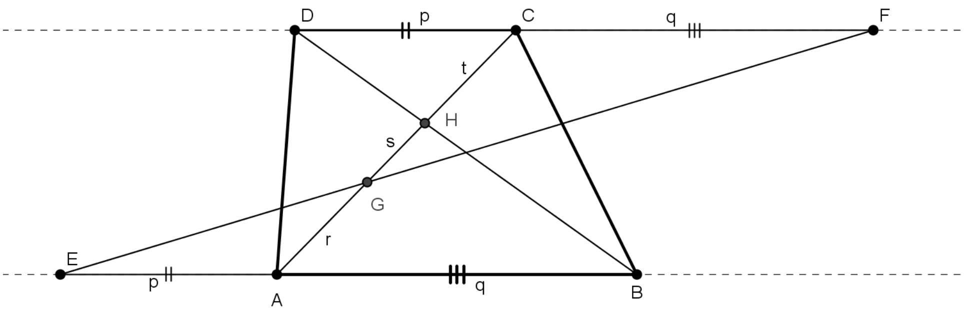
LE SOPHISME DU TRIMESTRE (n° 129)

La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout a fait exactes.
Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes, comme celui qui suit. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

Théorème : La somme des deux côtés parallèles d'un trapèze est nulle

Considérons un trapèze ABCD de bases AB = q et DC = p. Prolongeons DC d'une longueur CF = q, et BA d'une longueur AE = p, comme le montre la figure ci-dessous.



On trace la droite (EF) qui coupe (AC) en G et la droite (DB) qui coupe (AC) en H.

Retour au sommaire

On appelle r, s, t les longueurs respectives des segments [AG], [GH], [HT].

Nous allons démontrer que p+q = 0.
Pour cela, nous avons besoin d'une propriété (bien connue) des proportions qui est la suivante :
Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, alors $\frac{a}{b}=\frac{a+c}{b+d}$ et $\frac{a}{b}=\frac{a-c}{b-d}$.

Les triangles ABH et CDH sont semblables, car les angles $\widehat{HAB}$ et $\widehat{HCD}$ sont égaux (angles alternes-internes), les angles $\widehat{HDC}$ et $\widehat{HBA}$ sont égaux (angles internes), et les angles $\widehat{HAB}$ et $\widehat{HCD}$ sont égaux (opposés par le sommet). ;
Par conséquent, $\frac{DC}{AB}=\frac{HC}{HA}$, soit $\frac{p}{q}=\frac{t}{r+s}$.
On montre de la même manière que les triangles EAG et FGC sont semblables, d'où $\frac{p}{q}=\frac{r}{s+t}$.
Il en résulte que $\frac{p}{q}=\frac{r}{s+t}=\frac{t}{r+s}$.
En appliquant la propriété des proportions énoncée ci-dessus, on a $\frac{p}{q}=\frac{r-t}{(s+t)-(r+s)}=\frac{r-t}{t-r}=-1$

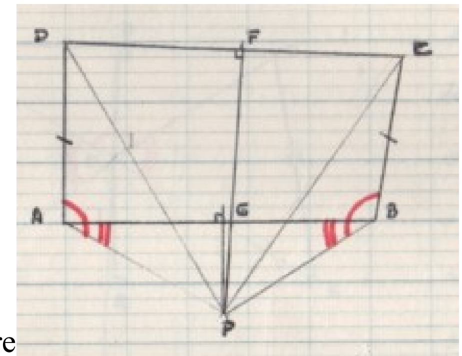
On en conclut donc que p et q sont opposés, et que leur somme p+q est nulle.

Le théorème ci-dessus est donc démontré.

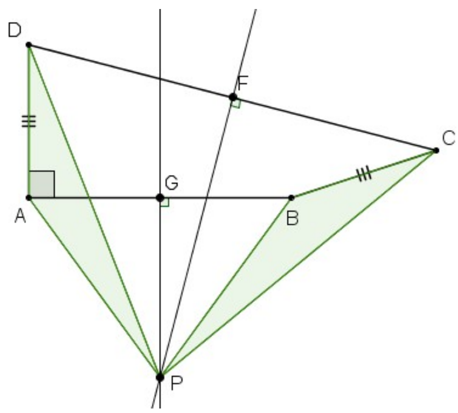
Ce sophisme est extrait de « Trugschlüsse », de W. Leitzmann, publié à Leipzig (éd. Teubner) en 1913.

SOPHISME N°128 : LA SOLUTION

Le sophisme proposé était le suivant : « **Un angle droit est égal à un angle obtus** ».



La figure proposée était la suivante : la médiatrice de [DC] et celle de [AB] se coupent en P (la figure, faite à main levée, est approximative). Les triangles PAD et PBC sont égaux (puisque PA=PB et PD=PC).
D'où l'on déduisait que les angles GAD et GBC étaient égaux, ce qui démontrait la proposition.



En réalité, la figure « approximative » était faite pour vous induire en erreur : les deux triangles PAD et PBC ne sont pas disposés comme sur la figure ci-dessus, mais comme sur la figure de gauche (réalisée sous GeoGebra) : la disposition des segments [PD] et [PC] est telle que les angles s'ajoutent d'un côté et de retranchent de l'autre (alors que la démonstration proposée dans le Petit Vert 128 suggérait , comme on le voyait sur la figure, qu'ils se retranchaient des deux côtés).

Retour au sommaire

Moralité : quand on vous dit que « la géométrie est l'art de raisonner juste sur une figure fausse » (citation de Descartes), ce n'est pas tout à fait exact !!!

Retour au sommaire