

MATHS ET PHILO**HUME : LE SOLEIL NE SE LÈVERA PAS DEMAIN**

Par Didier LAMBOIS



Philosophe écossais, né et mort à Édimbourg (1711-1776), David Hume publie dès 1739-1740 le *Traité de la nature humaine* qui est aujourd'hui considéré comme son chef-d'œuvre mais qui passa inaperçu à l'époque ; ce livre fut très vite suivi d'*Essais de morale et de politique* (1741) et, sept ans après, de *l'Enquête sur l'entendement humain*. Mais David Hume essuie plusieurs échecs dans sa carrière universitaire et il ne devra sa célébrité, de son vivant, qu'à son travail d'historien (*Histoire de la Grande-Bretagne* (1754-1762)). Il sera ensuite nommé secrétaire d'ambassade à Paris, où il fréquentera les encyclopédistes et nouera une amitié orageuse avec Jean-Jacques Rousseau (1712-1778). La notoriété philosophique définitive ne viendra qu'à la publication des *Prolégomènes à toute*

métaphysique future (1783) de Kant (1724-1804) qui affirme que c'est la lecture de Hume qui l'a tiré de son « sommeil dogmatique ». Efforçons-nous de comprendre pourquoi en nous référant aux textes de Hume :

Tous les objets sur lesquels s'exerce la raison humaine ou qui sollicitent nos recherches se répartissent naturellement en deux genres : les relations d'idées et les choses de fait. Au premier genre appartiennent les propositions de la géométrie, de l'algèbre et de l'arithmétique, et, en un mot, toutes les affirmations qui sont intuitivement ou démonstrativement certaines. Cette proposition : le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, exprime une relation entre ces éléments géométriques. Cette autre : trois fois cinq égalent la moitié de trente, exprime une relation entre ces nombres. On peut découvrir les propositions de ce genre par la simple activité de la pensée sans tenir compte de ce qui peut exister dans l'univers. N'y eût-il jamais eu dans la nature de cercle ou de triangle, les propositions démontrées par Euclide n'en garderaient pas moins pour toujours leur certitude et leur évidence.

Les choses de fait, qui constituent la seconde classe d'objets sur lesquels s'exerce la raison humaine, ne donnent point lieu au même genre de certitude ; et quelque évidente que soit pour nous leur vérité, cette évidence n'est pas de même nature que la précédente. Le contraire d'une chose de fait ne laisse point d'être possible, puisqu'il ne peut impliquer contradiction, et qu'il est conçu par l'esprit avec la même facilité et la même distinction que s'il était aussi conforme qu'il se pût à la réalité. Une proposition comme celle-ci : le soleil ne se lèvera pas demain, n'est pas moins intelligible et n'implique pas davantage contradiction que cette autre affirmation : il se lèvera. C'est donc en vain que nous tenterions d'en démontrer la fausseté. Si elle était fausse démonstrativement, elle impliquerait contradiction, et jamais l'esprit ne pourrait la concevoir distinctement.

Enquête sur l'entendement humain (1748), quatrième section

Nous devons donc distinguer les relations qui dépendent uniquement de la comparaison entre les idées et les relations qui dépendent des faits, c'est-à-dire du monde dont nous faisons l'expérience et que nous voulons connaître. Pour les premières il n'y a pas de problème : nous pouvons parvenir à la certitude, leur négation implique la contradiction. Les secondes ne dépendent pas du principe de non-contradiction et ne viennent selon Hume que de notre expérience. Dans son *Traité de la nature humaine* il montre ainsi que le principe de causalité ne peut être déduit a priori. Affirmer que « tout phénomène a une cause » n'a aucune validité a priori ; l'idée d'une relation nécessaire de cause à effet ne vient en réalité que de l'expérience répétée d'une conjonction constante entre deux objets contigus dans

l'espace et le temps, conjonction constante en vertu de laquelle nous appelons l'objet antécédent la cause et l'objet suivant la conséquence. C'est uniquement l'habitude de la succession qui nous amène à lui attribuer un caractère de nécessité : nous transformons ce qui est un simple *post hoc* en *propter hoc*². Même si l'expérience passée a constamment montré une succession déterminée rien ne nous autorise, sur un plan logique, à conclure que l'antécédent produira nécessairement l'effet.

La petite fable de la dinde inductiviste, inventée par Bertrand Russell et rapportée par Chalmers, illustre bien la fragilité de l'induction : « *Dès le matin de son arrivée dans la ferme pour dindes, une dinde s'aperçut qu'on la nourrissait à 9 heures du matin. Toutefois, en bonne inductiviste, elle ne s'empressa pas d'en conclure quoi que ce soit. Elle attendit d'avoir observé de nombreuses fois qu'elle était nourrie à 9 heures du matin, et elle recueillit ces observations dans des circonstances fort différentes, les mercredis et jeudis, les jours chauds et les jours froids, les jours de pluie et les jours sans pluie. Chaque jour, elle ajoutait un autre énoncé d'observation à sa liste. Sa conscience inductiviste fut enfin satisfaite et elle recourut à une inférence inductive pour conclure : « Je suis toujours nourrie à 9 heures du matin. » Hélas, cette conclusion se révéla fautive d'une manière indubitable quand, une veille de Noël, au lieu de la nourrir, on lui trancha le cou* » (Chalmers, Qu'est-ce que la science ? p. 40).

En jetant le doute sur l'idée de causalité et sur la possibilité de conclure en généralisant (donc sur l'idée de loi), Hume ébranle l'édifice du savoir ; c'est ce qui conduira Kant à s'interroger sur le pouvoir véritable de notre raison et à rédiger la Critique de la Raison Pure, pour sauver ce qui pouvait l'être... C'est aussi ce qui conduira Popper (voir article du Petit Vert n°114 de juin 2013) à chercher une autre définition de la scientificité. Avec Hume la connaissance et la métaphysique perdent l'assurance tranquille qu'avait voulu établir Descartes (1596-1650). Une autre philosophie est née : la philosophie critique³.

Induction et induction mathématique



Si le problème soulevé par Hume (problème de l'induction) remet en cause la possibilité de généraliser, sommes-nous condamnés pour autant à ne jamais pouvoir étendre nos connaissances ? Dans son livre *La Science et l'Hypothèse* (1902), Henri Poincaré (1854-1912) montre que les mathématiques échappent à cette impasse. Loin de se réduire au syllogisme « qui ne nous apprend rien de nouveau », le raisonnement mathématique peut généraliser, donc être fécond, tout en restant rigoureux.

« Quelle est la nature du raisonnement mathématique ? Est-il réellement déductif comme on le croit d'ordinaire ?

² *Post hoc*, après cela. *Propter hoc*, à cause de cela. Le sophisme *post hoc ergo propter hoc*, après cela donc à cause de cela, est fondé sur la notion erronée que parce qu'un événement arrive après un autre, le premier est la cause du second. Le raisonnement *post hoc* est la base de beaucoup de superstitions et de croyances erronées. Je prends de l'aspirine et mon mal de tête disparaît, donc... Je mets mon grigri autour de mon cou et j'améliore mes performances, donc...

³ Étymologiquement, est critique ce qui se rapporte à une crise (*krisis*), ce qui est difficile, ce qui pose problème. On peut aussi expliquer l'étymologie de ce mot à partir du verbe grec *krinein*, trier, passer au crible ; le terme désigne alors l'opération par laquelle on cherche à séparer ce qui est vrai de ce qui est faux. On appelle esprit critique celui qui n'accepte aucune assertion sans s'interroger d'abord sur sa valeur, soit du point de vue de son contenu (critique interne), ou de son origine (critique externe). La philosophie critique n'a plus pour objet de connaître mais de s'interroger sur la connaissance.

Une analyse approfondie nous montre qu'il n'en est rien, qu'il participe **dans une certaine mesure** de la nature du raisonnement inductif et c'est par là qu'il est fécond. Il n'en *conserve pas moins son caractère de rigueur absolue* » (La Science et l'Hypothèse, Introduction).

Selon Poincaré cette généralisation est particulièrement manifeste dans le raisonnement par récurrence que certains nomment « induction mathématique ». Raisonnement inductif et raisonnement par récurrence semblent pouvoir être comparés puisqu'ils « vont dans le même sens, c'est-à-dire du particulier au général » mais pourtant « ils reposent sur des fondements différents ». C'est pourquoi Poincaré avait pris soin de préciser : « dans une certaine mesure ». Quelques pages plus loin il ajoute :

« On ne saurait méconnaître qu'il y a (dans le raisonnement par récurrence) une analogie frappante avec les procédés habituels de l'induction. Mais une différence essentielle subsiste. L'induction appliquée aux sciences physiques est toujours incertaine, parce qu'elle repose sur la croyance à un ordre général de l'Univers, ordre qui est en dehors de nous. L'induction mathématique, c'est-à-dire la démonstration par récurrence, s'impose au contraire nécessairement... »

Nous voilà donc revenus au constat initial que faisait Hume. Il faut rigoureusement distinguer les objets que la pensée découvre sans sortir d'elle-même, qui ne sont que des **relations d'idées**, et les **faits** que nous ne pouvons établir de la même manière. Si nous sommes convaincus que le soleil se lèvera demain c'est simplement par habitude et parce que nous croyons en un ordre immuable de l'univers. Il en va tout autrement lorsque nous montrons l'hérédité des propriétés d'un nombre. Pour éviter toute confusion, mieux vaudrait ne jamais utiliser l'expression « induction mathématique » lorsque nous parlons de raisonnement par récurrence. Une loi physique, induite à partir de l'expérience, ne pourra jamais être de même nature qu'une propriété mathématique, déduite par raisonnement.

LA PHRASE DU TRIMESTRE

La vie est complexe car elle comporte une partie réelle et une partie imaginaire.



Sophus Lie (1842-1899) mathématicien norvégien

https://fr.wikipedia.org/wiki/Sophus_Lie