L'heptagone étant inscrit dans un cercle les angles inscrits $\widehat{DEC}, \widehat{CEC_1}, \widehat{C_1EC_2}, \widehat{C_2EG}, \widehat{GEF}$ sont égaux puisqu'ils interceptent des arcs égaux (les angles au centre ayant la même valeur).



a=b'

b+a=L

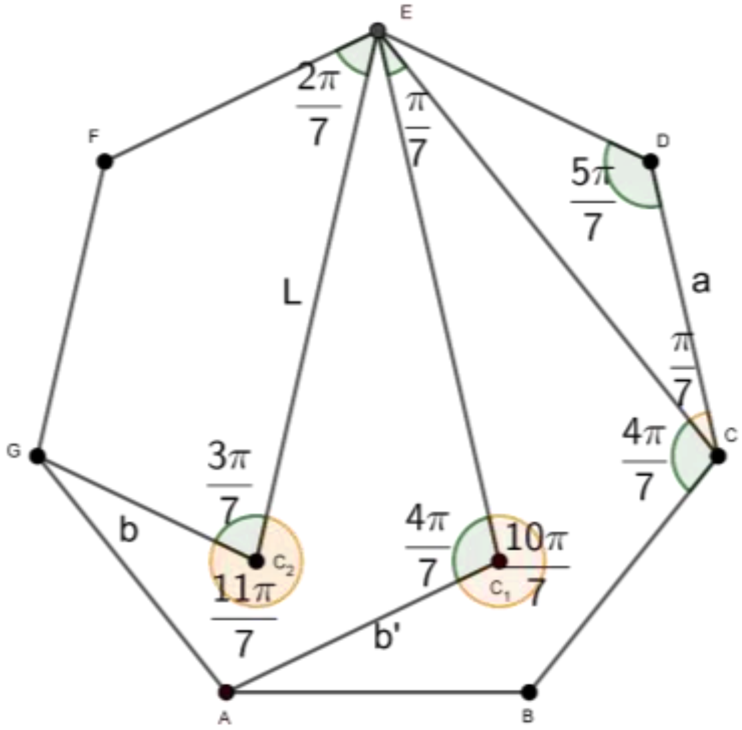
On partage $\frac{5\pi}{7}$ en 5 parties égales. Voilà pourquoi on trouve $\frac{\pi}{7}$ pour chaque valeur des angles cités. La valeur des autres angles s'obtient, soit en utilisant les angles au centre ou par la somme des angles d'un triangle ou encore par les angles supplémentaires.
On exhibe ainsi des triangles isocèles et par la même occasion des égalités de côtés. Ainsi :

$$EC = EC_1 = EC_2 = CG = L$$

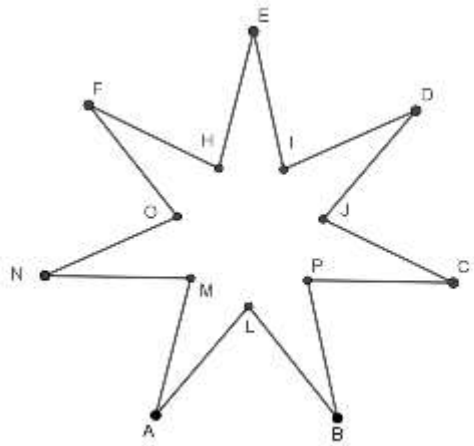
En portant l'attention sur le triangle ABC_2 et en trouvant les angles de ce triangle on en déduit qu'il est isocèle de sommet principal B. Ainsi $b' = a$.
La construction symétrique fait que $AC_1 = BC_2$.
En conséquence on peut affirmer que : $b + a = L$. Cette égalité sert pour compléter le puzzle.

Retour au sommaire

On retrouve dans la découpe du second heptagone les angles et les égalités des longueurs



Si maintenant on étudie l'heptagone étoilé que l'on doit obtenir on remarque que HIJPLMO est lui aussi un heptagone, simplement régulier. Cela permet de trouver la valeur de l'angle de l'heptagone étoilé et de découvrir, avec cette remarque, plus facilement les pièces qui vont permettre de construire ou de reproduire l'heptagone étoilé.
La solution est visible en cliquant sur la figure ci-dessous. Cette solution servira à justifier que le puzzle mérite son nom.



Retour au sommaire