DES DÉFIS POUR NOS ÉLÈVES

SOLUTION DU DÉFI LES 3 OURS (PV133)

Rappel de l'énoncé. Trois ours prennent leur petit déjeuner. Le père prend la moitié des pots de miel qui sont sur la table, plus un. La mère prend la moitié de ce qui reste plus un pot. Le petit ours prend lui aussi la moitié de ce qui reste plus un pot. Il ne reste alors plus rien sur la table. Combien y avait-il de pots sur la table avant le petit déjeuner ?

Solution. Soit n le nombre de pots au début.

Le père prend $\frac{n}{2}+1$ pots, il en reste donc $\frac{n-2}{2}$.

La mère prend $\frac{n-2}{4}+1$ pots, il en restera donc $\frac{n-6}{4}$.

Le petit ours prend alors $\frac{n-6}{8}+1=\frac{n+2}{8}$ pots, et il reste $\frac{n-6}{4}-\frac{n+2}{8}=\frac{n-14}{8}$ pots, qui doit être égal à 0. Le nombre initial de pots était donc **n = 14**.

Remarque. Ce défi est à mettre en parallèle avec le défi du Petit Vert n°128, « Le diable et le fainéant ». Outre la solution algébrique, il était fourni une solution numérique et une feuille de calculs. Elles pourront être source d'inspiration pour écrire une solution autre que celle présentée ci-dessus.

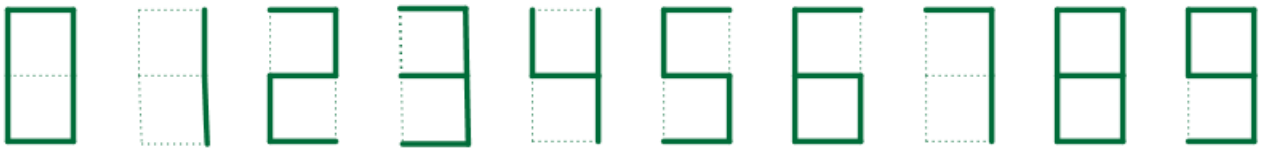
Les mathématiques sont une gymnastique de l'esprit et une préparation à la philosophie.

Isocrate

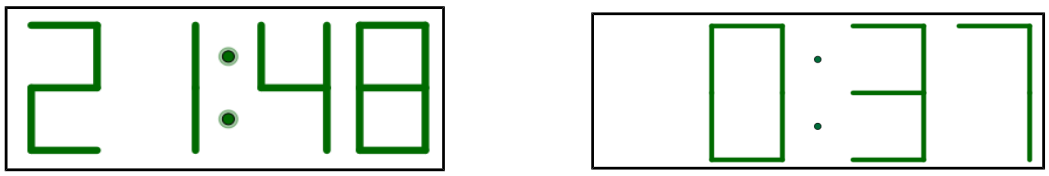
retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI « LE RÉVEIL-MATIN » (PV 133)

Un réveil-matin affiche les chiffres grâce à des diodes luminescentes. Pour chaque chiffre, de deux à sept diodes sont utilisées : par exemple, le chiffre "1" utilise deux diodes, le chiffre "8" en utilise sept (voir image ci-dessous).



L'affichage du réveil comporte d'une part les heures, d'autre part les minutes, ces deux nombres étant séparés par un double point, comme le montrent les deux exemples ci-dessous, le premier correspondant à 21 h 48 et le second à 0 h 37.



On remarquera que, tant qu'on n'arrive pas à la dixième heure, le réveil n'affiche pas le chiffre des dizaines d'heure (on lit 0 h 37 et non pas 00 h 37).

Le défi est le suivant :

❶ dans un cycle de 24 heures (de 0 h 00 à 23 h 59), combien de fois l'affichage présentera-t-il un centre de symétrie, et à quels moments cela aura-t-il lieu,

❷ combien de fois l'affichage présentera-t-il un axe de symétrie vertical, et à quels moments cela aura-t-il lieu,

❸ combien de fois l'affichage présentera-t-il un axe de symétrie horizontal, et à quels moments cela aura-t-il lieu ?

Éléments de solution

❶ Les seuls chiffres qui peuvent être utilisés ici sont 0, 2, 5, 8 (qui sont « autosymétiques »), ainsi que 6 et 9 (chacun étant symétrique de l'autre). Attention : le 1 ne peut pas être utilisé, car il est « décalé » vers la droite.
Par ailleurs, pour les heures avant 10 heures, il n'y a qu'un seul chiffre affiché à gauche, ce qui ne permet pas un affichage symétrique.

Les seules possibilités sont donc, pour les heures, 20 et 22.

Il n'y a ainsi que deux réponses valides pour cette question ❶ : **20h02** et **22h22**.

❷ Pour cette seconde question, les seuls chiffres utilisables sont 0, 2 et 8.

Comme pour la question précédente, aucune heure avant 22 heures ne peut être utilisée.

Là encore, il n'y a que deux possibilités pour la question ❷ : **20h05** et **22h55**.

❸ Pour cette dernière question, les seuls chiffres utilisables sont 0, 1, 3 et 8.

Par contre, il est maintenant possible d'utiliser les heures depuis 0 heure.

La partie gauche de l'affichage (les heures) peut donc être 0, 1, 3, 8, 10, 11, 13, 18.

La partie droite (les minutes) peut être 00, 01, 03, 08, 10, 11, 13, 18, 30, 31, 33 ou 38.

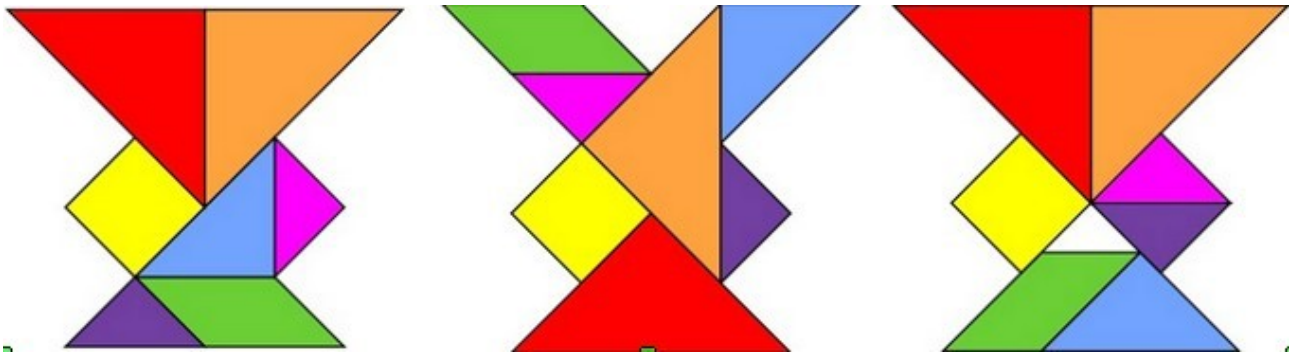
Cela fait **96 possibilités**. Voir le tableau ci-après.

retour au sommaire

h\min	0	1	3	8	10	11	13	18	30	31	33	38
0	0h00	0h01	0h03	0h08	0h10	0h11	0h13	0h18	0h30	0h31	0h33	0h38
1	1h00	1h01	1h03	1h08	1h10	1h11	1h13	1h18	1h30	1h31	1h33	1h38
3	3h00	3h01	3h03	3h08	3h10	3h11	3h13	3h18	3h30	3h31	3h33	3h38
8	8h00	8h01	8h03	8h08	8h10	8h11	8h13	8h18	8h30	8h31	8h33	8h38
10	10h00	10h01	10h03	10h08	10h10	10h11	10h13	18h18	10h30	10h31	10h33	10h38
11	11h00	11h01	11h03	11h08	11h10	11h11	11h13	11h18	11h30	11h31	11h33	11h38
13	13h00	13h01	13h03	13h08	13h10	13h11	13h13	13h18	13h30	13h31	13h33	13h38
18	18h00	18h01	18h03	18h08	18h10	18h11	18h13	18h18	18h30	18h31	18h33	18h38

SOLUTION DU DÉFI « LES TROIS VASES » (PV 133)

Les 7 pièces du puzzle qui ont servi à représenter les trois vases.



En prenant comme hypothèse que le carré initial avec lequel on a construit les puzzles des trois vases est de 4 unités, on peut calculer, par exemple, la hauteur des trois vases.

Le premier vase a une hauteur de $2+\sqrt{2}+2$ unités, le second vase une hauteur de 5 unités, et le troisième (celui avec un trou) une hauteur de $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ unités.

La différence de hauteur de ces trois vases est quasi imperceptible, seul le calcul exact des hauteurs permet de démasquer la « supercherie ».

*****

DÉFI 134-a : « 1/2018 »

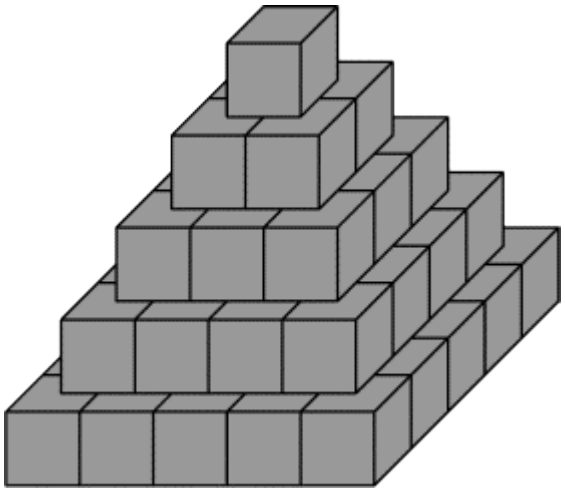
Trouver deux nombres entiers **a** et **b** (avec **a** ≠ **b**) tels que $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{2018}$.

Si possible, donner **toutes** les solutions.

retour au sommaire

DÉFI 134-b : PYRAMIDE

La pyramide ci-dessous est une version simplifiée d'une pyramide Maya, dite également « pyramide à degrés » (les degrés sont des marches d'escalier). Elle est formée de blocs cubiques ayant tous la même dimension.



Combien a-t-on utilisé de cubes pour construire cette pyramide de 5 étages ? Combien en faudrait-il pour construire une pyramide de 10 étages ? De 20 étages ? De *n* étages ?
On dispose d'une boite de 1000 cubes. Combien d'étages (complets) pourra-t-on construire ?

Tous les cubes de cette pyramide visibles de l'extérieur sont gris, mais tous ceux qui sont à l'intérieur sont blancs.
Combien de cubes blancs et combien de cube gris faut-il pour construire une pyramide de 10 étages ? De *n* étages ?

Notre photo, la pyramide Maya de Teotihuacan

Pour en savoir plus sur les pyramides à degrés :
https://fr.wikipedia.org/wiki/Pyramide_%C3%A0_degr%C3%A9s

retour au sommaire