

DÉFI 1 - N°140 - POUR 2020

18

1	2	3
4	5	6
7	8	9

6

Les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ont été placés dans les 9 cases du carré.

En suivant les directions des côtés du carré, sont indiquées les sommes de la ligne ou de la colonne.

Pour chacun des jeux ci-dessous

Retrouve la place des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 dans les 9 cases du carré.

Deux grilles à compléter

17 8 **20**

			20
			16
			9

14 **20**

			20 11

Une première grille à créer

20

			20

Combien peut-on créer de grilles différentes ?

Et pour cette grille ?

20 20

DÉFI 2 - N°140 – LA TABLETTE DE CHOCOLAT



PHOTO / REUTERS/ Kim Kyung-Hoon

Gilles nous a transmis cette photo de fèves de cacao et du chocolat exposés dans un bar, à Tokyo, au Japon, le 20 juillet 2017. Naturellement avec l'eau qui nous est venue à la bouche, des questions ont surgi dans nos têtes de profs de maths.

Sauriez-vous construire le découpage de cette tablette de chocolat ?

Quelle fraction de la tablette représente chaque morceau prêt à découper ?

Si l'unité était le petit « carré », que vaudrait la plaquette ? Chaque part ?

Si la tablette a une masse de 100 g, quelle quantité de chocolat vais-je manger en absorbant un seul des 32 petits carrés ?

DÉFI 3 - N°140 – LE PUZZLE

Une enseignante a acheté un puzzle pour ses enfants. Ils ont cherché les pièces de la périphérie mais n'étaient pas sûrs de les avoir toutes. La question s'est alors posée de leur nombre dans chaque dimension. La boîte indique qu'il y a 1008 pièces et précise la taille du puzzle : 50cm sur 70cm ? Pourriez-vous les aider ?

DÉFI ALGORITHMIQUE - N°140

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.

Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous à l'aide d'un programme.

L'énoncé avait été donné en 2015.

On écrit tous les nombres entiers, les uns derrière les autres, à partir de 1 :

1234567891011121314151617...

Quel est le deux-mille-quinzième chiffre de cette liste ? À quel nombre appartient-il ?

Proposez une fonction qui, à partir d'une année n quelconque renvoie le n -ième chiffre de la liste ci-dessus ainsi que l'entier auquel il appartient.

SOLUTION DU DÉFI N°139 - LA CARTE CADEAU

Une première solution

Il y a $6 \times 6 \times 6$ nombres possibles dont la somme totale est intéressante à trouver.

Pour chaque chiffre des centaines possible, il y a 6×6 nombres différents.

La somme due aux centaines du total est donc :

$36 \times (1+2+3+4+5+6) \times 100 = 36 \times 21 \times 100 = 756 \times 100 = 75\,600$ (pour multiplier 36 par 21, je multiplie par 20 et j'ajoute 36).

De même, la somme due aux dizaines du total est $36 \times 21 \times 10$ et la somme due aux unités du total est $36 \times 21 \times 1$.

La somme totale est donc $75\,600 + 7\,560 + 756$.

La moyenne de tous ces nombres est donc $(75\,600 + 7\,560 + 756) : (6 \times 6 \times 6)$.

Après utilisation d'une calculatrice, le montant de cette « carte cadeau » est 388,50€.

Une deuxième solution

Notons X_1 la v.a. qui associe au résultat du lancer du premier dé la valeur de la face. On définit de même les v.a. X_2 et X_3 . Les lancers sont indépendants les uns des autres donc les v.a. le sont aussi.

X est la v.a. qui au lancer des trois dés associe le nombre dont le chiffre des centaines est X_1 , celui des dizaines est X_2 et celui des unités est X_3 . On a : $X = 100X_1 + 10X_2 + X_3$.

Les v.a. étant indépendantes, la linéarité de l'espérance donne :

$$E(X) = 100E(X_1) + 10E(X_2) + E(X_3)$$

Les trois v.a. ont la même loi de probabilité (loi équirépartie) donc $E(X) = 111E(X_1)$ avec $E(X_1) = \frac{21}{6}$

donc $E(X) = \frac{2331}{6} = 388,5$

La somme moyenne est donc 388,5 euros.

Plus simplement, la moyenne pour les centaines, dizaines et unités, est 3,5 donc la valeur moyenne pour le nombre est : $100 \times 3,5 + 10 \times 3,5 + 3,5 = 388,5$.

Une troisième solution

Sur tableur, on réalise la feuille suivante :

	A	B	C	D	E
1	N° lancer	Dé 1	Dé 2	Dé 3	Nombre
2	1	1	1	1	111
3	2	1	1	2	112

On complète la colonne A par les entiers de 1 à 216 (le nombre de lancers de 3 dés).

On saisit dans B2, la formule « =QUOTIENT(A2-1;36)+1 » ; dans C2, « =MOD(QUOTIENT(A2-1;6);6)+1 » et, dans D2, « =MOD(A2-1;6)+1 ». Enfin, la formule dans E2 est « =100*B2+10*C2+D2 ». Puis, on recopie ces quatre cellules vers le bas, jusqu'à la ligne 217. Dans, E218, la formule « =MOYENNE(E2:E217) » donne 388,5.

Une quatrième solution

En programmation, l'algorithme est :

Fonction Cadeau(n : entier;entier)

somme ← 0 ;

pour c allant de 1 à n, faire :

pour d allant de 1 à n, faire :

pour u allant de 1 à n, faire :

nb ← 100c + 10d + u ;

somme ← somme + nb ;

finPour

finPour

finPour

renvoyer $\frac{\text{somme}}{n^3}$

En Python :

def Cadeau(n) :

somme=0

for c in range(1,n+1) :

for d in range(1,n+1) :

for u in range(1,n+1) :

nb=100*c+10*d+u

somme=somme+nb

return somme/n**3

Effectuer Cadeau(6) renvoie 388,5. On peut choisir un autre argument si Roméo dispose de dés tétraédriques, octaédriques, dodécaédriques, icosaédriques ou autres dés à 30 faces disponibles dans le commerce.

SOLUTION DU DÉFI ALGORITHMIQUE N°139-RALLYE

Le défi algorithmique du PV 139 demandait de trouver le nombre d'entiers non-répétitifs (aucun de ses chiffres n'apparaît plusieurs fois dans l'écriture du nombre) entre 1 et 2016 (inclus). La fonction 'repetitif' permet de savoir si l'entier est répétitif ; la fonction 'entiersRepetitif' compte le nombre d'entiers répétitifs entre 1 et n et renvoie le complément à n de ce nombre.

Effectuer 'entierRepetitif(2016)' permet d'obtenir la réponse cherchée.

Pseudo-code : Fonction **repetitif**(n : entier ; repet : booléen)

```

    ch ← chaîne(n) ;
    repet ← Faux ;
    pour i allant de 1 à taille(ch), faire :
        pour j allant de i+1 à taille(ch), faire :
            si ch[j]=ch[i], alors :
                repet← Vrai ;
            finSi ;
        finPour ;
    finPour ;
    renvoyer repet.
```

```

Fonction entierRepetitif(n : entier ; entier)
    nb ← 0 ;
    pour i allant de 1 à n, faire :
        si repetitif(i), alors :
            nb ← nb+1 ;
        finSi
    finPour
    renvoyer n-nb
```

Python

```

def repetitif(n):
    """
    Fonction repetitif(n : entier; repet : booléen)
    n : nombre dont on veut savoir s'il est répétitif
    ch : chaîne, conversion de n en chaîne de caractères
    i,j : entiers, positions dans la chaîne ch
    renvoie repet, Vrai si n est répétitif, Faux sinon
    """
    ch=str(n)
    repet=False
    for i in range(len(ch)):
        for j in range(i+1,len(ch)):
            if ch[j]==ch[i]:
                repet=True
    return repet

def entiersRepetitif(n):
    """
    Fonction entiersRepetitif(n : entier; entier)
    n : borne supérieure de la recherche
    nb : entier, nombre d'entiers répétitifs entre 1 et n
    i : entier, nombre courant à tester
    renvoie le nombre d'entiers non répétitifs entre 1 et n
    """
    nb=0
    for i in range(1,n+1):
        if repetitif(i):
            nb=nb+1
    return n-nb
```