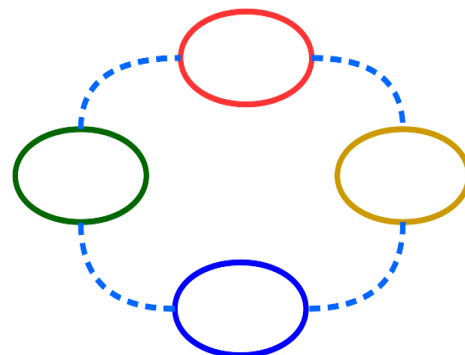


DANS NOS CLASSES**NAVETTES SPATIALES**

Serge *ERMISSE* nous propose les deux premiers volets d'une même activité testée sur trois niveaux du lycée : seconde, première S et terminale S. À la demande des formateurs du groupe IREM « Informatique débranchée », lors d'un stage « PAF » du même nom, il a repris l'activité intitulée « Le baseball multicolore »¹ en lui donnant un nouveau contexte.

Texte de l'activité

« Dans l'espace, en 3017, on a quatre planètes (rouge, jaune, bleue et verte). Les habitants des planètes jaune, bleue et verte ne disposent plus chacune que de deux navettes spatiales (de leur couleur) pour leurs échanges commerciaux alors que la planète rouge n'en possède qu'une seule. Pour éviter tout risque d'accident entre navettes, les habitants ont décidé que les navettes ne pourront se déplacer qu'une par une. Malheureusement, leur réservoir de carburant ne leur permet que de se déplacer vers une des deux planètes voisines (la troisième est trop éloignée). De plus, chaque planète ne dispose que de deux pistes d'atterrissage (donc il n'est pas possible d'avoir plus de deux navettes simultanément sur la même planète)



Votre mission : Simuler les déplacements des navettes sur votre plan pour que toutes retrouvent leur base (planète de la même couleur) quelle que soit la position des sept navettes au départ. »

(Le schéma était fourni aux élèves.)

En Seconde

La séance, de 50 minutes, s'est faite avec 16 élèves d'une classe de 35 assez faible.

Objectifs de la séance

- Développer l'esprit d'initiative, de recherche, avec un problème ouvert.
- Coopérer en équipe (échanger, verbaliser ses idées pour les expliquer aux autres, se mettre d'accord sur une solution commune).
- Lire et comprendre un énoncé pour en dégager les « règles du jeu ».
- Réinvestir certains éléments de la pensée algorithmique au service de la résolution de problème (sans aucun prérequis mathématique) comme :
 - concevoir un algorithme simple en langage naturel ;
 - tester un algorithme pour détecter des bogues ;
 - corriger un algorithme (gestion de cas particuliers, bogues).

Mise en situation de la séance

Les élèves étaient installés par groupe de quatre (par affinité), avec du papier brouillon et un crayon, et je leur avais distribué le matériel :

- ✓ un plan en couleur des planètes ;
- ✓ les sept navettes, représentées par des briques « Lego » dont les couleurs correspondaient aux planètes ;
- ✓ l'énoncé.

¹ http://www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/IMG/pdf/fiche_eleve_baseball_multicolore.pdf

1^{ère} phase : Appropriation du problème

Attendus :

- ✓ 10 minutes maximum.
- ✓ Je les ai mis par groupes de quatre pour inciter chaque élève à prendre en charge les déplacements du ou des vaisseaux d'une même planète, afin que tous participent. Je n'ai distribué qu'un seul énoncé volontairement (pour encourager le travail collaboratif).
- ✓ J'espérais qu'après quelques succès, ils se rendraient aussi compte de leur incapacité à présenter une stratégie gagnante.

Réalité : Le plus souvent, un élève prend le leadership et gère le déplacement de toutes les navettes (c'est donc raté pour le travail collaboratif). Par contre, le fait d'avoir distribué un seul sujet a permis de mobiliser les quatre élèves (un élève a lu et les autres ont réagi : « J'entends mais je ne comprends pas ! » ou « Vous avez compris ? ».)

Deux groupes pensaient qu'ils devaient trouver une position initiale particulière pour trouver une stratégie (du style « couleur en face »).

2^{ème} phase : Réduction du problème

J'ai complété le texte de l'activité par l'information suivante :

« Une tornade spatiale, qui s'enroule dans le sens des aiguilles d'une montre, vient de se former et empêche tout déplacement dans l'autre sens (cela consommerait trop de carburant de lutter contre le vent spatial).

Reprendre votre mission puis, lorsque vous pensez avoir trouvé une stratégie gagnante, écrire un algorithme en français de la procédure à suivre. »

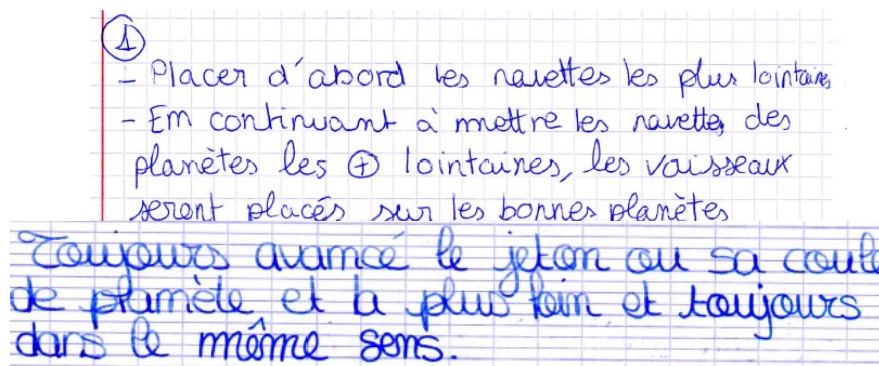
Attendus :

- 15 minutes maximum.
- J'espérais qu'ils découvriraient seuls la stratégie gagnante (déplacer la navette qui a le plus de chemin à faire pour rentrer à sa base). Dans le cas contraire, j'avais prévu de la donner.
- Peut-être auraient-ils des difficultés à rédiger l'algorithme en français (trop habitués qu'ils sont à des formes stéréotypées) ?
- L'identification de cas particuliers où l'algorithme ne fonctionne pas.
- Seraient-ils capables de répondre à la question suivante « Pourquoi ce problème était-il plus facile ? » (plus que 2 déplacements possibles au lieu de 4) ?

Réalité : L'idée du « Il faut toujours que l'on joue le plus loin. » a émergé assez rapidement, sauf pour un groupe. J'ai dû leur poser la question : « Quelle navette allez-vous déplacer ? », sur une ou plusieurs situations particulières pour le leur faire dire. Comme attendu, d'énormes difficultés à s'exprimer en français (voir les productions d'élèves).

Cette phase a duré de 5 à 15 minutes, selon les groupes.

Quelques productions d'élèves



Enfin on déplace en premier la navette de la couleur de la planète la plus éloignée (par exemple si on a bleu et vert, on bouge d'abord la navette verte pour ne pas bloquer la circulation). Et ainsi de suite jusqu'à atteindre sa base de couleur.

① - On commence à jouer dans le sens des aiguilles d'une montre. Puis on choisit la planète qui se trouve derrière la planète où se trouve la navette. A partir de cette planète on déplace la navette dont sa planète est plus lointaine*. On réitère l'opération jusqu'à obtenir le résultat attendu.

* Si sur cette planète, les deux navettes sont de la même couleur on en prend une au hasard.

J'ai utilisé ces extraits, en classe entière, lors la séance suivante, pour insister sur ces notions algorithmiques :

- suite ordonnée d'instructions ;
- répétition conditionnelle (boucle TANT QUE) ;
- instruction conditionnelle.

3^{ème} phase : Validation par tests successifs

Solution proposée

Tant que toutes les navettes ne sont pas à leur base, faire :

Si les deux navettes sont de la même couleur alors déplacer une des deux navettes au hasard

Sinon déplacer la navette qui a le plus de chemin à faire pour rentrer à sa base

Fin de Si

Fin de Tant que

Je leur ai alors fait tester la situation initiale qui fait boucler l'algorithme à l'infini (toutes les navettes sur leur base sauf une permutation entre une navette jaune et une navette verte).

Attendus :

- 10 minutes maximum.
- Ils devaient découvrir que leur algorithme avait un défaut puisque, sur un cas particulier, il ne s'arrêtait jamais : le problème n'était donc pas résolu.

Réalité : Certains groupes n'ont pas vu le bogue, car ils ne suivaient pas l'algorithme. J'ai dû le reprendre avec eux pour qu'ils comprennent le défaut de cet algorithme. Pour s'en sortir, certains ont ajouté des conditions initiales pour valider leur algorithme en excluant ce genre de cas particulier.

4^{ème} phase : Modification des données du problème

J'ai distribué un nouveau plan des planètes (voir ci-contre) ainsi qu'un complément d'énoncé :

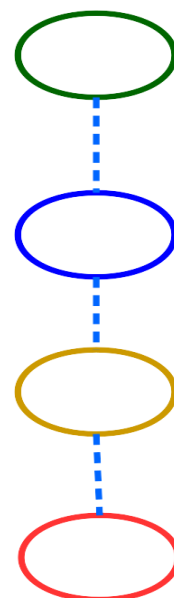
« La tornade spatiale est passée mais elle a été tellement violente qu'elle a modifié la position des planètes. Les déplacements peuvent de nouveau se faire dans les deux « sens ».

Reprendre votre mission dans cette nouvelle configuration. »

Attendus :

- 10 minutes maximum.
- Comme dans la première phase, ils devaient réussir par « tâtonnement ».
- Peut-être allaient-ils penser à faire, d'abord, rentrer les navettes vertes à leur base pour réduire le problème à un problème avec moins de données, mais j'en doutais.

Réalité : Comme attendu, l'idée de compléter la planète verte s'est exprimée, mais uniquement pour 3 groupes et à l'oral.



5^{ème} phase : Retour à la structure de données initiale

J'ai repris le deuxième plan des planètes et fait le lien avec la configuration initiale, en interdisant le passage entre la planète rouge et la planète verte en raison d'un **trou noir** (que j'avais ajouté sur le premier plan).

Au final, les élèves ont pour la plupart été intéressés et les objectifs étaient atteints.

En Première S

1^{ère} séance : Découverte du problème

Un groupe très réduit d'élèves a testé, le même jour, l'activité présentée ci-avant.

Productions d'élèves

① Tant que chaque navette n'est pas sur sa planète, faire :

- Repérer la planète avec 1 vaisseau
- Regarder sur la planète précédente
- bouger le vaisseau le plus éloigné de sa planète

Tant que les navettes ne sont pas sur leur planète
Déplacer la navette dont la base est la plus éloignée
Fin lorsque les navettes sont toutes sur leur planète

On peut noter que la condition d'arrêt de la boucle conditionnelle est inutilement reprécisée à la fin.

Remarque

L'élève la plus faible de la classe (en mathématiques et en général) a été le moteur du groupe, trouvant les démarches algorithmiques.

2^{ème} séance en TD : Complexité d'un algorithme

Le groupe était alors de 15 élèves répartis en quatre sous-groupes contenant chacun un élève ayant assisté à la première séance. Les élèves connaissaient la notion de courbes de tendance pour l'avoir manipulée en Sciences de la Vie et de la Terre, en Sciences Physiques ou en Mathématiques.

Le texte initial de l'activité est à nouveau proposé, accompagné des questions suivantes :

1. Exécuter 10 fois l'algorithme suivant en prenant au hasard les positions initiales des navettes et évaluer le nombre moyen de déplacements (ce nombre s'approche de la **complexité en moyenne** de l'algorithme pour 4 planètes lorsque l'on fait un très grand nombre de tests).
2.
 - a) Trouver la position initiale des navettes qui impose le plus de déplacements (ce nombre s'appelle la **complexité au pire** de l'algorithme pour 4 planètes).
 - b) Trouver la complexité au pire de l'algorithme pour 2 planètes, 3 planètes, 5 planètes et 6 planètes.
 - c) À l'aide du tableur, estimer la complexité au pire pour 10 planètes.

Ainsi que l'algorithme :

Algorithme :

La variable *Couleur* prend la valeur *Verte*

Répéter 3 fois :

```

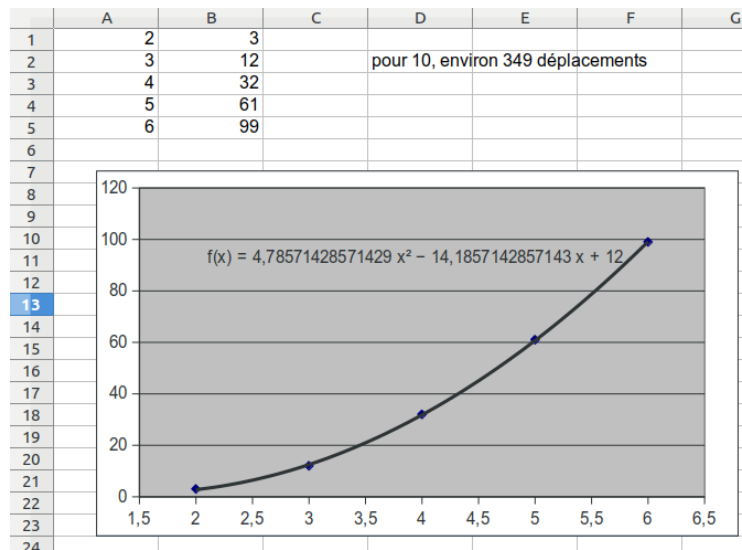
  Tant que les deux navettes Couleur ne sont pas dans leur base, faire :
  | Si la plus haute navette Couleur hors de sa base (ou une des navettes Couleur au hasard si elles sont sur
  |   une même planète Couleur) peut monter alors le faire
  |   sinon si une navette Couleur peut descendre alors le faire
  |       sinon si une ou des navettes Couleur peuvent monter alors le faire jusqu'à libérer une place
  |           juste au dessus de la navette Couleur hors de sa base et la plus haute
  |           sinon faire descendre une navette Couleur
  |       fin de si
  |   fin de si
  | fin de si
  | fin de tant que
  | Si Couleur = Verte alors la variable Couleur prend la valeur Bleue et on oublie la couleur Verte
  |   sinon la variable Couleur prend la valeur Jaune
  | fin de répéter

```

Déroulement

- Je n'ai quasiment rien eu à dire de toute l'heure.
- Peu de groupes ont suivi exactement l'algorithme.
- Le choix aléatoire des situations initiales a souvent manqué de méthode, même si les élèves ont systématiquement exclu les situations nécessitant peu de déplacements (comme si cela ne pouvait pas arriver au hasard !!!). Cette phase est décevante pour une classe scientifique et il faudrait peut-être être plus directif.
- Les élèves ont eu du mal à préciser le pire des cas (d'où de grandes différences) ; par contre, ils ont su gérer les contraintes matérielles en complétant par des gommes, barrettes à cheveux, capuchons de stylo, etc.
- Trois groupes ont envisagé une approximation affine (pour un seul, c'était justifié par l'aspect de leur nuage de points).
- Sur tableur, 2 groupes ont cherché en vain des formules (de récurrence).

Un peu avant la fin du TD, j'ai précisé oralement qu'il fallait exploiter une représentation graphique (voir la feuille de calcul ci-dessous).



Productions d'élèves

TD : Complexité d'un algorithme.

9 19 17 19 14 15 23 25 20 11

Le nombre moyen de déplacement est de 17,2.

2) La position initiale des navettes qui impose le plus de déplacement est lorsque la planète la plus basse contient les 2 navettes de la planète la plus haute et inversement.
et sur la planète du milieu?

b)

$$\begin{array}{ll} 2 = 3 & 4 = 15 \\ 3 = 12 & 5 = 38 \\ 4 = 32 & \end{array}$$

Pour 2 planètes la complexité au pire est de 3 déplacements.
 Pour 3 planètes la complexité au pire est de 12 déplacements.
 Pour 5 planètes la complexité au pire est de 38 déplacements.
 Pour 6 planètes la complexité au pire est de 63 déplacements.

c) Avec le tableur, nous avons fait un graphique.
 la courbe a pour équation $y = 14,62x - 30,2$
 de tendance *pas affine*

Pour 10 planètes la complexité au pire est de ~~115~~
 déplacements. *cohérent mais pas au pire*

1) La complexité moyenne que nous avons trouvée pour 10 essais est de 17,3 déplacements.

Résultats pour chaque essai :

16 ; 13 ; 15 ; 23 ; 19 ; 14 ; 25 ; 14 ; 13 ; 17 .

2)a. La position initiale qui impose le plus de déplacement est lorsque le vaisseau rouge se trouve sur la planète verte et que les deux vaisseaux verts se trouvent sur la planète rouge. (soit 27 déplacements)

b. pour 2 planètes : 3 déplacements
pour 3 planètes : 14 déplacements
pour 5 planètes : 54 déplacements
pour 6 planètes : 81 déplacements

c. Grâce à excel on a fait un graphique avec nos données puis on a affiché la courbe de tendance, donc une droite avec pour équation $y = 19,6x - 42,6$

$f(10) = 153,4$ Donc 153 déplacements.

et non les deux autres planètes ?

non, ce n'est pas affine mais du second degré

$f(11) \approx 265$ pour 11 planètes

3^{ème} séance : la même, mais avec l'autre groupe

Pour cette deuxième moitié de classe, cela s'est moins bien passé car seul un élève sur les 12 avait suivi la première séance. Il y a donc eu un gros temps pour s'approprier la situation. Pour le coup, je pense que l'algorithme a encore été moins bien déroulé (au vu des valeurs trouvées). De plus, cette fois-ci, je n'ai volontairement pas précisé qu'il fallait exploiter une représentation graphique (un seul groupe y a pensé). Ayant l'habitude de modéliser des situations problèmes à l'aide de suites, les deux derniers groupes ont cherché des formules (avec et sans tableur).

4^{ème} séance : Bilan

Lors de la séance suivante en classe entière, j'ai fait le bilan :

- à l'aide d'un diaporama pour dérouler l'algorithme dans le pire des cas pour 4 planètes et remarquer qu'il y a des opérations inutiles : on pourrait améliorer l'algorithme ;
- à l'aide du tableur pour parler du choix du type d'approximation ;
- en faisant le lien avec l'algorithme de tri à bulle
(https://interstices.info/jcms/c_6973/les-algorithmes-de-tri?hlText=algorithmes+de+tris) ;

Note : L'algorithme des planètes n'est pas exactement celui du tri à bulles, qui n'a pas la contrainte de « la place libre ».

- en plaçant un petit commentaire sur la place des algorithmes de tris dans leur vie numérique.

