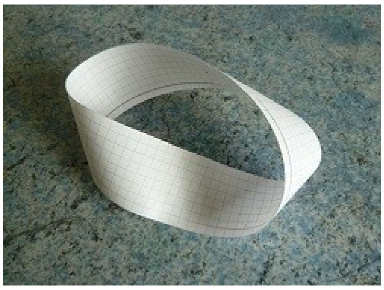
MATHS ET PLIAGES / DÉCOUPAGES

par Walter Nurdin

MÖBIUS EN CŒUR

Ferdinand Möbius (ou Moebius ou Mœbius) et Johann Benedict Listing ont inventé en 1858, indépendamment l'un de l'autre mais quasi simultanément, une structure qui ne possède qu'une seule face. La communauté scientifique a conservé le nom « d'anneau de Möbius » à cette construction en raison d'un mémoire décrivant l'anneau que Möbius avait déposé à l'Académie des sciences à Paris. Listing quant à lui donna son nom à une loi décrivant les orientations de l'œil dans une orbite mais est surtout connu pour être l'inventeur et le premier utilisateur du terme « topologie » dont il donna la définition.
Si l'on veut travailler en classe sur le seul anneau de Möbius vous pouvez lire les articles de Serge Parpay et Jean Fromentin tiré du plot n°22 [16] ou/et celui de Arnaud Gazagnes du plot n°107 série 4[17].Vous aurez alors la description d'au moins 13 situations différentes à mettre en œuvre.
Nous allons ici, après avoir vu les quatre manipulations fondamentales du ruban, prolonger ces articles en présentant d'autres découpages possibles en partant de deux bandes collées en forme de croix.

Manipulation 1



On obtient un ruban de Möbius en effectuant une torsion d'un demi-tour à l'une des extrémités et en les reliant entre elles.
Dans les classes, en prenant un feutre et en suivant l'axe médian on montre la propriété fondatrice de cette structure : le ruban ne possède qu'une seule face !
On aura préparé ce premier étonnement en ayant montré que si on relie les deux extrémités sans torsion il y a un bien un intérieur et un extérieur dans ce cylindre sans fond et sans couvercle .
Il faut alors profiter de cette observation pour montrer qu'elle est largement utilisée dans de nombreuses sphères de connaissances et disciplines voire même dans la « vraie vie ».

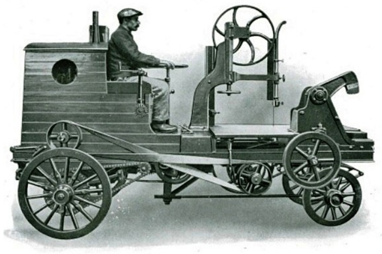
On retrouve le ruban comme logo des matières recyclables[18] pour en montrer l'infini en reconstruction.
On peut observer que le ruban a subi 3 demi-tours.

Comme sculpture. « Ruban sans fin »[19] de Max Bill à Anvers.
Un jeune Meusien, sculpteur et tailleur de pierre, puise une partie de son inspiration dans le ruban de Möbius.[20]

16 http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Mobius_Parpay.pdf
17 http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Ouvrez_le__ru_ban.pdf
18 https://fr.wikipedia.org/wiki/Symbole_du_recyclage

retour au sommaire

Comme peinture. « Ruban de Möbius »[21] par Escher à 3 demi-tours découpé dans son axe médian.



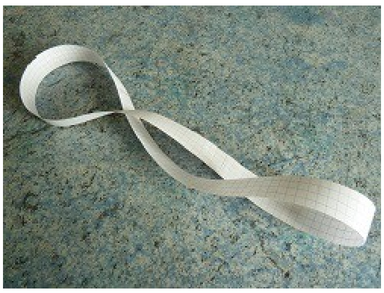
Dans l'industrie. Voici une scie à ruban (de Möbius) à un demi-tour[22].La propriété d'avoir une seule face fait que l'usure est uniforme.

En architecture. La bibliothèque Nationale du Kazakhstan à Astana.[23]
Inspiré d'un ruban de Möbius à un demi-tour.

Dans des BD[24], en design[25], en poésie[26]...

On peut ainsi espérer éveiller la curiosité des élèves en ayant montré différentes utilisations du ruban et cette première propriété topologique inhabituelle.

Manipulation 2
On demande aux élèves ce qu'il va se passer si on coupe le ruban en suivant le trait médian tracé dans la première manipulation.
La réponse, que l'on a invariablement, est que l'on obtient, comme d'habitude, « évidement » deux objets qu'ils pensent généralement torsadés.
Torsadés est le cas, mais la surprise est d'obtenir un seul ruban !



On a ici une magnifique occasion de montrer que les mathématiques ne sont pas que dans l'évidence mais dans l'observation réfléchie.

19 http://mel.vadeker.net/arts/sculptures/ruban_mobius/sculptures_ruban_mobius.html
20 http://cappuccio-sculptures.fr/realisations.php?c=30&category=R%C3%A9alisations
21 https://www.mathcurve.com/surfaces/mobius/mobius.shtml
22 http://ronfleur.centerblog.net/6406113-Usine-Millot-Scie-a-ruban-avec-fendeuse-%C2%A9
23 http://projets-architecte-urbanisme.fr/bibliothque-nationale-kazakhstan-astana-big/
24 https://narrativesculptures.wordpress.com/tag/klein-bottle/
25 http://www.yankodesign.com/2010/10/18/a-strip-of-car/
26 http://www.unjourunpoeme.fr/poeme/lanneau-de-moebius

retour au sommaire

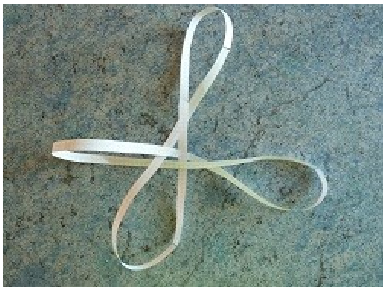
Manipulation 3

En renouvelant l'interrogation et l'opération découpage sur le ruban torsadé de longueur double du ruban initial (manipulation 2) la réponse est généralement :« On va encore obtenir un seul ruban deux fois plus grand ! comme juste avant !».

Les mathématiques seraient-elles résistantes à la tradition qui pouvait s'instaurer (on coupe en deux on obtient un) ?

Avec Möbius on peut répondre positivement à cette question puisque nous voici désormais avec deux objets entrelacés.

En général les questions fusent. Les élèves veulent une explication.



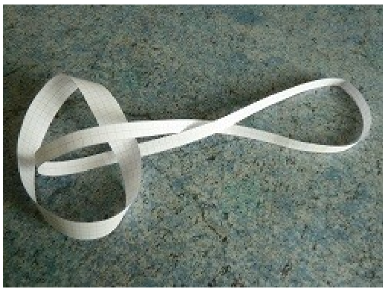
Une observation attentive du ruban après le premier découpage montre que l'objet comporte un nombre pair de demi-tours. On peut alors préciser qu'on est Möbius si les demi-tours effectués pour le construire sont en nombre impair. Le ruban après le premier découpage n'était donc pas de Möbius puisqu'il avait un nombre pair de demi-tour. Il est donc normal qu'il ne réagisse pas comme le ruban de Möbius (on coupe en deux, on récupère un seul objet).

En poursuivant l'observation sur les rubans obtenus dans cette dernière manipulation on constate que les deux objets sont différents : L'un est Möbius, l'autre non.

Manipulation 4

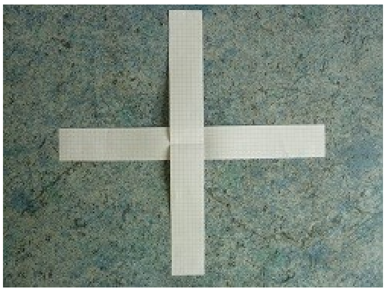
Plus déstabilisant : si l'on coupe un ruban de Möbius non plus sur l'axe médian mais au tiers extérieur on obtient deux structures.

On observe ici le ruban « extérieur » et « intérieur » (un tiers extérieur, deux-tiers intérieur).



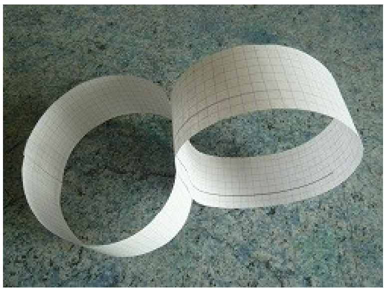
On va désormais poursuivre les découpages en entaillant dans l'axe médian ou au tiers une structure qui débute par la construction d'une « croix ».

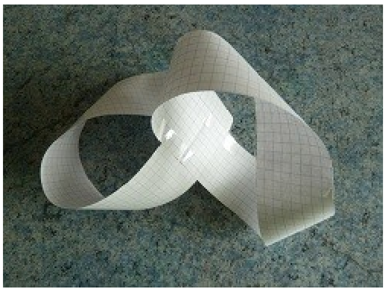
On scotche les deux bandes.



Puis on les relie ainsi :

Deux cylindres ou deux Möbius (ici sens inversés)





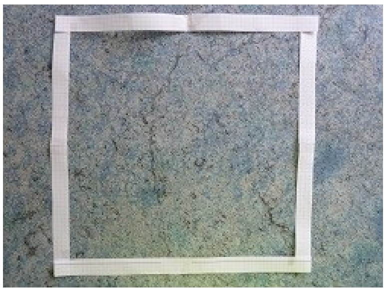
retour au sommaire

Ou deux Möbius dans le même sens ou encore l'un en cylindre l'autre en Möbius .

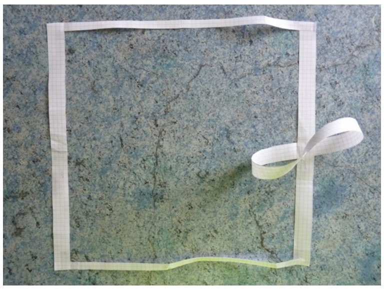
Les découpes pouvant se faire au tiers ou dans l'axe médian des deux structures (cylindre coupé dans l'axe médian, Möbius dans l'axe médian ou au tiers).

Manipulation 5

On recense avec les élèves les 7 cas et on organise une démarche systématique qui peut se faire en binôme. L'un construit, l'autre découpe. Du papier quadrillé aide aux entailles.
On obtient suivant les cas:



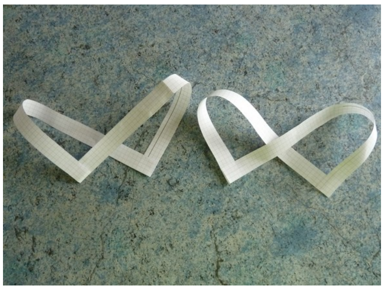
Un carré



Un carré et un ruban de Möbius libre.

Deux cœurs entrelacés

Deux cœurs et un « enfant » Möbius dans un cœur



Deux doubles « cœurs » séparés

On peut faire des pauses d'action avant les découpes pour demander aux élèves d'anticiper les résultats. Cela n'est pas facile en partant de l'objet initial mais on obtient des réponses lorsqu'on pose la question à mi-parcours quand le premier objet est découpé (un cylindre ou un seul Möbius).
Des variations de tailles (épaisseur ou longueur) interviennent suivant les découpes (au tiers, au milieu) mais on reste sur les 5 classes précédentes.

Attention, si jamais vous voulez faire une surprise amoureuse ne vous trompez pas de base. Les deux cœurs entrelacés n'ont pas la même empreinte symbolique que les deux doubles cœurs séparés ou les deux cœurs avec un Möbius « enfant ».

Enfin, si jamais vous avez un binôme efficient qui a fini avant les autres vous pouvez passer la commande des découpes des croix ayant des rubans de Möbius à 3 demi-tours.

Source : http://www.bibleetnombres.online.fr/musique_voyage_temps.htm

retour au sommaire