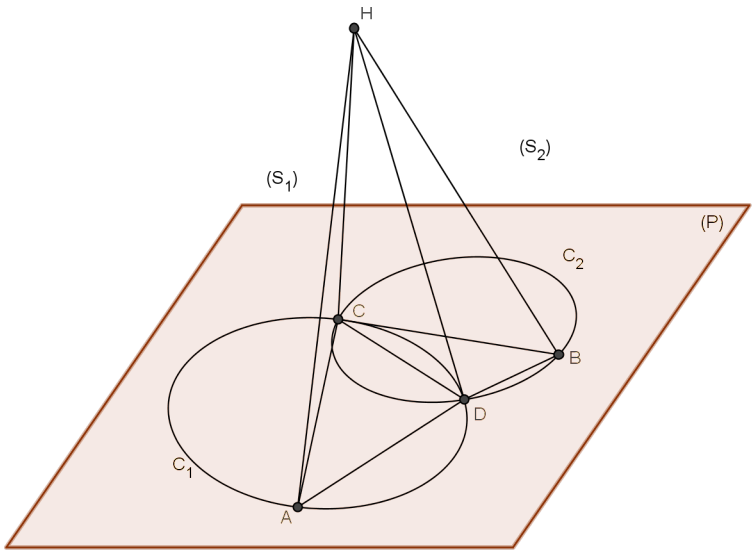
LE SOPHISME DU TRIMESTRE (n° 131)

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout a fait exactes.
Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes, comme celui qui suit. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

Théorème :
D'un point extérieur à un plan, on peut mener plusieurs perpendiculaires à ce plan.

On considère un plan (P), deux points quelconques A et B de ce plan, et un point H extérieur à ce plan. La sphère S_1 et la sphère S_2 , de diamètres respectifs [HA] et [HB], coupent le plan (P) selon deux cercles C_1 et C_2 ; ces deux cercles se coupent en C et D.
(N. B. : Les deux sphères ne sont pas représentées sur la figure ci-dessous)

On trace les segments [HA], [HB], [HC] et [HD].



Le plan (HAC) coupe la sphère S_1 suivant un cercle (de diamètre HA) ; l'angle HCA, inscrit dans un demi-cercle, est donc droit. De même, HCB est droit.
La droite (HC), perpendiculaire à deux droites (AC) et (CB) du plan, est donc perpendiculaire à ce plan.

De la même façon, l'angle HDA est inscrit dans un demi-cercle, donc droit, tout comme l'angle HDB. La droite (HD) est donc elle aussi perpendiculaire à (AD) et à (DB), donc perpendiculaire au plan (P).

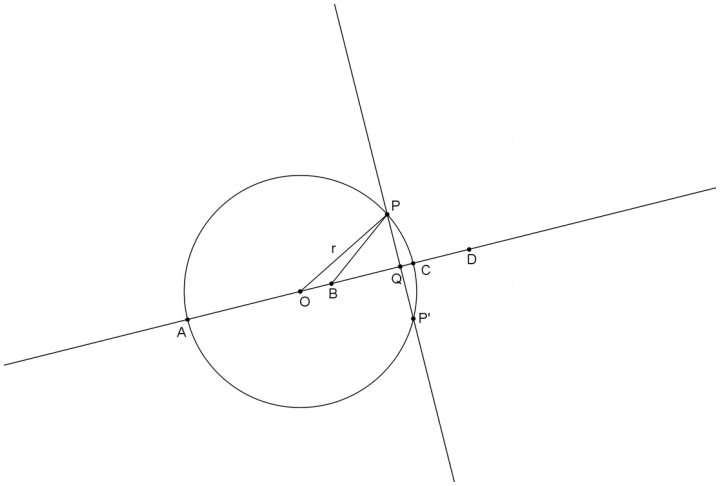
On a donc tracé deux droites distinctes (HC) et (HD), toutes deux normales au plan (P).

Ce sophisme est extrait de « Mathesis », ouvrage de G. Gille publié en 1919.

retour au sommaire

SOLUTION DU SOPHISME n° 130

Théorème : **Tout point à l'intérieur d'une circonférence se trouve sur cette circonférence.**



Voir l'énoncé dans le Petit Vert n°130.

Tous les calculs proposés étaient corrects : l'erreur n'était pas là ; ces calculs assez longs n'avaient pour objet que de « noyer le poisson ».

En effet, si on a la proportion $\frac{BA}{BC}=\frac{DA}{DC}$, il est assez facile de montrer que le milieu Q de [BD] se trouve à l'extérieur de cercle.

La médiatrice de [BD] est donc à l'extérieur du cercle, les points P et P' n'existent pas, pas plus que les triangles rectangles OQP et BQP...

On pourrait proposer ce « théorème » à des élèves de lycée (à partir de la première) en leur demandant de chercher où est l'erreur. Il est fort probable qu'ils ne penseront pas que le dessin donné est faux. On peut alors leur proposer l'aide suivante : sur l'axe (AB), en prenant un repère d'origine O et d'unité OC = 1, *b* étant l'abscisse de B (0 < *b* <1), calculer en fonction de *b* l'abscisse *d* du point D puis l'abscisse *q* du milieu Q de [BD].

On obtiendra $q=f(b)=\frac{1}{2}\left(b+\frac{1}{b}\right)$. La fonction correspondante est représentée par un arc d'hyperbole, décroissante pour 0 < *b* < 1, et atteignant son minimum (égal à 1) pour *b* = 1. On en conclut donc que *q* > 1, et que la figure est fausse...

Pour le professeur : voir http://iecl.univ-lorraine.fr/~Gerard.Eguether/zARTICLE/1G.pdf

et http://fr.wikipedia.org/wiki/Division_harmonique#Conjugu.C3.A9_harmonique (qui donne la construction du quatrième point quand on connait les trois premiers).

Dans le cas de cet exercice, on peut aussi utiliser la « relation de Newton » $OA^2=OB^2=\overline{OB}.\overline{OD}$

ce sophisme est extrait d'un ouvrage de paul gustav stäckel, « archiv der mathematick und physik », publié en 1907.

retour au sommaire