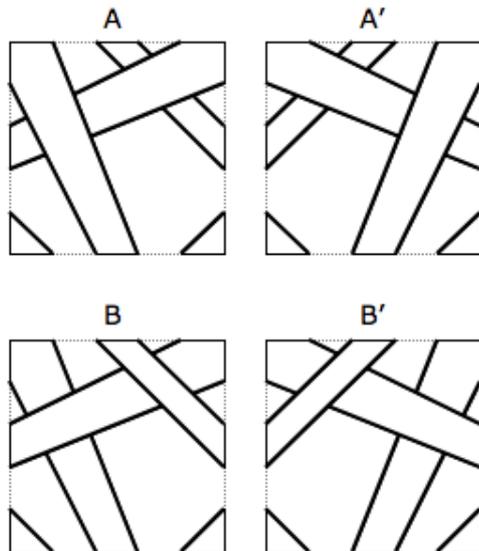


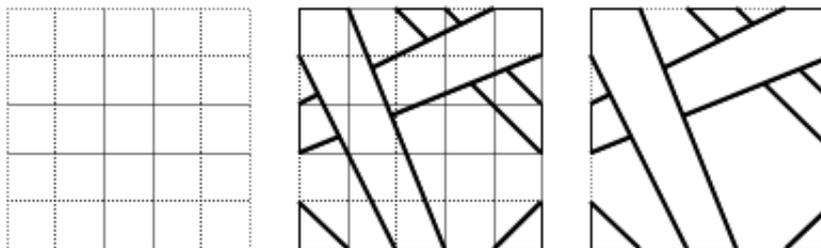
MATHS ET ARTS**ESCHER, ENTRE LÀ EN COULEURS, C'EST CODÉ...***par François DROUIN*

Je passe en permanence d'un côté à l'autre de la frontière qui sépare les mathématiques de l'art (Escher 1963)

Les motifs utilisés dans les activités et les reproductions d'œuvres les utilisant sont extraits de l'ouvrage « ESCHER visions. Visions de la symétrie. Les cahiers, les dessins périodiques et les œuvres corrélatives de M.C. Escher » (Doris Schattenschneider SEUIL 1992).



En 1943, Escher reprend les planches en noir et blanc imaginées en 1938 et imagine une nouvelle série de quatre carrés permettant la visualisation de « rubans » entremêlés qu'il colorie ensuite



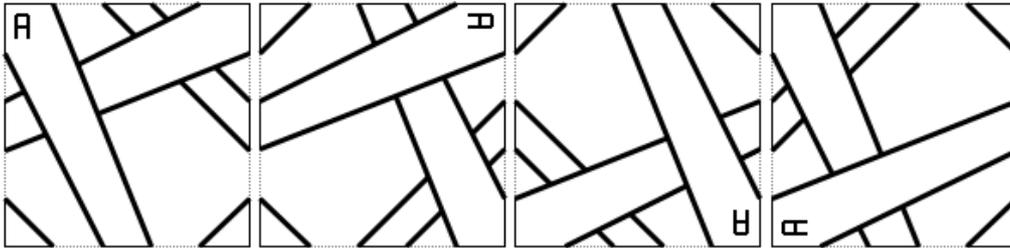
Le motif a été créé à partir d'un réseau quadrillé 5x5. Ci-contre, voici une visualisation pour le motif A.

Les pièces ont été imaginées par Escher à partir de quadrillages 5x5, ce qui en facilite le tracé avec des instruments de dessin, avec un logiciel de géométrie ou avec la partie dessin d'une suite bureautique.

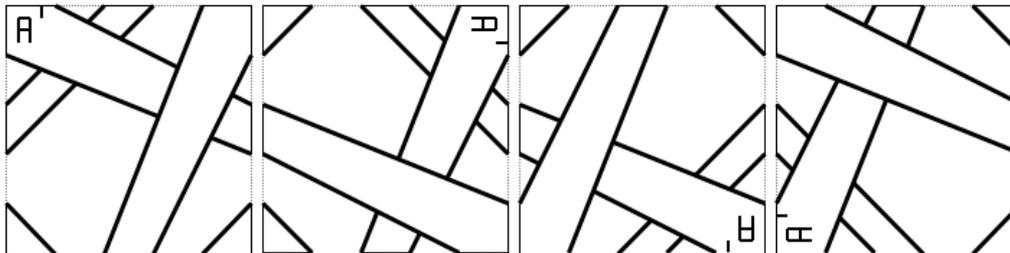
Les dessins des planches carrées gravées (nommées ici A, A', B, B') seront utilisés pour visualiser des « rubans » s'entremêlant l'un sur l'autre. Comme Escher l'a fait, il restera à colorier les « lignes » qui s'entrecroisent.

Codages des positions des quatre pièces

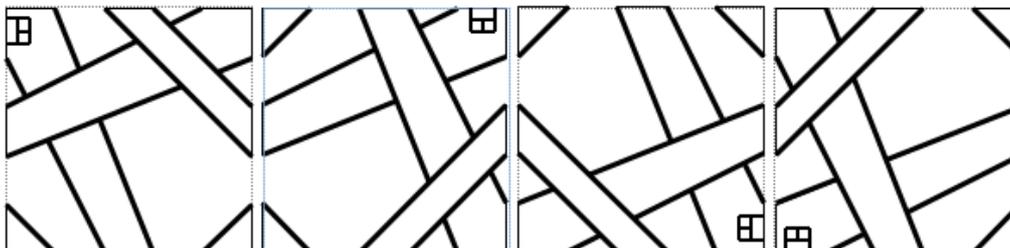
Le sens des aiguilles d'une montre est celui qui sera systématiquement utilisé.



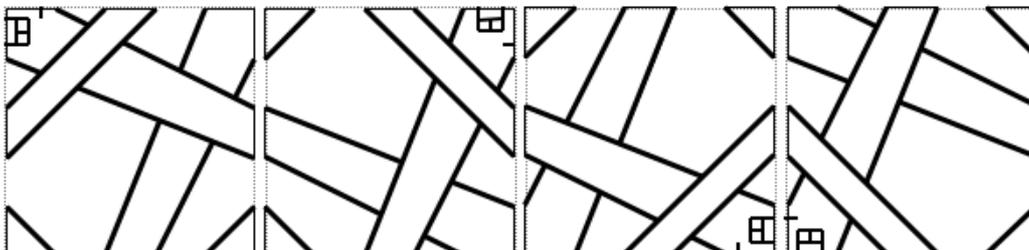
Des quarts de tour dans le sens des aiguilles d'une montre font pivoter la pièce A. Ses différentes positions seront notées A_1 , A_2 , A_3 et A_4 (un nouveau quart de tour rétablit la position A_1).



Des quarts de tour dans le sens des aiguilles d'une montre font pivoter la pièce A'. Nous noterons A'_1 , A'_2 , A'_3 et A'_4 ses différentes positions (un nouveau quart de tour rétablit la position A'_1).

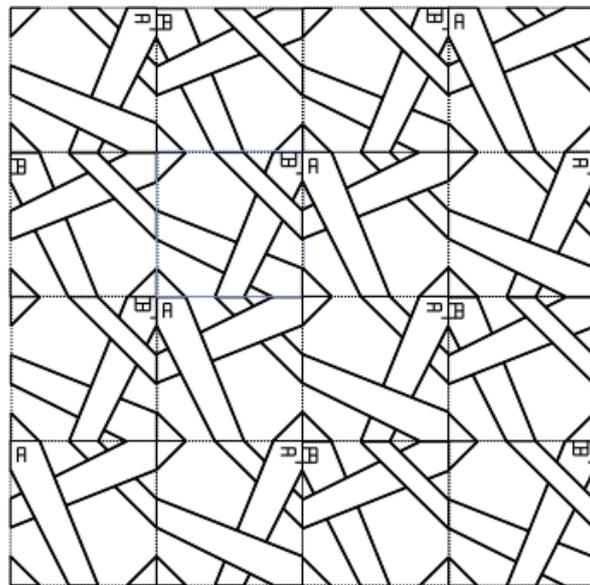
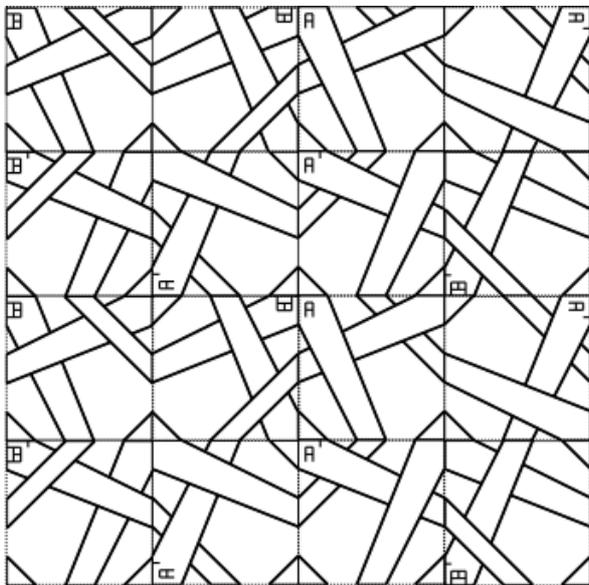


Des quarts de tour dans le sens des aiguilles d'une montre font pivoter la pièce B. Nous noterons B_1 , B_2 , B_3 et B_4 ses différentes positions (un nouveau quart de tour rétablit la position B_1).



Des quarts de tour dans le sens des aiguilles d'une montre font pivoter la pièce B'. Nous noterons B'_1 , B'_2 , B'_3 et B'_4 ses différentes positions (un nouveau quart de tour rétablit la position B'_1).

Voici deux exemples extraits du livre de Doris Schattenschneider.



Les régularités créées par les motifs ont été reproduites ci-dessus en manipulant les pièces mises en annexe.

Les positions des pièces formant le motif sont codées dans des tableaux.

B ₁	B ₂	A ₁	A ₂
B' ₁	A' ₄	A' ₁	B' ₄
B ₁	B ₂	A ₁	A ₂
B' ₁	A' ₄	A' ₁	B' ₄

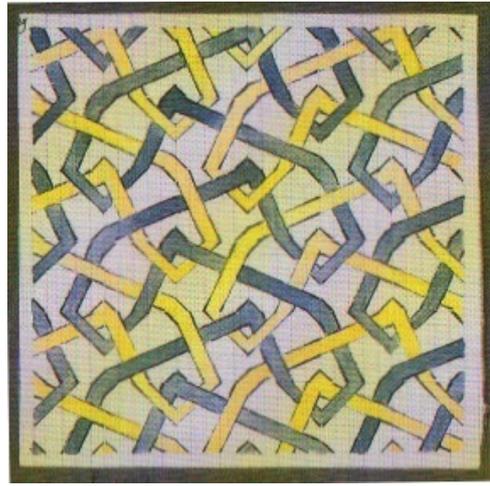
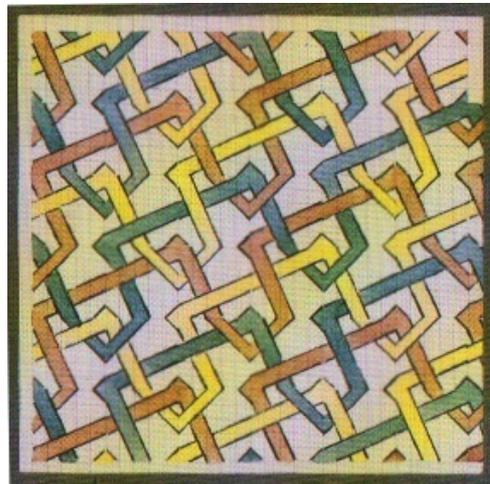
A' ₂	B ₁	B' ₂	A ₁
B ₁	B' ₂	A ₁	A' ₂
B' ₂	A ₁	A' ₂	B ₁
A ₁	A' ₂	B ₁	B' ₂

Dans les deux cas, le placement de huit carrés aurait pu suffire pour coder le motif reproduit.

B_1	B_2	A_1	A_2
B'_1	A'_4	A'_1	B'_4
B_1	B_2	A_1	A_2
B'_1	A'_4	A'_1	B'_4

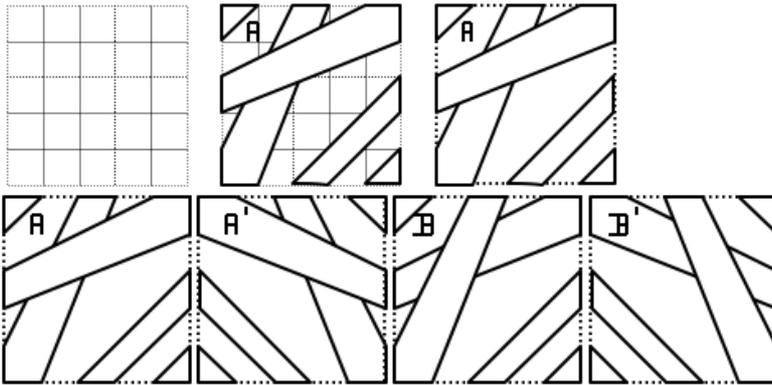
A'_2	B_1		
B_1	B'_2		
B'_2	A_1	A'_2	B_1
A_1	A'_2	B_1	B'_2
		B'_2	A_1
		A_1	A'_2

Quatre autres propositions d'Escher à reproduire avec les pièces mises en annexe et à coder comme ci-dessus



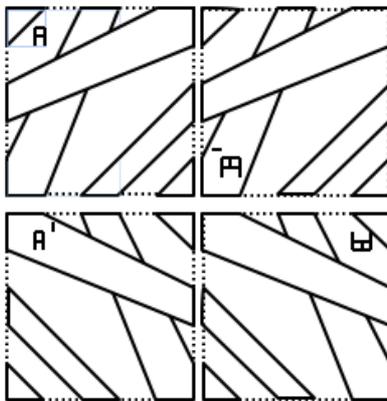
Le livre de Doris Schattenschneider ne fournit que six assemblages. En trouverons-nous d'autres ?

Création de nouveaux carrés pour d'autres assemblages



Voici une proposition de nouvelle pièce A et ses variantes A', B et B'.

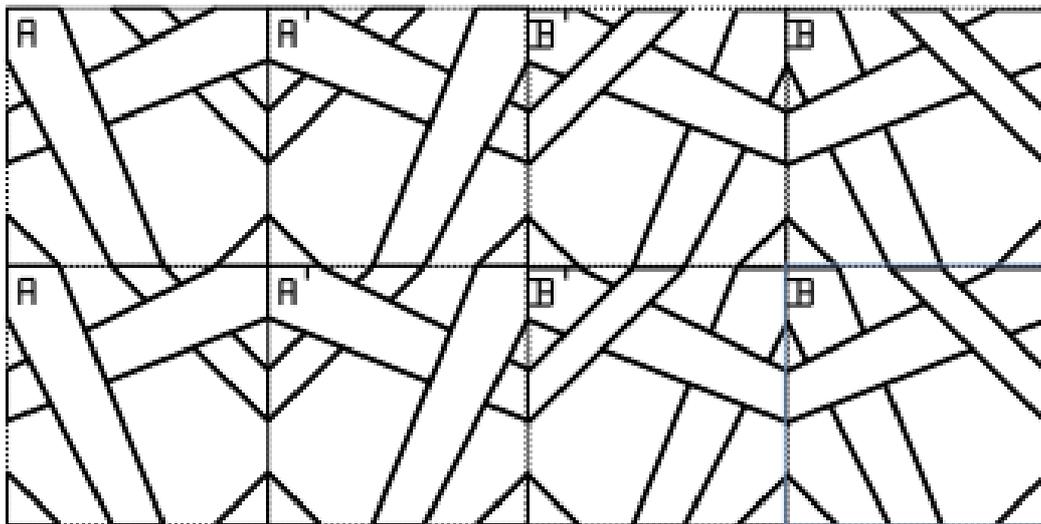
La pièce semble respecter les contraintes que s'est imposées Escher : le motif a été créé en utilisant les quatre « coins » et les « milieux » des côtés de carré à partir d'un réseau quadrillé 5x5. Des morceaux de « ruban » se croisent.



En conservant les notations des différents positions des motifs, nous remarquons que les dessins A1 et B'3 sont identiques, tout comme les dessins A'1 et B2.

Les quatre dessins issus de la proposition d'Escher sont différents. Nous pouvons en déduire que l'artiste s'est imposé cette contrainte : ne pas obtenir de dessin identique après avoir fait pivoter les pièces.

Avec les contraintes qu'il s'était donné, Escher n'avait peut-être pas beaucoup de choix pour la création de ses motifs...



Annexe : Des pièces à photocopier en plusieurs exemplaires puis découper

Codages et décodages

La partie précédente posait la question de l'existence et la réalisation d'autres assemblages visualisant des formes entremêlées.

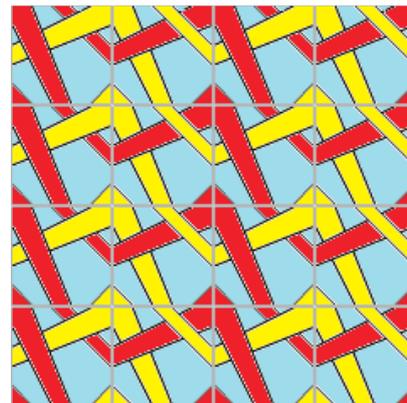
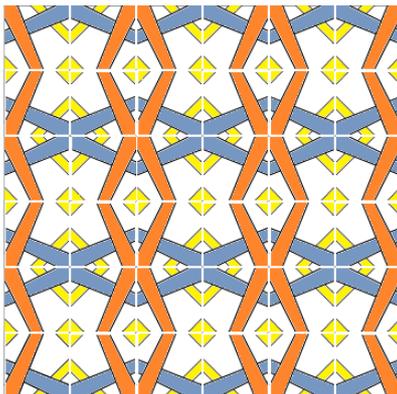
En utilisant le même codage des positions des pièces, voici huit propositions à décoder et à réaliser avec les quatre pièces imaginées par Escher.

A ₁	B' ₃	A ₁	B' ₃	A ₁	B ₁	A ₁	B ₁	B ₁	A ₁	B ₁	A ₁	B' ₂	A ₄	B' ₂	A ₄
A ₁	B' ₃	A ₁	B' ₃	A ₁	B ₁	A ₁	B ₁	B' ₁	A' ₁	B' ₁	A' ₁	A' ₄	B ₂	A' ₄	B ₂
B ₁	B' ₃	A ₁	B' ₃	A ₁	B ₁	A ₁	B ₁	B ₁	A ₁	B ₁	A ₁	B' ₂	A ₄	B' ₂	A ₄
A ₁	B' ₃	A ₁	B' ₃	A ₁	B ₁	A ₁	A ₁	B' ₁	A' ₁	B' ₁	A' ₁	A' ₄	B ₂	A' ₄	B ₂
B ₄	B' ₃	A ₁	B ₄	B' ₁	A ₁	B' ₁	A ₃	B' ₁	A ₃						
A' ₄	A ₁	B' ₃	A ₄	B ₂	A' ₄	B ₂	A' ₄	B' ₂	A ₄	B' ₂	A ₄	B ₂	B' ₂	B ₂	B' ₂
B ₄	B' ₃	A ₁	B ₄	A' ₁	B ₁	A' ₁	B ₁	B ₃	A' ₃	B ₃	A' ₃	A' ₁	B ₃	A' ₁	B ₃
A' ₄	A ₁	B' ₃	A ₄	A ₂	B' ₄	A ₂	B' ₄	A ₄	B' ₂	A ₄	B' ₂	A ₂	A' ₂	A ₂	A' ₂

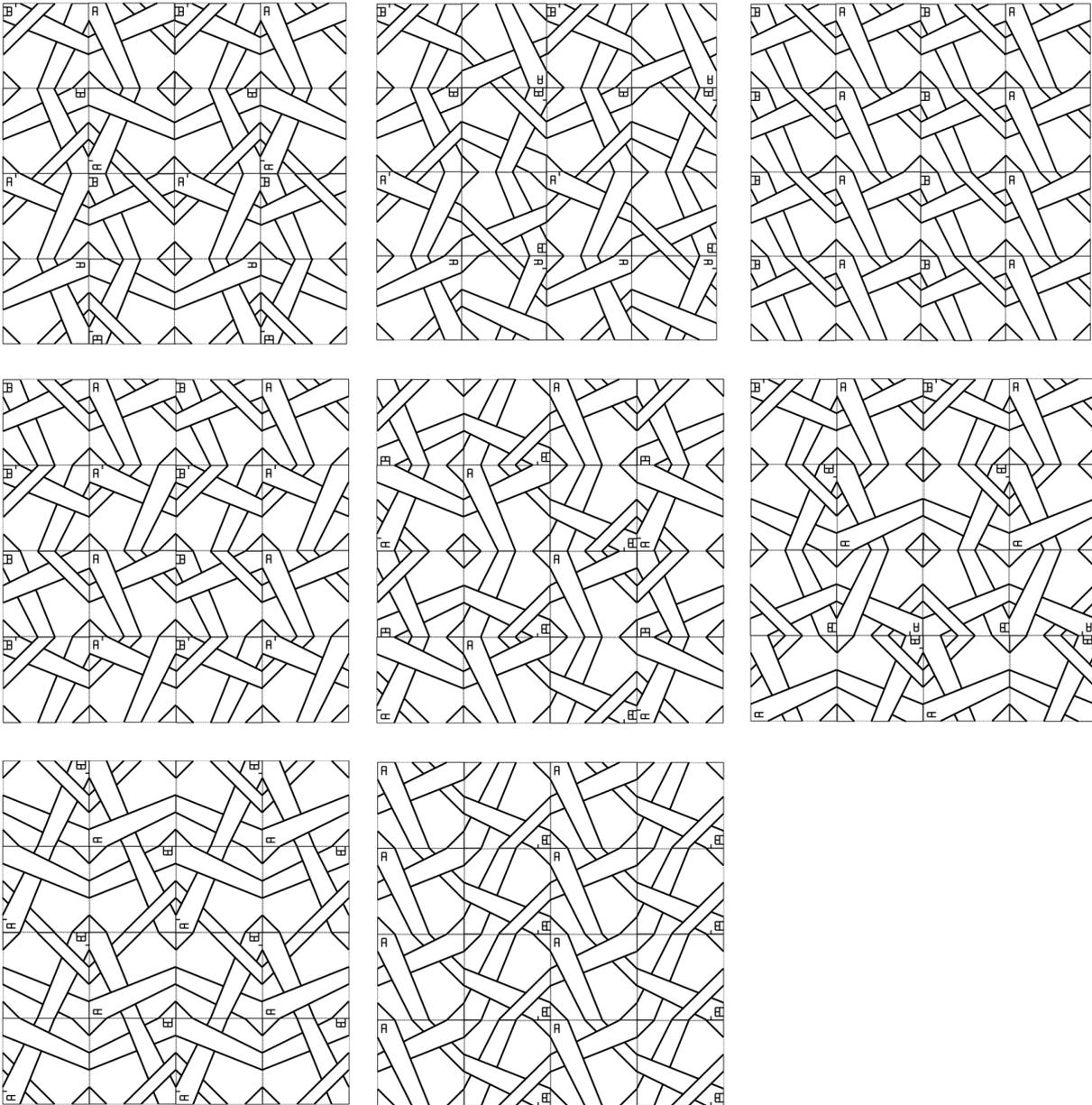
<https://scratch.mit.edu/projects/96145110/>

Fathi Drissi a créé un programme permettant la manipulation des quatre carrés.

Voici deux exemples réalisés avec Scratch et colorisés avec Paint. Le premier motif est un de ceux créés par les élèves du lycée Camille Claudel de Troyes (il n'y a pas d'entrelacs), le deuxième est une des huit propositions précédentes et utilise les quatre carrés imaginés par Escher.



Vous saurez retrouver les assemblages codés page précédente parmi les dessins ci-dessous.



Escher a privilégié les « rubans » entremêlés, d'autres formes apparaissent dans ces propositions.

N'hésitez pas à envoyer vos créations à l'adresse contact@apmeplorraine.fr