

LE SOPHISME DU TRIMESTRE, proposé par François Drouin

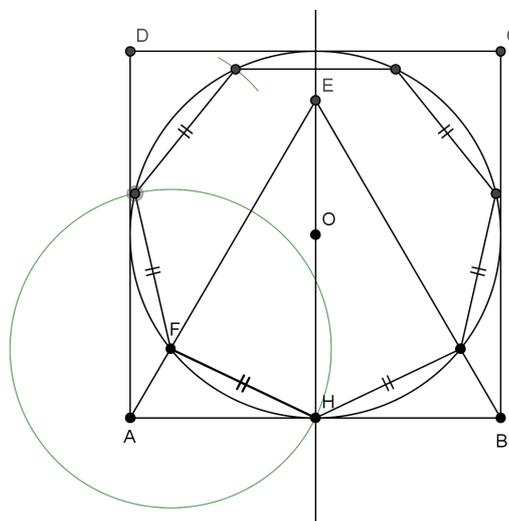
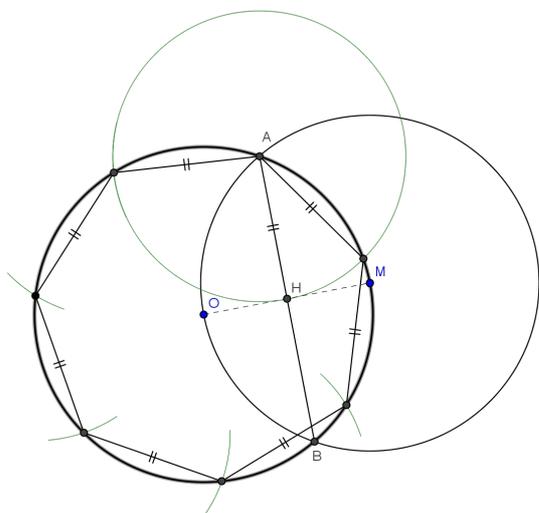
La définition du dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes, comme celui qui suit. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.



Voici une photo prise à Vignot (Meuse). Avec la règle et le compas, le tailleur de pierre a dessiné un heptagone régulier étoilé. Voici comment obtenir un heptagone.

Première méthode (figure de gauche ci-dessous). On considère un premier cercle de centre O et de rayon OM (c'est dans ce cercle que s'inscrira l'heptagone), et un second cercle de centre M et de même rayon. Ces deux cercles se coupent en A et B, et H est le milieu de [AB].

On reporte alors, sur le premier cercle, sept fois un segment égal à [AH]. On obtient ainsi un heptagone.



Seconde méthode (figure de droite ci-dessus). On considère un carré ABCD, et le triangle équilatéral ABE intérieur à ce carré. On trace le cercle inscrit dans le carré : il est tangent à [AB] en H. Le segment [AE] coupe ce cercle en F. [HF] est un des côtés de l'heptagone ; il suffit de reporter encore six fois un segment égal à [HF] sur le cercle, et on obtient l'heptagone complet.

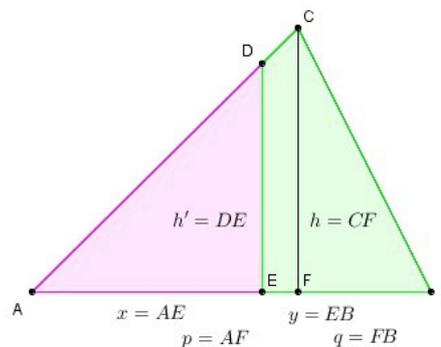
PV126 Solution du sophisme précédent (n°125)

Il s'agissait de démontrer que la somme des racines carrées de deux nombres est égale à la racine carrée du double de leur somme :

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{2(a+b)}$$

Pour cela, on utilisait un triangle ABC et on considérait le segment DE parallèle à CF qui partageait le triangle ABC en deux parties d'aires égales. Les variables x, y, p, q, h et h' sont définies sur la figure ci-contre. On

démontrait alors, par un certain nombre de calculs, que $x = \sqrt{\frac{p(p+q)}{2}}$:



jusque là il n'y avait aucune erreur.

On continuait ainsi : De la même manière, puisque x et q d'une part et y et p d'autre part jouent des rôles symétriques,

on a $y = \sqrt{\frac{q(p+q)}{2}}$.

Et quelques calculs (exacts) plus loin, on arrivait à la conclusion $\sqrt{2a+2b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, ce que l'on voulait démontrer. La faute (voulue) se cachait dans la phrase « **puisque x et q d'une part et y et p d'autre part jouent des rôles symétriques** », qui ne repose sur rien mais qui pourrait sembler logique a priori ... et qui est bien entendu fautive !