

DÉFI 135-a : DIVISER POUR MIEUX RÉGNER ...

Certaines énigmes du rallye mathématique de Lorraine auraient certainement été plus simples à résoudre à l'aide d'un petit programme informatique.

Nous vous proposons ici, comme défi, de résoudre l'exercice ci-dessous.

2010 était une année à plus de trois diviseurs : 1, 2, 5, 10...

Nous sommes actuellement en 2018. Quelle sera la prochaine année à exactement trois diviseurs ? Quel algorithme proposez-vous ?

DÉFI 135-b : LE MAILLOT DE MBAPPÉ

Tiré et légèrement modifié du « calendrier mathématique 2017. CNRS, Université de Strasbourg, Institut de recherche mathématique Avancée ».

Supposons qu'une équipe de foot n'ait que 11 joueurs et donc 11 maillots numérotés de 1 à 11.

Les joueurs entrent au vestiaire un par un, en ordre aléatoire, et choisissent un maillot.

Kélio rêve d'avoir le numéro 10 de son idole Kylian Mbappé et donc le choisira s'il en a la possibilité.

Quelle est la probabilité que Kélio obtienne le maillot de son joueur préféré ?

DÉFI 135-c : « MOBILISATION GÉNÉRALE »

Le tableau ci-dessous figurait dans la rubrique « Il y a 100 ans dans l'Est » daté du 8 août 2014. Ce tableau, tronqué, ne mentionne que les 15 premières dates de la mobilisation.

Que faudra-t-il écrire pour le 11 novembre 1918 (jour de la signature de l'armistice, c'est-à-dire de l'arrêt des combats) ?



SOLUTION DES DÉFIS DU PV 134

Défi 134-a. Trouver deux nombres entiers **a** et **b** (avec **a** ≠ **b**) tels que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2018}$.

Propositions pour la solution

* **Une première piste :**

2018 est un entier pair : $2018 = 2 \times 1009$ (et 1009 est un nombre premier).

En utilisant l'égalité $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$, on en déduit que $\frac{1}{2 \times 1009} = \frac{1}{3 \times 1009} + \frac{1}{6 \times 1009}$.

D'où la solution $\frac{1}{6054} + \frac{1}{3027} = \frac{1}{2018}$

* **Une autre piste :**

Là encore, en constatant que $2018 = 2 \times 1009$ (nombre premier), on peut écrire :

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{1009} = \frac{1011}{2018} \text{ d'où } \frac{1}{1011} + \frac{1}{1011} = \frac{1}{2018}, \text{ soit } \frac{1}{2022} + \frac{1}{1009 \times 1011} = \frac{1}{2018}$$

Ce qui donne la solution $a = 2022$ et $b = 1008 \times 1011 = 1020099$.

Mais rien ne prouve qu'il n'y ait pas d'autres solutions...

* **L'informatique va venir à la rescousse.**

Voici un algorithme qui nous permettra de répondre à la question.

```

Pour b allant de 2019 à 4036 faire :
  si 2018*b est divisible par b-2018 alors :
    afficher (2018*b)/(b-2018)
    afficher b
  finSi
finPour

```

Cet algorithme nous permet de trouver, outre les deux précédentes, deux nouvelles solutions :

$$\frac{1}{2019} + \frac{1}{4074342} = \frac{1}{2018} \text{ et } \frac{1}{2020} + \frac{1}{2038180} = \frac{1}{2018}$$

Ce problème n'a donc que quatre solutions.

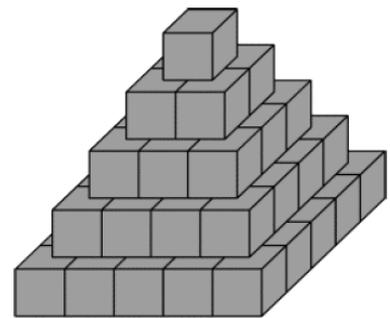
Merci à Michel, André, Philippe et Gilles pour leurs contributions.

Défi 134-b.

1. La pyramide ci-contre est formée de blocs cubiques ayant tous la même dimension. Combien a-t-on utilisé de cubes pour construire cette pyramide de 5 étages ? De n étages ?

On dispose d'une boîte de 1000 cubes ; combien d'étages (complets) pourra-t-on construire ?

2. Tous les cubes visibles de ces pyramides sont gris, mais tous ceux qui sont à l'intérieur sont blancs. Combien de cubes blancs et combien de cubes gris pour construire une pyramide de 10 étages ? De n étages ?



Solution : cette fois, le défi était trop facile (c'était l'été !). En ce qui concerne la seconde partie du défi, il suffisait de remarquer que la pyramide « blanche » (cachée) avait deux étages de moins que la partie grise.