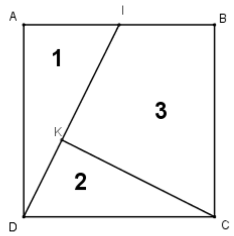
DES DÉFIS POUR NOS ÉLÈVES

Un premier défi (pour les plus jeunes)



ABCD est un carré. I est le milieu du côté [AB]. La droite perpendiculaire à la droite (ID) passant par le point C coupe la droite (DI) en K. Le puzzle est constitué des trois pièces « 1 », « 2 » et « 3 ». En utilisant ces trois pièces, combien de quadrilatères différents peut-on obtenir ?

Un deuxième défi

Combien ya-t-il de zéros dans la liste des nombres entiers depuis 1 jusqu'à 2017 (inclus) ?

Un troisième défi, un peu plus difficile

Le roi et ses sujets

Il était une fois un roi qui régnait sur un tout petit royaume : 177 sujets majeurs (que nous nommerons sujet 1, sujet 2, sujet 3, … sujet 177).
Après avoir lu les œuvres de Platon, il décida de régner "démocratiquement" en s'entourant d'un conseil de 17 membres, tirés au sort.

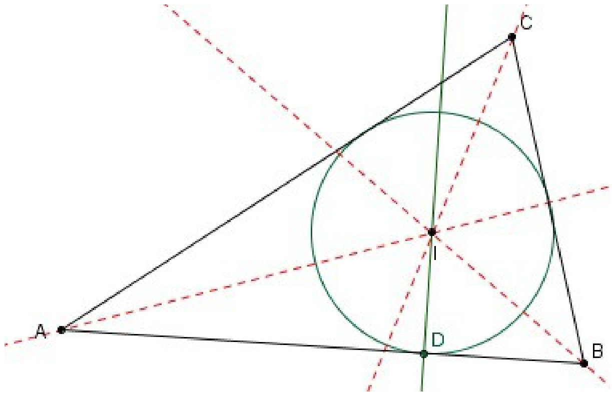
Il procéda comme suit : il se plaça au centre de la cour de son château, et ses sujets se placèrent autour de lui en formant une ronde (dans l'ordre : sujet 1, sujet 2, … sujet 177).
Le roi pointa du doigt ses sujets un par un (en commenant par le sujet 1) en récitant cette comptine de 15 syllabes :
« **Ce/se/ra/toi/qui/siè/ge/ras/dans/mon/con/seil/au/châ/teau** ».
A la quinzième syllabe, le sujet visé quitte la ronde et vient se placer auprès du roi.
Et le roi continue sa ritournelle à partir du sujet suivant, jusqu'à ce qu'il ait recruté son conseil de 17 membres.

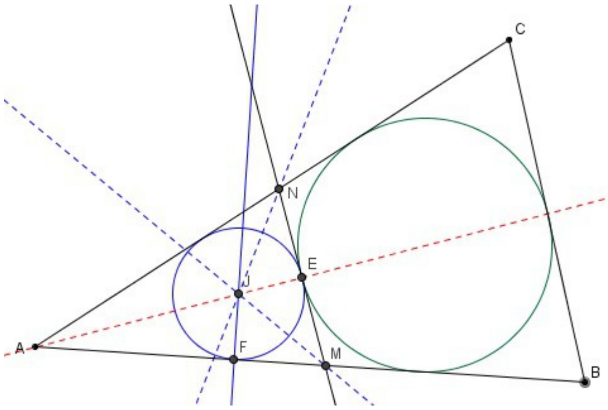
Le défi est le suivant : quel est le nom du dix-septième sujet "recruté" ?

retour au sommaire

DÉFI 129-a : SOLUTION ET PROLONGEMENTS

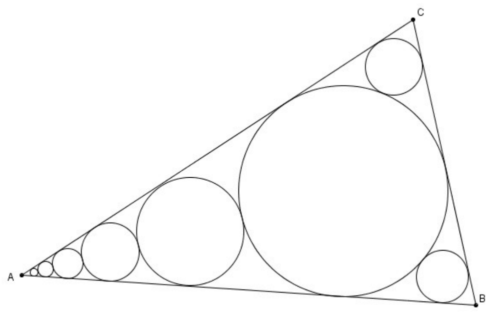
Il s'agissait de construire, dans un triangle équilatéral donné, le cercle tangent intérieurement aux trois côtés de ce triangle. Nous proposons ici la solution correspondant à un triangle ABC quelconque : elle serait bien sûr valable pour un triangle équilatéral.
Le cercle inscrit dans le triangle (tangent aux trois côtés) a pour centre le point d'intersection I des bissectrices des trois angles du triangle. Pour construire ce cercle, on mène depuis I la perpendiculaire à un des côtés du triangle (D sur cette notre figure) ; ce cercle a pour rayon ID.

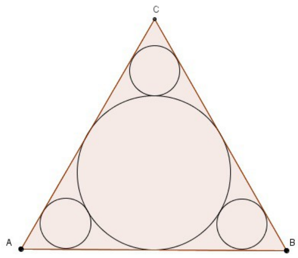




Le second cercle (du côté du sommet A), doit être tangent au cercle que l'on vient de construire : il est tangent en E, point d'intersection de ce cercle et de la bissectrice de l'angle A.
Traçons cette tangente NM (perpendiculaire à AE). Il ne nous reste plus qu'à utiliser la méthode précédente pour obtenir le cercle inscrit dans le triangle AMN.
Puis à répéter la construction pour les deux autres cercles cherchés.

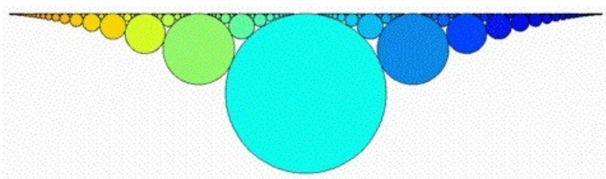
Première remarque. On peut continuer à « empiler » des cercles dans les trois « coins » du triangle (ici, nous n'en n'avons placé que dans l'angle A) ; on obtient ainsi une jolie figure.





Seconde remarque. Dans le cas du triangle équilatéral de centre O, une fois que l'on a obtenu l'un des petits cercles, il est inutile de répéter la construction avec les tangentes : deux rotations de centre O et de 120° (l'une dans le sens horaire, l'autre dans le sens antihoraire) transformeront ce premier cercle en les deux autres cercles cherchés.

Pour le professeur, s'il veut aller plus loin :
http://mathafou.free.fr/pbg/sol134c.html
http://www.mathcurve.com/fractals/baderne/baderne.shtml
https://fr.wikipedia.org/wiki/Cha%C3%AEne_de_Steiner
http://eljjdx.canalblog.com/archives/2007/08/11/5866007.html (dont est extrait l'image ci-dessous)



retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI ÉLÈVE n° 129-b

La situation était la suivante : on choisit un nombre entier. S'il est pair, on le divise par 2 ; s'il est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1. Et on continue ainsi avec le résultat jusqu'à obtenir 1. Par exemple, si on part de 3, on obtient successivement 10, 5, 16, 4, 2, 1 en 7 coups.
Voici un autre exemple, en partant de 19 :
19 → 58 → 29 → 88 → 44 → 22 → 11 → 34 → 17 → 52 → 26 → 13 → 10 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1. Il a fallu 21 coups et on est « monté » jusqu'à 88.

Nous avions proposé un algorithme permettant d'afficher la liste de tous le nombres obtenus jusqu'à terminer à 1 :

```
Variable n (entier non nul) : c'est le nombre de départ.
Début de l'algorithme
    Lire n
    Tant que n≠1 faire ceci :
        si n est pair alors remplacer n par n/2 sinon le remplacer par 3n+1
        Afficher n
    (fin de l'instruction "Tant que")
Fin de l'algorithme
```

Le défi était le suivant : au lieu d'un programme qui donnait la liste des nombres, on voudrait afficher uniquement le nombre de coups et le maximum obtenu. Par exemple, en reprenant l'exemple évoqué plus haut (en jaune ci-dessus), on voudrait afficher 21 coups, maximum 88. Il s'agissait de modifier l'algorithme en conséquence.

Voici une solution de ce défi, proposée par Gilles :

```
Variables :
n (entier non nul) : c'est le nombre de départ.
max : le plus grand nombre trouvé
coups : le nombre de coups
Début de l'algorithme
    Lire n
    coups prend la valeur 0
    max prend la valeur de n
    Tant que n≠1 faire ceci :
        si n est pair alors remplacer n par n/2 sinon le remplacer par 3n+1
        si n > max alors remplacer max par n
        coups prend la valeur coups+1
    (fin de l'instruction "Tant que")
    Afficher coups,« coups »
    Afficher « Maximum : »,max
Fin de l'algorithme
```

Pour le professeur : ce problème est connu sous le nom de « conjecture de Syracuse », formulée d'après l'algorithme de Collatz. On suppose que, quel que soit l'entier de départ, la suite finira toujours par se terminer par le nombre 1. Voir https://fr.wikipedia.org/wiki/Conjecture_de_Syracuse.