

LE SOPHISME DU TRIMESTRE (n°133)

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

LE PLUS GRAND NOMBRE ENTIER EST 1

Pour le démontrer, nous allons majorer les entiers non nuls en utilisant une contraposition.

Soit un entier positif $A > 1$. Alors en multipliant par A , $A^2 > A$. Nous avons donc trouvé un entier A^2 plus grand que A : cela signifie que A n'est pas le plus grand entier.

On a donc montré que si $A > 1$, alors A n'est pas le plus grand entier. En contraposant (pour ceux qui l'auraient oublié, voir dans l'encadré ci-dessous ce qu'est la contraposition), on en déduit que le plus grand entier est 1. Ainsi, 1 est plus grand que tous les nombres entiers.

La démonstration par contraposition.

Soit P et Q deux affirmations. Alors l'affirmation « Si P est vraie, alors Q est vraie » est équivalente à l'affirmation « Si Q est fausse, alors P est fausse ».

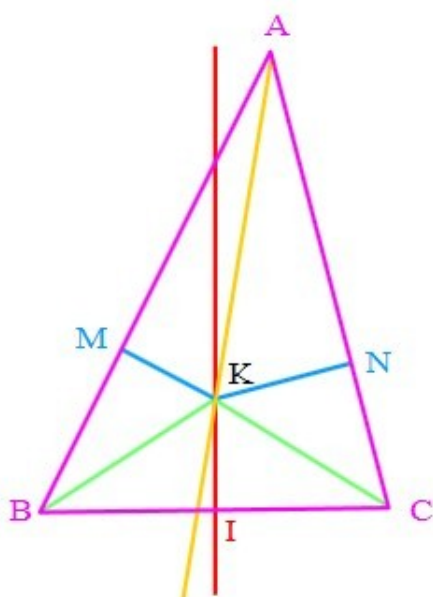
Voir aussi https://fr.wikipedia.org/wiki/Proposition_contrapos%C3%A9e

SOLUTION DU SOPHISME DU TRIMESTRE (n°132)

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout à fait exactes. Contrairement aux sophismes publiés dans les précédents Petits Verts, celui-ci peut être proposé aux élèves.

Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

Tout triangle est isocèle



On partait d'un triangle ABC « quelconque », les longueurs de ses trois côtés étant différentes. Nous avons démontré ensuite que ce triangle « quelconque » avait deux côtés de même longueur, donc était nécessairement isocèle.

Voici les étapes de cette démonstration.

- On considère la bissectrice issue de A et la médiatrice du segment [BC] (elles sont tracées sur la figure). Elles se coupent en un point K.
- Soit M le projeté orthogonal de K sur [AB]. Le triangle AMK est rectangle en M.
- Soit N le projeté orthogonal de K sur [AC]. Le triangle ANK est rectangle en N.
- K est sur la bissectrice issue de A. Les propriétés de la bissectrice assurent que $KM = KN$.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle AMK (rectangle en M) : on a $AK^2 = MK^2 + AM^2$.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle ANK (rectangle en N) : on a $AK^2 = NK^2 + AN^2$.
- Comme $MK = KN$, on déduit des deux égalités précédentes que $AM^2 = AN^2$, donc que $AM = AN$.
- Par construction, K est sur la médiatrice de [BC]. On a donc $KB = KC$.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle KBM (rectangle en M). On a $KB^2 = KM^2 + MB^2$.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle KCN (rectangle en N). On a $KC^2 = KN^2 + NC^2$.
- Or on sait que $KB = KC$ et $KM = KN$ (démontré ci-dessus, ligne 4). Donc on en déduit que $MB^2 = NC^2$, puis $MB = NC$.
- On avait montré que $AM = AN$ et $MB = NC$. Or $AB = AM + MB$ donc $AB = AN + NC = AC$, d'où $AB = AC$. Le triangle (quelconque) ABC est donc isocèle en A.

**Où se cachait l'erreur ?
Car il devait bien y en avoir une !**

La réponse était simple ... enfin, presque !

La figure proposée (dans l'énoncé ci-dessus, en couleurs) était fausse : si le point A est « à droite » de la médiatrice, la bissectrice (AK) de l'angle A coupe cette médiatrice en un point D qui se situe dessous » du segment [BC], comme en atteste la figure ci-con

réalisée avec GeoGebra.

Les projetés orthogonaux de M et N ne pouvaient pas se trouver tous les

deux sur les côtés [AB] et [AC]. Toute l'énumération des éta

proposées était donc « viciée ».

Le seul moyen de s'en convaincre serait de refaire une figure correcte...

et de pousser un « ouf » de soulagement : tout triangle quelconque

n'est pas nécessairement isocèle !!!

