

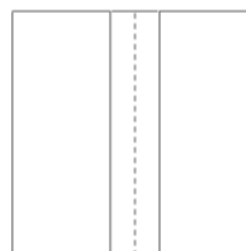
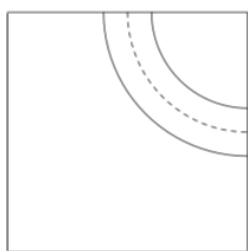
LE JEU DES TAPIS DE COURSE

[Julien Bernat](#)

Université de Lorraine

Institut Elie Cartan de Lorraine, site de Nancy / ÉSPÉ de Lorraine

Cette activité utilise du matériel qu'il faut prévoir en assez grande quantité : deux types de pièces carrées de mêmes dimensions, qu'on appelle pièce V (pour Virage) et pièce D (pour ligne Droite). On pourra par exemple fabriquer le matériel de sorte que toutes les pièces aient pour longueur de côté 5 centimètres pour une manipulation sur une table, ou de plusieurs dizaines de centimètres pour une manipulation au sol.



Les éléments présentés ici ont déjà été employés par François Boule (voir par exemple l'article de François Drouin dans le [« Petit Vert n°129, pages 52-59 »](#)).

Début de l'activité : le professeur laisse un groupe d'élèves découvrir le matériel (par exemple un tas a été constitué avec 7 pièces D et 9 pièces V ; les valeurs ne sont pas importantes, il faut juste que le nombre de pièces de chaque type ne soit pas trop petit). On peut imaginer qu'il n'y a initialement aucune question, et qu'après quelques instants de première manipulation, le professeur amène les élèves à s'exprimer par un jeu de questionnements : « que voyez-vous, », comment décririez-vous ces pièces, », « à votre avis, que peut-on essayer de faire avec ? », etc.

Fabrication de circuits

Les élèves peuvent comprendre assez vite que l'on peut fabriquer des circuits (fermés) en disposant convenablement les tapis côte à côte. Le plus petit que l'on peut réaliser est constitué de 4 tapis V qui forment un cercle. En « coupant » ce circuit en deux moitiés, on pourrait ajouter 2 tapis D (puis en ajouter deux autres, puis encore deux autres, et on peut itérer autant de fois que l'on veut !).

Cela doit faire apparaître naturellement les questions suivantes : pour quels nombres de tapis D et de tapis V est-il possible de réaliser un circuit ? Pour quels nombres de tapis D et de tapis V est-on certain que l'on ne peut pas réaliser un circuit ?

Au cours de la recherche, on va identifier des nombres de tapis D et de tapis V pour lesquels on n'est pas certain qu'il soit possible de réaliser un circuit, et vraisemblablement la question ne sera pas résolue en fin d'activité. L'activité doit permettre de dégager les idées de conjecture (« j'observe/il me semble que... », de condition nécessaire et suffisante (« si l'on dispose de [ce nombre de] pièces de tel type, alors je suis certaine que ... »).

On peut remarquer qu'on est ici dans un cadre constructiviste, puisque l'existence d'un circuit s'obtient par la réalisation explicite de ce circuit.

Règles de construction

On peut poser sur cette situation une mise en contexte qui fait travailler différents aspects mathématiques de la façon suivante. Les élèves sont maintenant placés dans le rôle d'un ingénieur qui doit diriger la construction d'un circuit. Il dispose initialement d'un certain capital (par exemple 100). La construction d'un virage coûte un certain prix fixe (par exemple 11) et celle d'une ligne droite également un certain prix fixe qui peu être différent (par exemple 14).

[Retour au sommaire](#)

L'activité de recherche semble la plus intéressante lorsque les élèves peuvent acheter « environ » une dizaine de pièces et que l'on peut identifier 3 ou 4 choix différents, il faut alors décider comment établir le meilleur choix (par exemple en utilisant la plus grande somme possible).

Remarque : les valeurs 11 et 14 peuvent être changées, toutefois celles-ci n'ont pas été choisies au hasard. Le rapport exact entre la longueur du quart de tour passant par le milieu des côtés et celle de la ligne droite est $\frac{\pi}{4}$; en utilisant la valeur approchée bien connue de π qui est $\frac{22}{7}$, on obtient qu'on construise à peu près autant de route avec 14 tapis V que 11 tapis D.

Il s'agit de répondre à une double problématique :

- Avec une somme donnée, quelles pièces est-il possible de commander ?
- Avec ces pièces, est-il possible de fabriquer un circuit ?

En première approche, il faut fixer des petites valeurs pour une bonne approximation du problème. Puis on conserve les valeurs de coût pour les pièces et on augmente la somme donnée.

Étude du problème : on peut construire une représentation sous forme de tableau afin d'identifier les coûts en fonction du nombre de chaque type de pièce.

0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
14	25	36	47	58	69	80	91	102	113	124
28	39	50	61	72	83	94	105	116	127	138
42	53	64	75	86	97	108	119	130	141	152
56	67	78	89	100	111	122	133	144	155	166
70	81	92	103	114	125	136	147	158	169	180
84	95	106	117	128	139	150	161	172	183	194
98	109	120	131	142	153	164	175	186	197	208
112	123	134	145	156	167	178	189	200	211	222
126	137	148	159	170	181	192	203	214	225	236

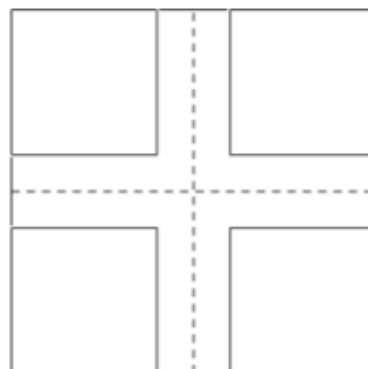
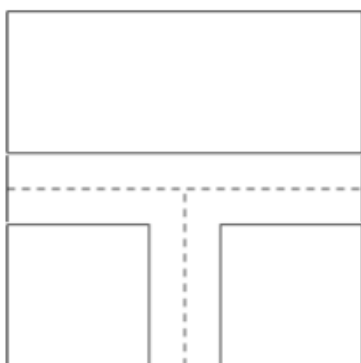
Si par exemple la somme disponible est de 119, il faut chercher dans ce tableau si le 119 apparaît. Si cette valeur n'apparaît pas, il faut rechercher la plus grande valeur possible qui lui est inférieure. Et pour cette valeur, il faut ensuite déterminer si l'on peut fabriquer (au moins) un circuit avec les pièces commandées. Si on ne parvient pas à construire le circuit, on passe à une valeur encore plus petite, etc.

Pour de plus grands élèves (et les professeurs !), une généralisation du problème va nécessiter l'emploi du cadre algébrique, qui à lui seul ne suffira pas puisqu'il faut également prendre en compte des considérations géométriques.

Considération non purement mathématique : on peut aussi laisser libre court à l'imagination des élèves et admirer les productions car (pour les circuits pouvant être constitués avec un nombre de pièces de chaque type donné) le nombre de possibilités croît rapidement et on obtient une multitude de dessins bien différents !

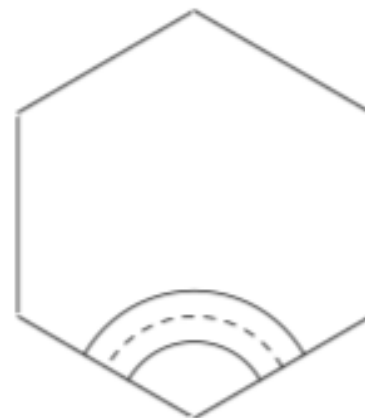
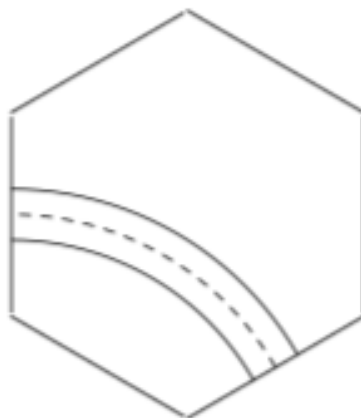
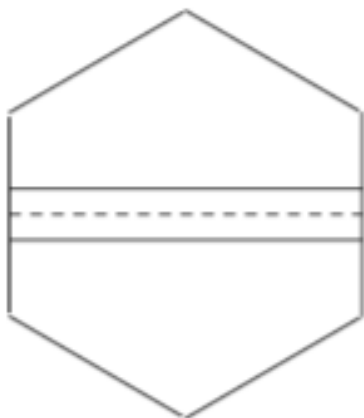
Prolongements

Un prolongement possible de cette activité consiste à utiliser les pièces de François Boule qui ont été jusqu'ici mises de côté : les tapis « T » (avec un embranchement au milieu d'un carré et trois côtés concernés par une sortie de route) et les tapis « X » (un carrefour et tous les côtés concernés par une sortie de route).



On peut alors reprendre les questions précédemment abordées dans un contexte plus large.

Une autre possibilité consiste à remplacer les carrés par des hexagones. Il y a des hexagones avec une ligne droite (d), les virages larges (L) et les virages serrés (S).



On pourra noter qu'il est possible de créer des pièces contenant plusieurs routes, par exemple une pièce que l'on appellerait LL, ou LS, ou encore SS (deux configurations distinctes possibles). On pourra par ailleurs créer des tunnels ou des ponts pour continuer à généraliser l'étude des circuits.

Le point 3 amènerait à considérer des circuits construits par exemple sur des cylindres ou des tores. On remarque alors que la propriété « a » n'est plus valide ; en particulier, on peut construire un circuit uniquement constitué de lignes droites sur un cylindre.

Enfin, si l'on remplace des pièces carrées par des pièces cubiques, avec des routes pouvant soit joindre deux faces opposées ou deux faces adjacentes, le lecteur pourra vérifier que les propriétés « b » et « c » ne sont plus satisfaites ; il existe un circuit fermé avec 1 « ligne droite de l'espace » et 7 « virages de l'espace ». C'est une conséquence du fait que, contrairement au plan, il n'y a plus nécessairement alternance entre deux directions possibles lorsqu'on utilise à la suite plusieurs virages.

Des [pièces prêtes à découper](#) sont téléchargeables.