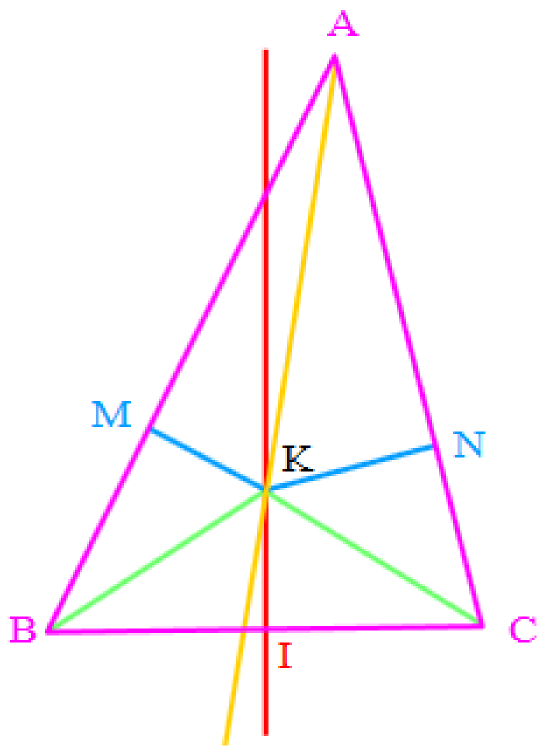
LE SOPHISME DU TRIMESTRE (n°132)

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout a fait exactes. Contrairement aux sophismes publiés dans les précédents Petits Verts, celui-ci peut être proposé aux élèves.
Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

Tout triangle est isocèle



Observe la figure ci-contre : le triangle ABC est « quelconque », les longueurs de ses trois côtés sont différentes.

Nous allons démontrer que ce triangle « quelconque » a deux côtés de même longueur, donc est nécessairement isocèle. Voici les étapes de cette démonstration.

- On considère la bissectrice issue de A et la médiatrice du segment [BC] (elles sont tracées sur la figure). Elles se coupent en un point K.
- Soit M le projeté orthogonal de K sur [AB]. Le triangle AMK est rectangle en M.
- Soit N le projeté orthogonal de K sur [AC]. Le triangle ANK est rectangle en N.
- K est sur la bissectrice issue de A. Les propriétés de la bissectrice assurent que KM = KN.
- Appliquons de théorème de Pythagore au triangle AMK (rectangle en M) : on a $AK^2 = MK^2 + AM^2$.
- Appliquons de théorème de Pythagore au triangle ANK (rectangle en N) : on a $AK^2 = NK^2 + AN^2$.
- Comme MK = KN, on déduit des deux égalités précédentes que $AM^2 = AN^2$, donc que AM = AN.
- Par construction, K est sur la médiatrice de [BC]. On a donc KB = KC.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle KBM (rectangle en M). On a $KB^2 = KM^2 + MB^2$.
- Appliquons le théorème de Pythagore au triangle KCN (rectangle en N). On a $KC^2 = KN^2 + NC^2$.
- Or on sait que KB = KC et KM = KN (démontré ci-dessus, ligne 4). Donc on en déduit que $MB^2 = NC^2$, puis MB = NC.
- On avait montré que AM =AN et MB = NC. Or AB = AM+MB donc AB = AN+NC = AC, d'où AB = AC. Le triangle (quelconque) ABC est donc isocèle en A.

Conclusion : tout triangle est isocèle.

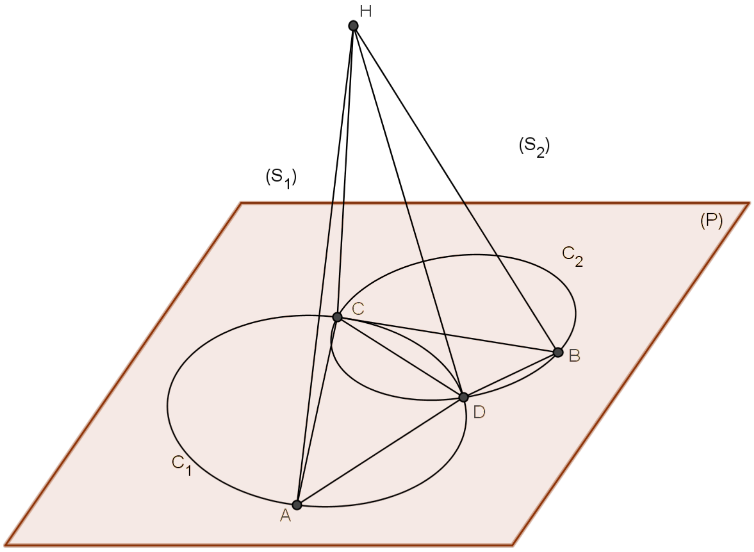
retour au sommaire

SOLUTION DU SOPHISME n° 131

Le théorème proposé était le suivant :
D'un point extérieur à un plan, on peut mener plusieurs perpendiculaires à ce plan.

On considère un plan (P), deux points quelconques A et B de ce plan, et un point H extérieur à ce plan. La sphère S_1 et la sphère S_2, de diamètres respectifs [HA] et [HB], coupent le plan (P) selon deux cercles C_1 et C_2 ; ces deux cercles se coupent en C et D.
(N. B. : Les deux sphères ne sont pas représentées sur la figure ci-dessous)

On trace les segments [HA], [HB], [HC] et [HD].



Le plan (HAC) coupe la sphère S_1 suivant un cercle (de diamètre HA) ; l'angle $\widehat{HCA}$, inscrit dans un demi-cercle, est donc droit. De même, $\widehat{HCB}$ est droit.
La droite (HC), perpendiculaire à deux droites (AC) et (CB) du plan, est donc perpendiculaire à ce plan.
De la même façon, l'angle $\widehat{HDA}$ est inscrit dans un demi-cercle, donc droit, tout comme l'angle $\widehat{HDB}$. La droite (HD) est donc elle aussi perpendiculaire à (AD) et à (DB), donc perpendiculaire au plan (P).
On a donc tracé deux droites distinctes (HC) et (HD), toutes deux normales au plan (P).

SOLUTION

Le « piège » se trouvait dans la phrase « ***La droite PD, perpendiculaire aux deux droites (AD) et (DB) du plan, est donc perpendiculaire à ce plan*** ». En effet, ces deux droites sont confondues. Or la propriété utilisée était la suivante : « Une droite perpendiculaire à deux droites distinctes d'un plan est orthogonale à ce plan », dans laquelle on avait sciemment omis le mot « distinctes ».

Ce sophisme est extrait de « Mathesis », ouvrage de G. Gille publié en 1919.

La rédaction du Petit Vert est à court de sophismes. Merci à nos lecteurs de nous en proposer !

retour au sommaire