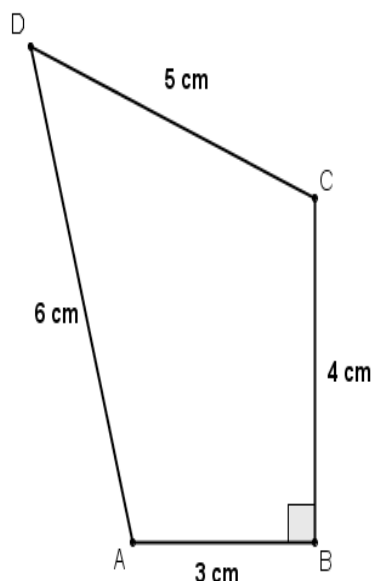


UN PREMIER DÉFI POUR VOS ÉLÈVES (n° 128-a)

Quelle est l'aire de ce quadrilatère ?



UN SECOND DÉFI POUR VOS ÉLÈVES (n° 128-b)

Avec les dix chiffres 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9, chacun n'étant utilisé qu'une seule fois, on forme des nombres de un, deux ou trois chiffres. Par exemple : 136, 40, 8, 95, 27.

On calcule la somme de ces nombres ; avec l'exemple précédent, on obtient ce total : $136+40+8+95+27=306$.

N.B. : deux combinaisons comme $136+40+8+95+27$ et $27+8+136+95+40+95$, qui ne diffèrent que dans l'ordre des opérations, seront considérées comme une seule et même combinaison.

Le défi est le suivant : obtenir, si c'est possible, **un total égal à 2017**, ou s'en approcher le plus possible.

Bon courage !

SOLUTION DÉFI n°127-a : LE SERPENT VIETNAMEIEN

Le but était de remplir les cases vides de la grille ci-contre avec les entiers de 1 à 9 (à n'utiliser qu'une fois chacun), de façon à obtenir - en suivant l'ordre des opérations sur le serpent - le résultat final de 66.

Source : <http://www.ouest-france.fr/leditiondusoir/data/493/reader/reader.html?t=1432311451485#!preferred/1/package/493/pub/494/page/20>

		-		66
+	×		-	=
13	12		11	10
×	+		+	-
:	+	×	:	

Parmi les 362 880 dispositions possibles des neuf premiers entiers dans les cases vides, il y en avait quelques unes qui respectaient les priorités des opérations. Par exemple :

$$6 + (13 \times 9 / 3) + 5 + 12 \times 2 - 1 - 11 + (7 \times 8 / 4) - 10 = 66$$

$$\text{ou } 5 + (13 \times 9 / 3) + 6 + 12 \times 2 - 1 - 11 + (7 \times 8 / 4) - 10 = 66, \text{ etc. :}$$

on peut échanger le 5 et le 6, ainsi que le 7 et le 8.

SOLUTION DU DÉFI n°127-b

« DES MATHÉMATIQUES QUI VONT METTRE LE FEU »



Les cinq allumettes ont la même longueur. Leurs points de contact sont nommés A, B, C, D et E (voir photo). A, B et C sont alignés, il en est de même pour A, E et D.

Le défi : déterminer l'angle $\widehat{BAE}$.

L'auteur de la réponse ci-dessous, plutôt que rédiger la solution, a préféré écrire le cheminement de sa pensée.

Les mesures des angles sont exprimées en degrés.

Soit x la mesure de l'angle $\widehat{CAD}$. Le

triangle ABD est isocèle, j'en déduis que l'angle $\widehat{ABD}$ est égal à $180 - 2x$.

Si je prouve que $BC = ED$ ou $AC = AD$, je prouverai que le triangle ACD est isocèle. Je pourrai en déduire que l'angle $\widehat{ACD}$ est égal à $90 - x/2$. Le triangle BCD sera isocèle en D, je pourrai alors écrire que les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CBD}$ sont égaux à $90 - x/2$. Les angles $\widehat{CBD}$ et $\widehat{ABD}$ seront supplémentaires donc $(180 - 2x) + (90 - x/2) = 180$. La résolution de cette équation m'amènera à $x = 36$.

Il me reste donc à prouver que le triangle ACD est isocèle.

Les triangles ABD et AEC sont isocèles et ont tous deux un angle de base égal à x . Ces triangles ont donc des angles égaux 2 à 2, ils sont donc semblables (ou de même forme, comme il est dit quelquefois). De plus, leurs « côtés égaux » sont égaux, j'en déduis que ces deux triangles sont égaux et donc $AC = AD$. L'étude de ce sous-problème valide la partie algébrique précédente : **l'angle $\widehat{BAE}$ mesure 36° .**

N.d.l.r. Merci à Walter pour ce problème faisant changer de registre en cours de route. Il doit se régaler en l'utilisant en formation....

En complément : la figure formée est un "triangle d'or". Voir :

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Triangle_d%27or_\(g%C3%A9om%C3%A9trie\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Triangle_d%27or_(g%C3%A9om%C3%A9trie))



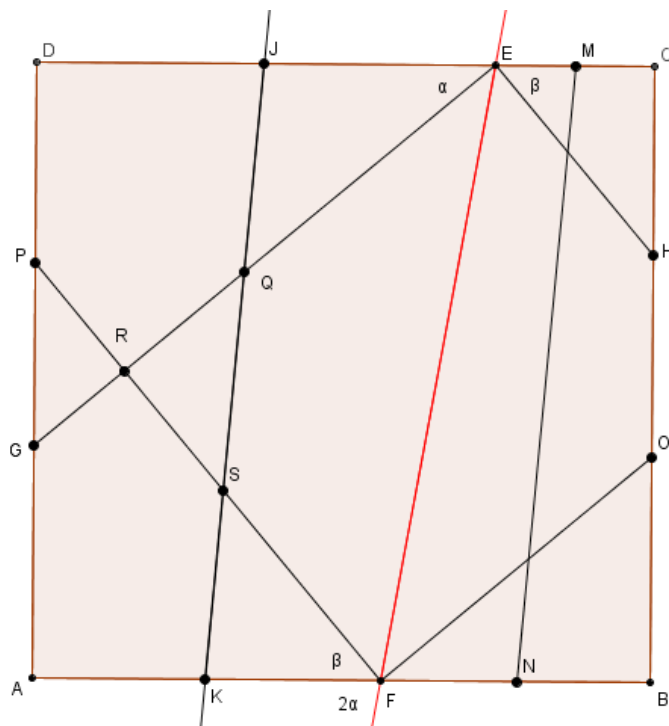
Et pour occuper le professeur de mathématiques pendant les longues soirées d'hiver, cette petite énigme proposée par Noël Lambert :

Mon année de naissance est un nombre premier jumeau. Si je multiplie la somme des chiffres de mon année de naissance par leur produit, j'obtiens la factorielle d'un nombre parfait.



SOLUTION DU DÉFI n°126-a (paru dans le PV 126)

Dans le Petit Vert de juin dernier, nous vous proposons un pliage (origami) d'un carré de papier, et nous vous demandions d'une part si les droites (CD) et (EF) obtenues étaient toujours parallèles et d'autre part si les quatre plis formaient toujours un rectangle (voir figure ci-dessous). La réponse était **OUI**. En voici la preuve.



Remarque préliminaire : le pli obtenu en superposant les deux côtés d'un angle donne la bissectrice de cet angle. Cette propriété est à la base de la démonstration qui suit.

Les points E et F sont quelconques, respectivement sur [CD] et [AB].

La superposition par pliage de (CB) sur (EF) donne la bissectrice (MN) de l'angle formé par ces deux droites. Il en est de même pour le pliage de (AD) sur (EF) qui donne (JK).

(DC) étant parallèle à (AB), les angles DEF et EFB sont égaux : il en est de même pour leurs moitiés. Cela implique que (JK) et (MN) sont parallèles.

Le pliage de (EF) sur (EC) donne la droite (EH), celui de (EF) sur (ED) donne la droite (FG), celui de (FE) sur (FB) donne la droite (FO) et celui de (FE) sur (FA) donne la droite (FP).

Au point E, les angles DEG et GEF sont donc égaux (soit α leur valeur), de même les angles FEH et HEC sont égaux (soit β leur valeur).

L'angle E est plat, et vaut $\alpha + \alpha + \beta + \beta = 2(\alpha + \beta)$. Par conséquent, l'angle GEH, qui vaut $\alpha + \beta$, vaut la moitié d'un angle plat : c'est un angle droit. Cela prouve que (EG) et (EH) sont perpendiculaires.

Même raisonnement pour les angles en F.

En conséquence, les droites (EG), (EH), (FP) et (FO) forment bien un rectangle. Ce qu'il fallait démontrer.

N.B. Suivant la position de E et F au départ, certains points peuvent « sortir du carré ». C'est le cas sur la figure ci-dessus pour l'intersection de (FO) et (EH).