

MATHS ET PLIAGES

LE PARABOLOÏDE HYPERBOLIQUE

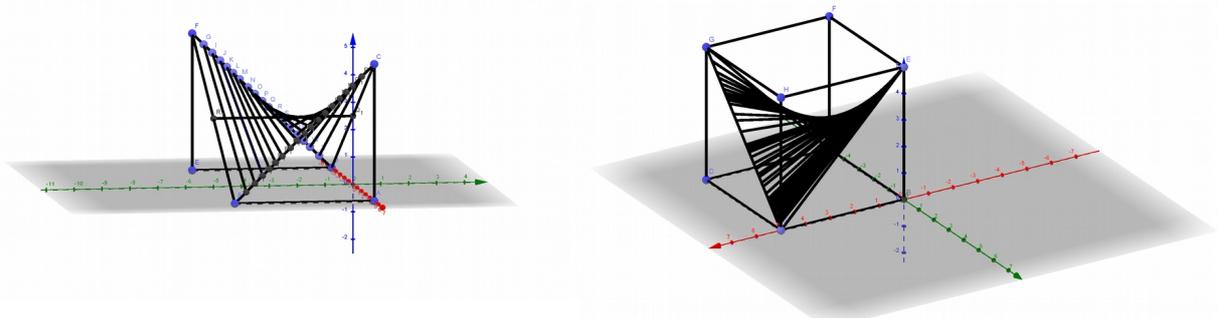
Walter Nurdin

Le paraboloidé hyperbolique, que l'on nomme plus trivialement « selle de cheval », est la surface formée par une parabole glissant sur une autre parabole tournant sa concavité dans le sens opposé.

On peut également la définir comme étant une surface obtenue par le déplacement d'une droite s'appuyant sur deux droites non coplanaires. Cette surface est donc réglée.

Cette dernière définition facilite la réalisation d'un PH (paraboloidé hyperbolique).

En appliquant cette propriété, voici deux réalisations qui permettent de visualiser un PH.¹



La première, en construisant au fur et à mesure des droites parallèles qui s'appuient sur les hypoténuses de triangles rectangles inversés.

La deuxième, en demandant la trace d'une droite qui se déplace sur les mêmes hypoténuses.

On peut également confectionner des structures harmonieuses en appliquant cette propriété. Les scouts le font régulièrement en camp.²



Portique du sous-camp Français à l'Eurojam 2003.

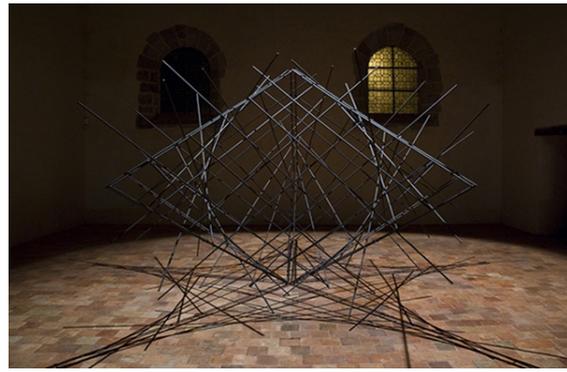
¹ Dans un repère bien choisi, une équation cartésienne d'une HP est de la forme : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - z = 0$ voire : $z = \frac{xy}{\alpha}$.

² http://www.toujourspret.com/techniques/campisme/installations/paraboloidé_hyperbolique.php

Des artistes ont imaginé des œuvres en assemblant plusieurs PH.



Angel Duarte, Lausanne, 2005



Vincent Carlier

Un PH est certes esthétique, mais le fait qu'en tout point il soit convexe dans une direction et concave dans l'autre confère à une structure PH une grande rigidité pour une grande portée et pour un poids relativement faible.³ Cette dernière propriété et le fait d'être une surface réglée facilitant la pose de l'armature pour le béton armé ont fait que des architectes ont construit des bâtiments utilisant des PH.



*Pavillon Philips : Le Corbusier et Xenakis.
Exposition universelle de 1958.*



*Librairie annexe :
Sagrada Família de Gaudi.*



Architecte : Demolombe 1980.

Oscar Niemeyer a construit au Havre une maison de la culture, désormais scène nationale, « Le volcan » qui est le volume d'un PH. La ligne directrice est une hyperbole contenue dans le plan vertical. Le volume est généré par des cercles qui eux sont horizontaux et de diamètre variable. Les centres des cercles sont situés sur l'hyperbole directrice.

³ <https://www.e-periodica.ch/cntmng?pid=bse-me-001:1936:4::7>



Le « volcan » est à gauche.

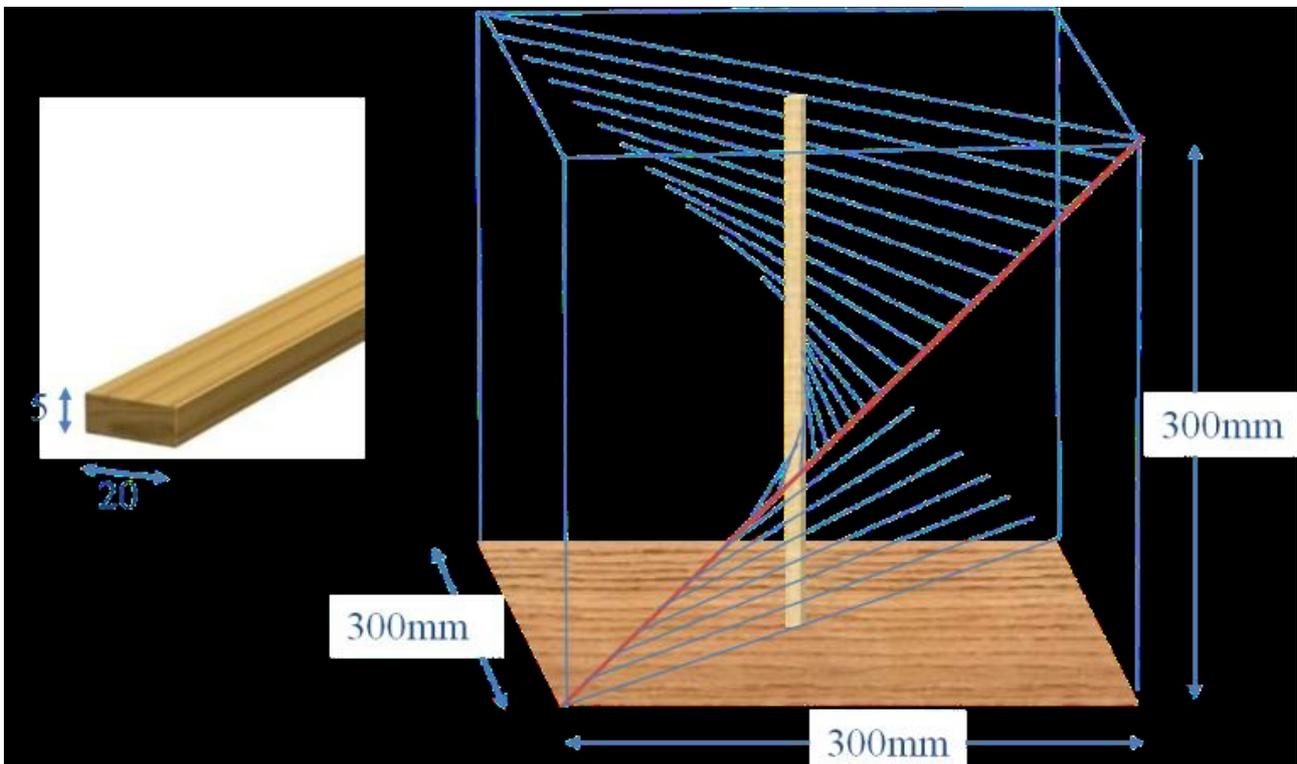
Le « petit volcan » à côté est un hyperboloïde.

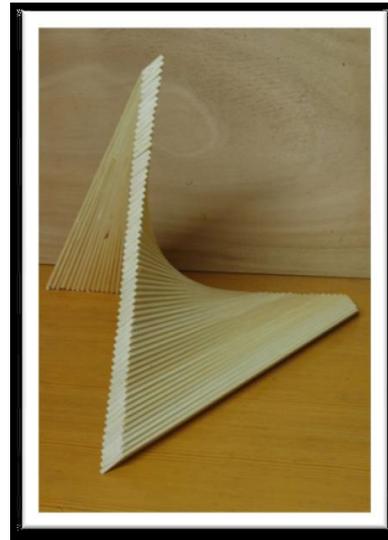
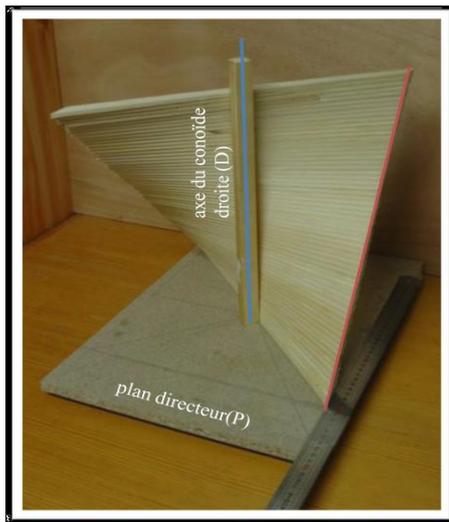
La colombe, dessinée par Picasso pour le mouvement de la paix soutenu par le parti communiste, est chère à Niemeyer resté communiste jusqu'à la fin de sa vie. Il décède le 5 décembre 2012 à 10 jours de son 105^{ème} anniversaire.



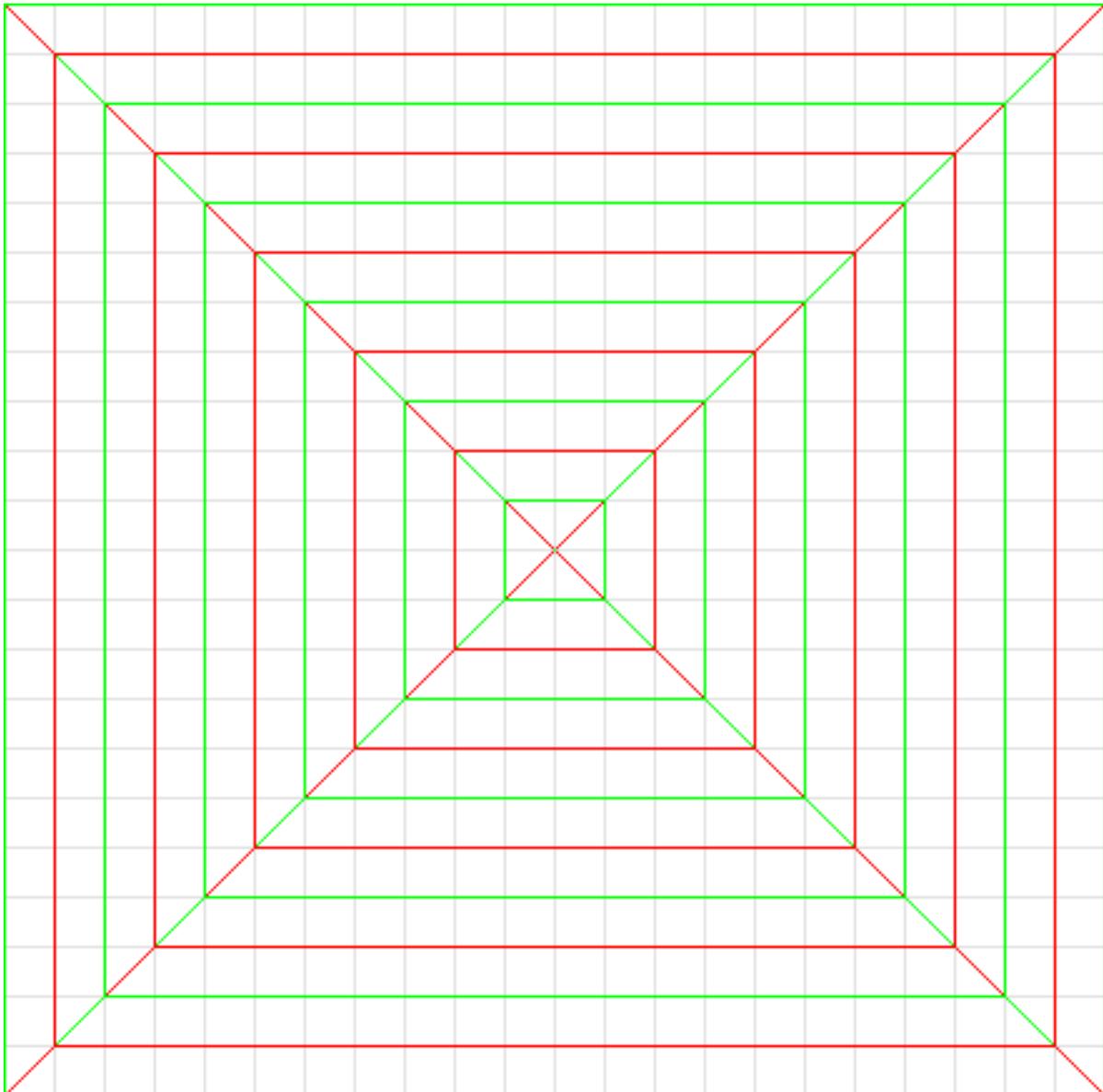
Les constructions précédentes ont peut être inspiré les industriels de l'agroalimentaire puisque les amateurs des Pringles ont dans leur main un PH. La rigidité à la cassure d'un PH et la facilité de rangements sont les justifications apportés au choix de cette forme par la société qui confectionne ces tuiles.

On peut construire un PH en utilisant des tasseaux de bois s'appuyant sur un axe vertical et une droite, ici hypoténuse d'un triangle rectangle, portant les génératrices.

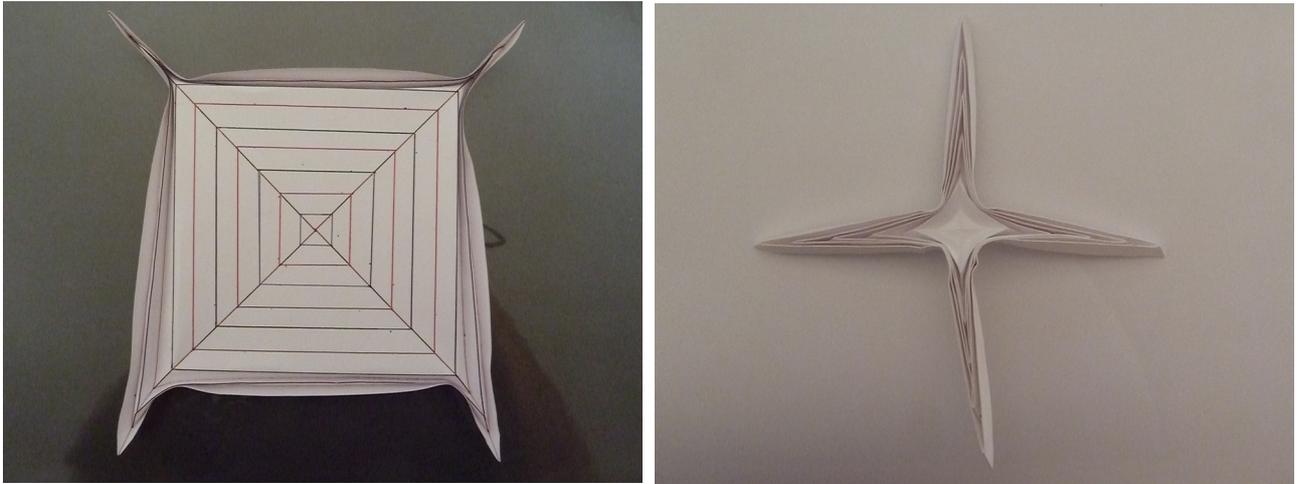




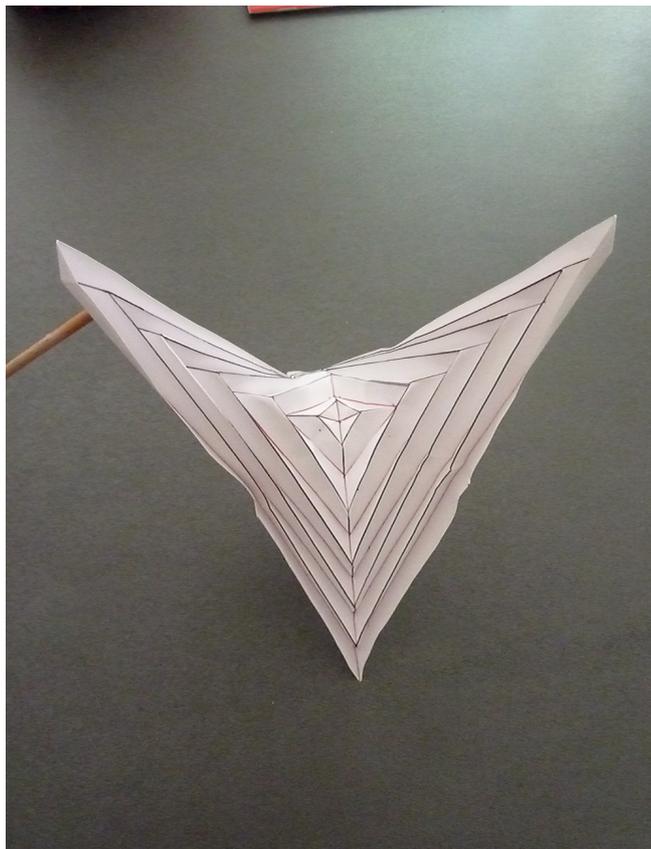
Il est possible également d'obtenir par pliage une bonne approximation d'un PH. Pour cela on part d'une feuille carrée. Puis on réalise les plis suivants.



Les plis verts sont des plis « vallées », les plis rouges sont des plis « montagnes ». On plie progressivement, pour finalement obtenir l'étoile représentée ci-dessous.



Il reste à déplier partiellement cette étoile, en la tenant par ses deux mains en son centre, puis à tourner sa main gauche dans un sens et sa main droite dans l'autre sens pour obtenir cette configuration.



On trouvera un pliage d'un paraboløide hyperbolique plus sophistiqué, dit abri, ici : <https://www.tubefr.com/tutoriel-6-plier-exemple-paraboløide-hyperbolique-abri.html>