DANS NOS CLASSES

LA FONCTION EXPONENTIELLE & LE LOGARITHME NÉPÉRIEN EN TERMINALE S

Anas MTALAA

1 – À l'origine

J'ai suivi une formation sur les bases de la PNL (Programmation Neuro-Linguistique) [1]. Parmi les choses qui m'ont marquées lors de cette formation, c'est que « la mémoire comme l'expression privilégie pour chaque individu, l'un des cinq canaux sensoriels (auditif, visuel, kinesthésique, gustatif, olfactif) » [2]. Ainsi, lors de mes pratiques j'essaye parfois de mobiliser plusieurs sens pour aider les élèves dans leur apprentissage : avec des changements dans la tonalité de ma voix ou avec des expériences visuelles afin de donner du sens aux objets mathématiques.

Chaque année j'essaie une expérience d'apprentissage avec les élèves qui se solde par des résultats plus ou moins probants. Voilà la description de l'expérience de cette année.

Une idée m'est parvenue, suite à plusieurs échanges avec des collègues et également à la marge des conférences des journées nationales de l'APMEP d'utiliser l'apprentissage par association pour l'un de mes cours [3].

Ce qui m'a conforté pour cette expérience, c'est que d'autres collègues avaient essayé avant moi avec plus ou moins de succès sur d'autres thèmes.

L'idée utilise donc en partie le principe de l'apprentissage par association pour enseigner la fonction exponentielle et le logarithme dans un même chapitre. L'intérêt d'associer les deux fonctions est de gagner du temps et de profiter de la progression spiralée pour revoir ce chapitre lors d'un deuxième passage avec un but d'approfondissement des connaissances.

2 - Déroulement

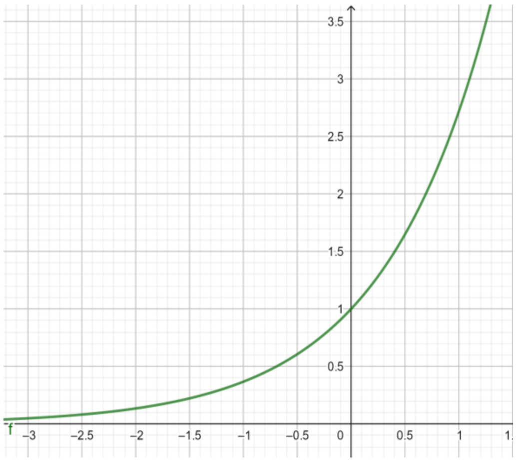
La séance commence par une activité sur un virus informatique [4]. Le but est de prendre conscience de l'existence d'une fonction qui a pour propriétés $f'(t) = f(t)$ et $f(0)=1$.

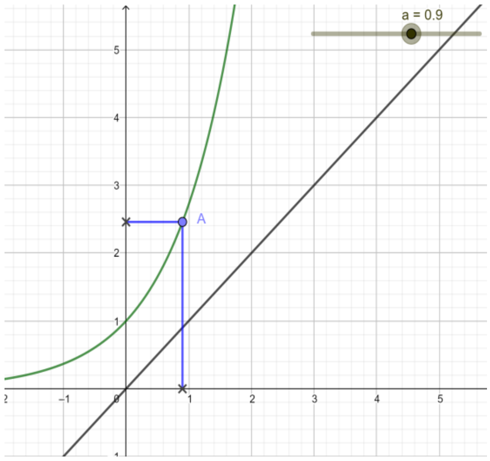
La première partie du cours est classique, on admet l'existence et on démontre l'unicité. Puis viennent quelques propriétés de continuité et dérivabilité ainsi que la monotonie.

Dans notre établissement, nous avons une progression commune, donc je n'ai pas pu aborder les notions de limites.

Dans un premier temps, nous passons à la construction graphique :

Retour au sommaire





Avec GeoGebra, nous plaçons un curseur *a* et le point *A(a,exp(a)).* Les possibilités d'animation de GeoGebra dynamisent la séance.

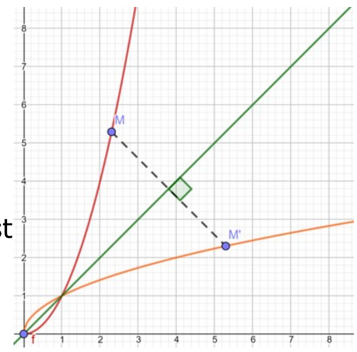
La monotonie, la continuité et le Théorème des Valeurs Intermédiaires (TVI) assurent l'existence et l'unicité de la solution de l'équation *exp(x)* = *c*. Nous appelons cette solution ln(c) le nombre dont l'exponentielle est égale à *c.*

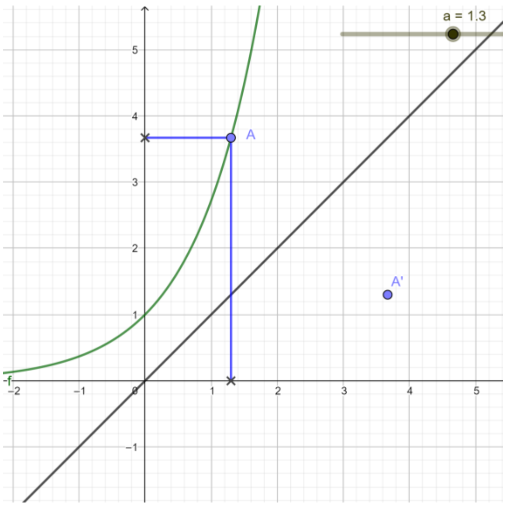
Le symétrique de *A(a,exp(a))* par rapport à la droite *y* = *x* est *A'(exp(a),a).*

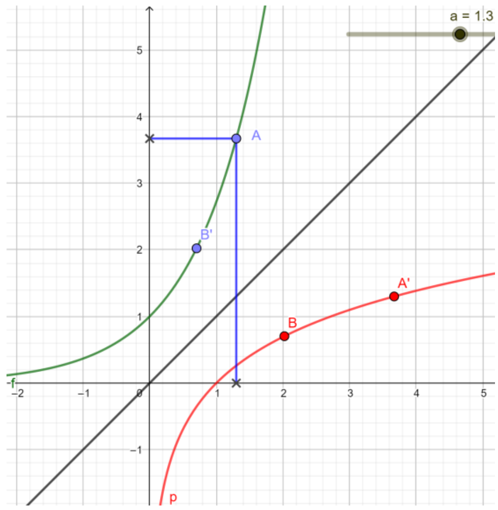
C'est l'occasion de revenir sur la médiatrice de [MM'], le symétrique d'un point par rapport à la première bissectrice, prendre l'exemple de la fonction carré et la fonction racine carrée sur [0 ; +∞[.

Nous définissons la fonction g(exp(a))=a ; par définition g est définie sur]0 ;+∞[

Donc ln(exp(a))=a







Le symétrique du point *B(b,ln(b))* par rapport à la droite *y=x* est *B'(ln(b),b).*

Donc *exp(ln(b))=b* avec *b* réel strictement positif.

Retour au sommaire

Après cette brève définition, les autres propriétés découlent de suite et toujours en parallèle avec les démonstrations nécessaires :

x et *y* sont des réels, *n* est un entier.

$\exp(x+y) = \exp(x) \times \exp(y)$ $\exp(-x) = \frac{1}{\exp(x)}$

$$\exp(x-y) = \frac{\exp(x)}{\exp(y)}$$

$$\exp(nx) = (\exp(x))^n$$

x et *y* sont des réels strictement positifs, *n* est un entier.

$$\ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y)$$

$$-\ln(x) = \ln\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(x) - \ln(y)$$

$$n\ln(x) = \ln(x^n)$$

Des petites applications de calculs sont proposées.

La définition de la fonction exponentielle nous permet de calculer la dérivée de la fonction logarithme népérien et de faire une étude de la fonction logarithme népérien.

3 - Conclusion

Cette approche nous permet de faire plusieurs applications de calculs, faire les études de deux fonctions et résoudre les équations et les inéquations avec les deux fonctions en même temps.

On peut également procéder dans la suite aux études d'autres fonctions et à l'utilisation de ces fonctions avec d'autres notions comme les suites.

Parmi les craintes des collègues, c'est la confusion des notions pouvant être faite par les élèves, les mélanges des définitions et peut être le fait de ne pas prendre assez de temps pour étudier chacune des fonctions.

D'après mon vécu, les élèves réussissent à distinguer les deux fonctions. Les difficultés des élèves sont les mêmes, mais les deux fonctions sont liées dans cette approche d'apprentissage.

L'objectif de mobiliser tous les élèves est pour ma part atteint : les élèves qui refusent d'apprendre sont quand même sollicités, puisque pendant plusieurs jours je nomme un responsable « exp » et un responsable « ln » qui doivent me dicter les formules liées à leur fonction en début d'heure. Je les écris dans un coin du tableau, et nous les utilisons pendant toute la séance. Là, c'est leur sens kinesthésique [3] qui est mis en jeu : ces élèves récalcitrants au départ doivent se lever et se mettre en scène pour réciter les formules. Ils ne les oublieront plus jamais…

Je suis en avance par rapport à mes collègues, et je peux travailler davantage sur les exercices. Après quelques semaines, quand mes collègues abordent à peine le logarithme népérien, j'en profite pour faire un rappel et faire des exercices supplémentaires sur ces deux thèmes.

Un intérêt supplémentaire pour les élèves, pour développer leur curiosité, est aussi de montrer qu'à partir du théorème définition de la fonction exponentielle, nous arrivons à construire les caractéristiques des fonctions exponentielles et de la fonction logarithme népérien.

Retour au sommaire

Notre chapitre de limites de fonctions vient après dans la progression. J'aborde donc les limites des deux fonctions toujours en parallèle. J'essaie de m'appuyer sur la représentation graphique pour les asymptotes.

Je n'ai pas osé appliquer la même chose en terminale ES, parce que c'est la première année que j'ai ce niveau et je n'ai donc pas une assez grande expérience. Je pense que cela serait autant positif et utile de le pratiquer avec ces élèves, peut-être l'an prochain.

Avec la nouvelle réforme et le nouveau programme de la spécialité « mathématiques », cette méthode n'est pas envisageable pour la terminale S puisque la fonction exponentielle sera introduite en première, sauf dans le cadre d'un exercice d'approfondissement où rien ne nous empêche de définir la fonction logarithme népérien. Le seul souci peut être le temps à y accorder et le niveau d'apprentissage adéquat à trouver, surtout pour le rythme soutenu de la spécialité « mathématiques ».

[1] M.P. Aubert « Formation psychologique (ou comportementale) et pédagogie pour la classe de mathématiques », APMEP n°442

[2] J.C. Deledicq « Des maths au jour le jour », Bulletin de l'APMEP, compte rendu de l'atelier n°44, 2008

[3] F. Millot « Pédadogie innovante »

[4] Activité d'introduction de la fonction exponentielle

Retour au sommaire