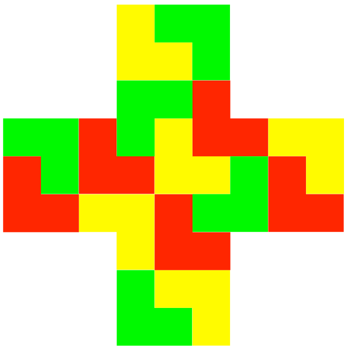
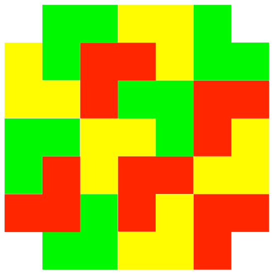
Des « Petits L » de trois couleurs

Joëlle AGAMIS - François DROUIN

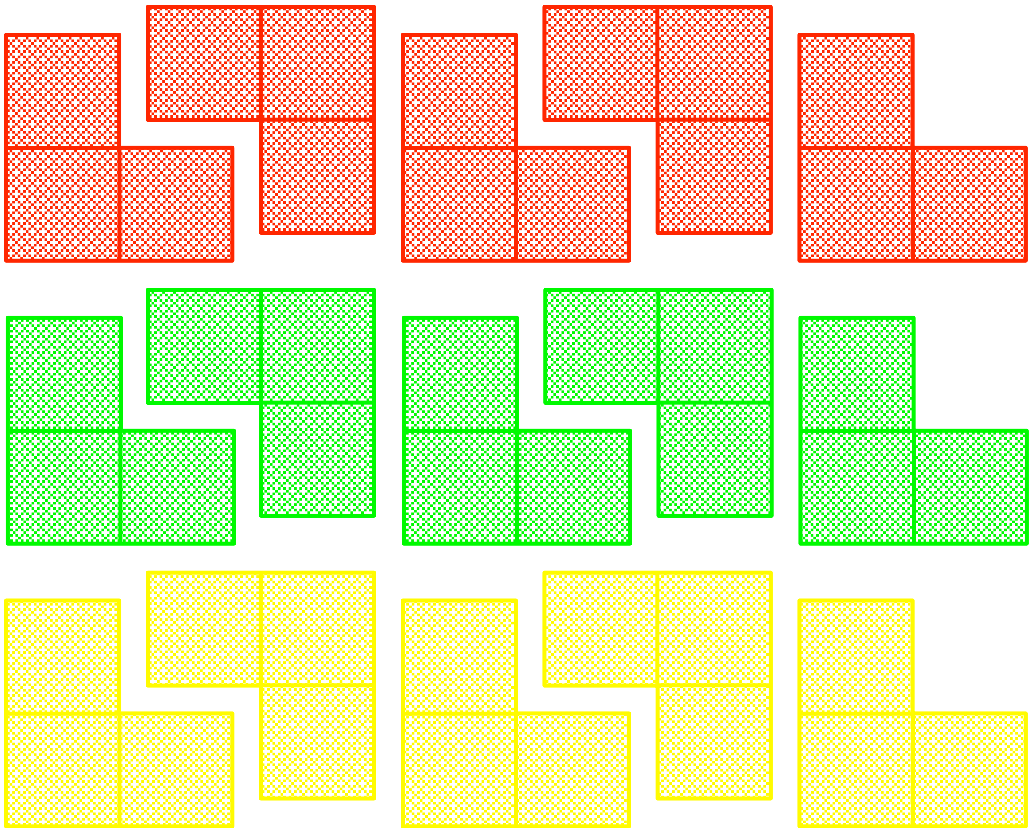
APMEP Lorraine 2015





Des « Petits L » de trois couleurs différentes

Les quinze « Petits L »



Recouvrir les polygones avec les cinq pièces bleues, les cinq pièces jaunes et les cinq pièces rouges, sachant que deux pièces de la même couleur ne doivent jamais se toucher par un côté ou une partie de côté. Elles peuvent se toucher par un sommet.

De tels « Petits L » ont été repérés dans la Revue « Tangente » n°159, Juillet Août 2014.

Pourquoi trois fois cinq pièces ?

C'était le choix de la revue « Tangente » pour recouvrir un polygone qui ne nous a guère plu. L'envie est venue de rechercher d'autres polygones plus attirants : ils devaient être composés de 45 carrés unitaires, pouvoir être recouverts par des « Petits L » et pouvoir être « coloriés » comme cela était proposé dans la revue.

Cette démarche en plusieurs étapes peut donner des envies aux lecteurs de ces pages, tant pour une recherche personnelle que pour une recherche à proposer à des élèves.

Conserver ce total de 45 carrés unitaires a ouvert quelques pistes intéressantes :

Le rectangle 5×9 est le plus « petit » rectangle de dimensions impaires pouvant être recouvert par des « Petits L ».

45 peut s'écrire sous la forme d'autres sommes de produits tels que 5×4 + 5×5 ou 7×3 + 8×3, permettant le travail sur l'assemblage de deux rectangles.

45 peut s'écrire sous la forme 3×(3×5), permettant le travail sur l'assemblage de trois rectangles.

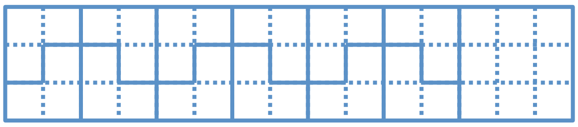
45 peut s'écrire 7×7 – 4, permettant le travail à propos de placements symétriques de 4 carreaux dans un carré 7×7.

45 peut s'écrire 6×8 – 3, permettant le travail à propos de placements de 3 carreaux dans un rectangle 6×8.

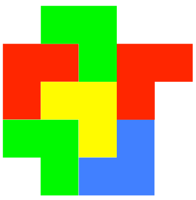
Chaque Pentamino est formé de 5 carreaux unitaires, 45 sera le nombre de carreaux unitaires contenu dans le dessin de chaque Pentamino dessiné à l'échelle 3.

45 est la somme des 9 premiers nombres entiers, permettant d'envisager le recouvrement d'un « escalier ». 45 est aussi 3 fois 15, 15 étant la somme des 5 premiers nombres entiers. Cela permet de réfléchir à des assemblages de trois « escaliers » plus petits.

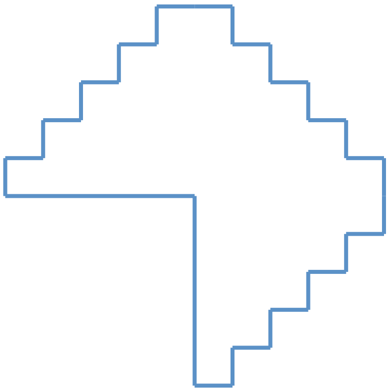
Cependant, des assemblages de 45 carreaux unitaires peuvent ne pas être recouverts par des « Petits L ». Le rectangle 3×5 (le Pentamino « I ») en est un exemple, le rectangle 3×3 ne peut être recouvert par des « Petits L ». Les « Pentaminos « V » et « T » amènent également au besoin de recouvrement d'un carré 3×3.

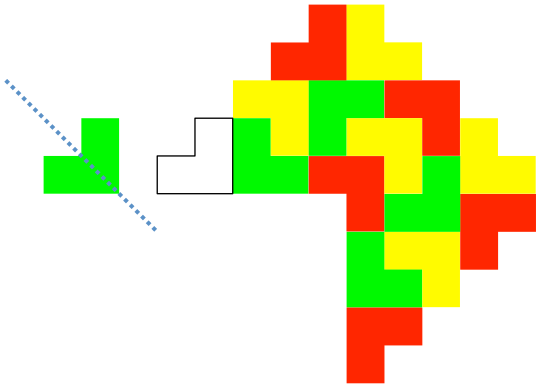


Cependant, des assemblages de 45 carreaux unitaires recouverts par quinze « Petits L » peuvent ne pas être coloriés en n'utilisant que trois couleurs. Dans l'exemple ci-dessous, le « Petit L » jaune sera entouré par des pièces de trois couleurs différentes. Il restera à placer neuf autres « Petits L » pour obtenir un assemblage de 45 carreaux unitaires ne pouvant pas être colorié à l'aide de trois couleurs.



Cependant, des assemblages de 45 carreaux unitaires peuvent ne pas pouvoir être recouverts par cinq « Petits L » de chacune des trois couleurs choisies.

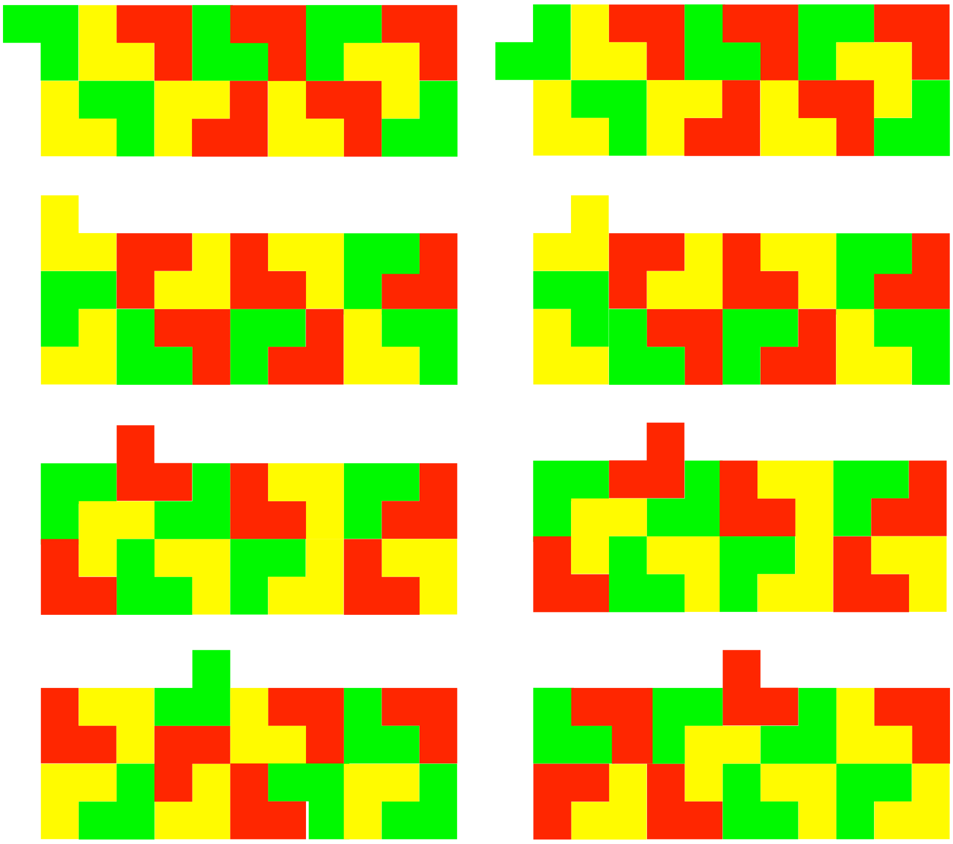




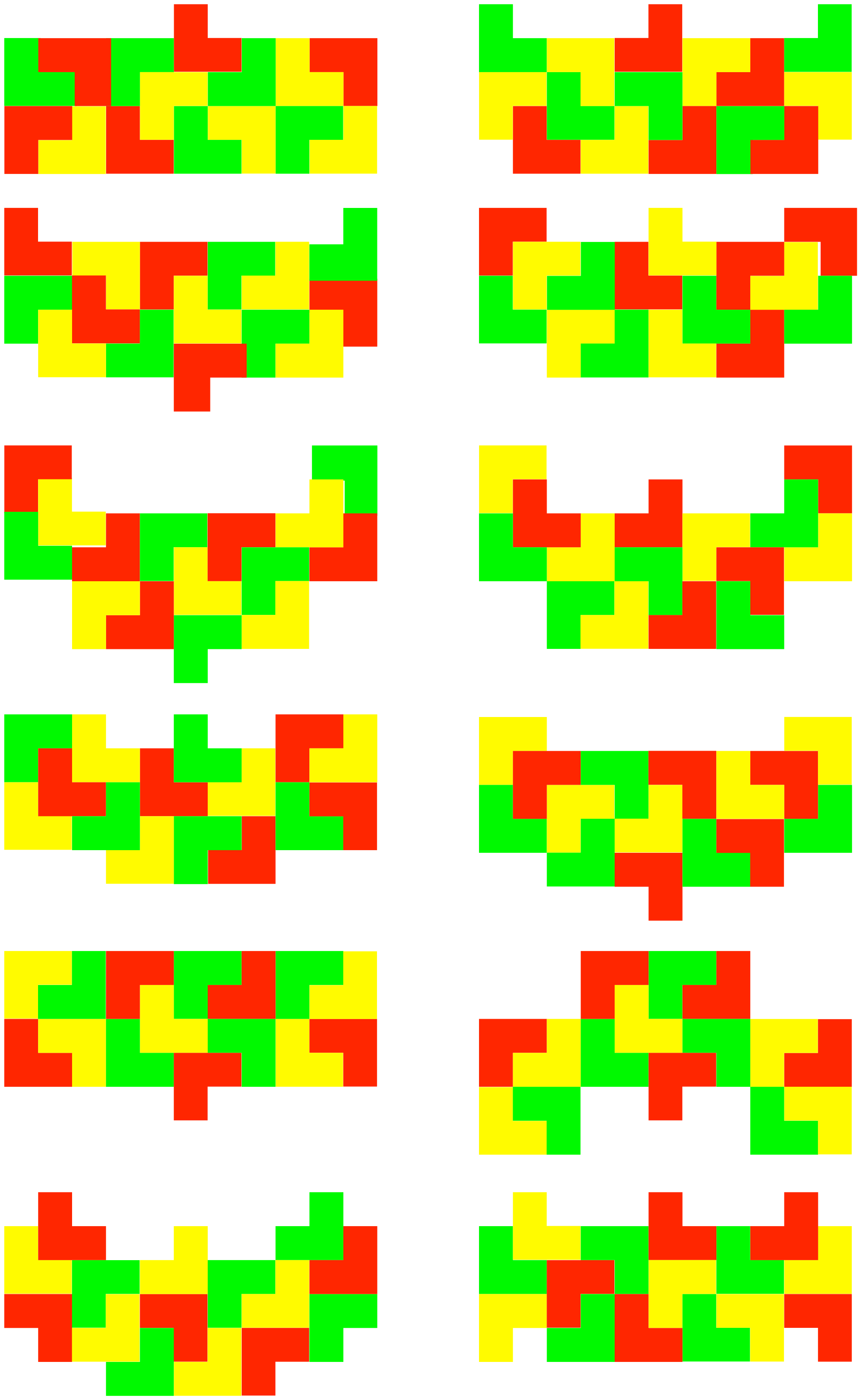
Pour chacune des propositions dessinées ci-dessous, l'utilisateur de ce document pourra tenter de savoir s'il existe des recouvrements par quinze « Petits L » nécessitant une distribution non équilibrée des trois couleurs ou même, ne pouvant être coloriés à l'aide de trois couleurs.

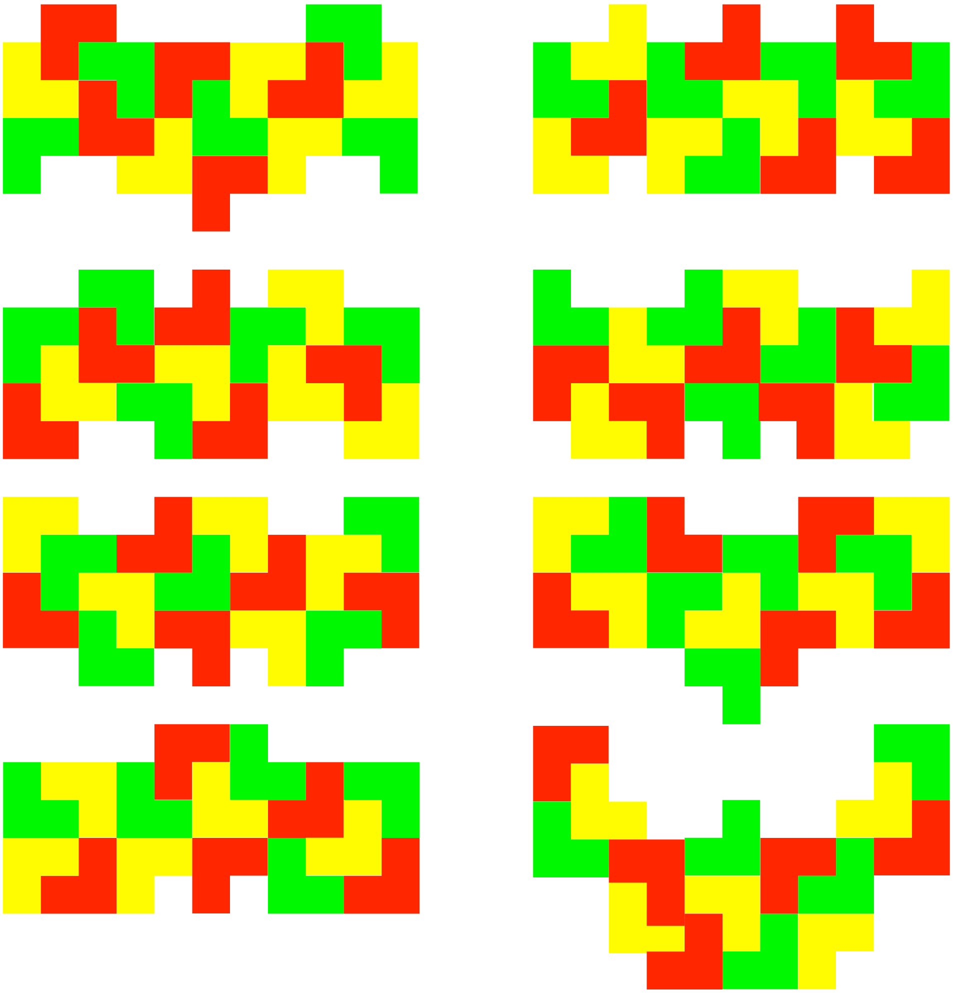
En complément des polygones dessinés à la suite de cette présentation

45 peut s'écrire sous la forme 11×4 + 1, permettant le travail à propos du placement d'un carreau unitaire autour du rectangle 11×4.

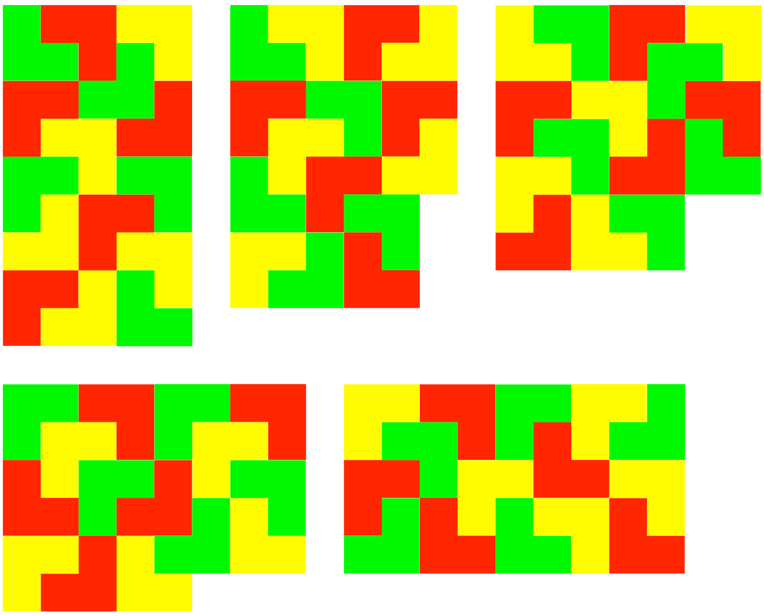


À partir de la configuration dont le pourtour admet un axe de symétrie, ont été utilisés des polygones obtenus par glissements de carrés unitaires symétriques.

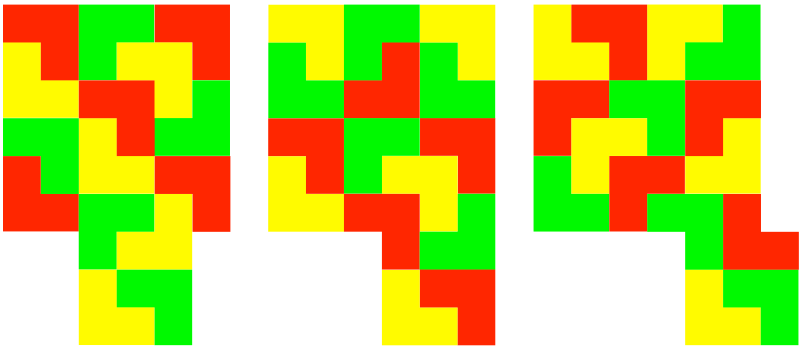




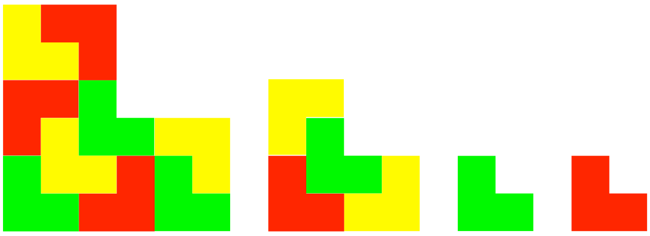
45 peut s'écrire sous la forme $5\times(9 - k) + 5\times k$, avec k pouvant être égal à 0, 1, 2, 3, 4 ou 5.



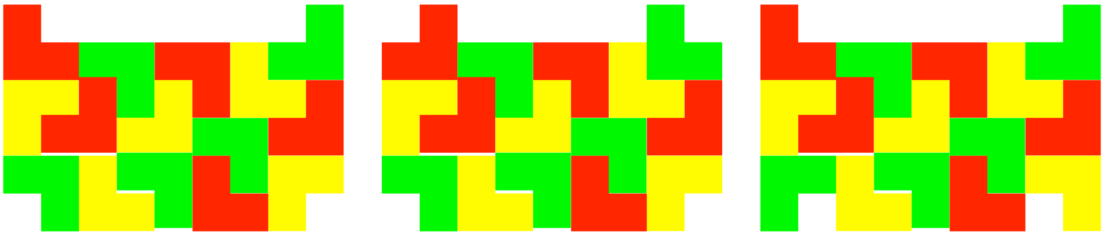
45 peut s'écrire sous la forme $6^2 + 3^2$, permettant le travail sur l'assemblage de ces deux carrés.

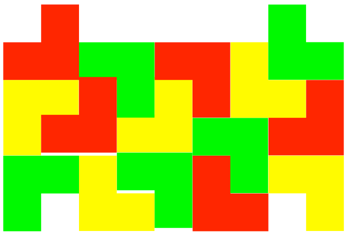


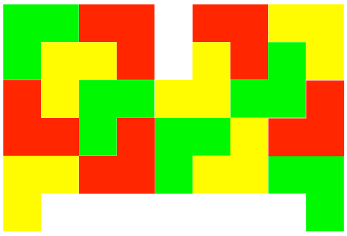
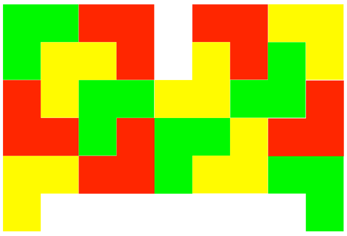
45 peut s'écrire sous la forme $3^3 + 3^2 + 3^1 + 3^1$ et rappeler que les « Petits L » dessinés à l'échelle n peuvent être pavés par des « Petits L » à l'échelle 1.

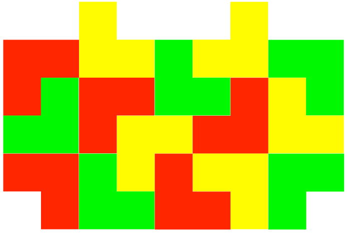
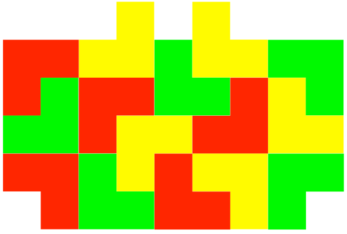
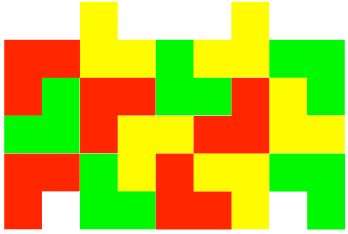


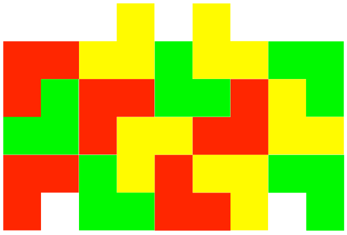
45 peut s'écrire sous la forme 45 + 2 – 2. À partir d'un premier recouvrement, d'autres sont trouvés en retournant deux ou quatre « Petits L ».



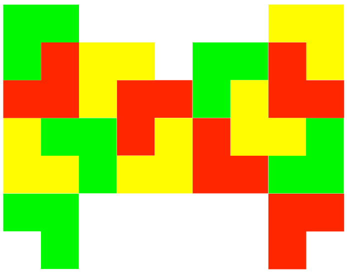
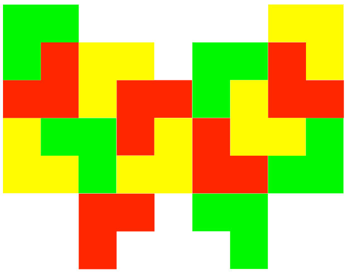


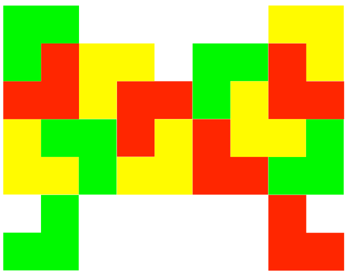
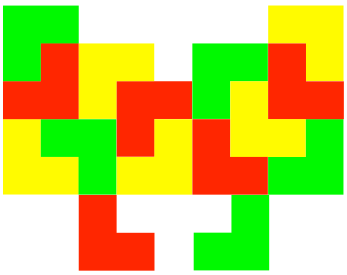



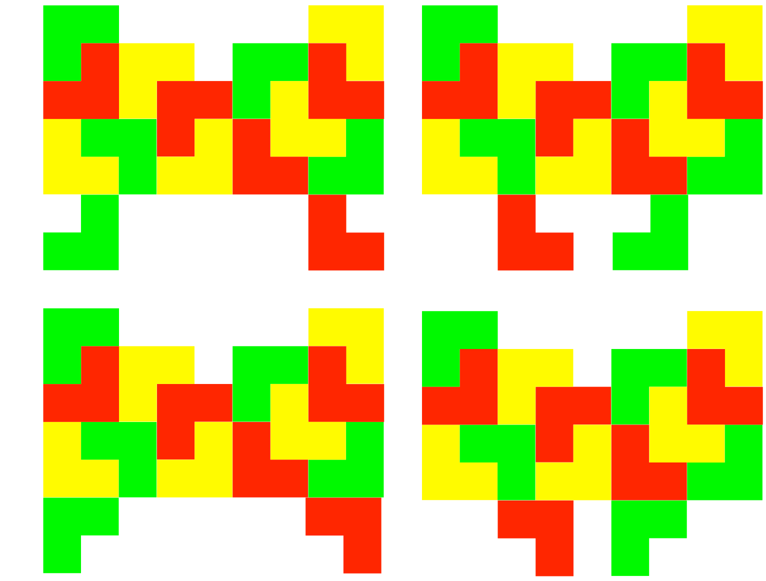






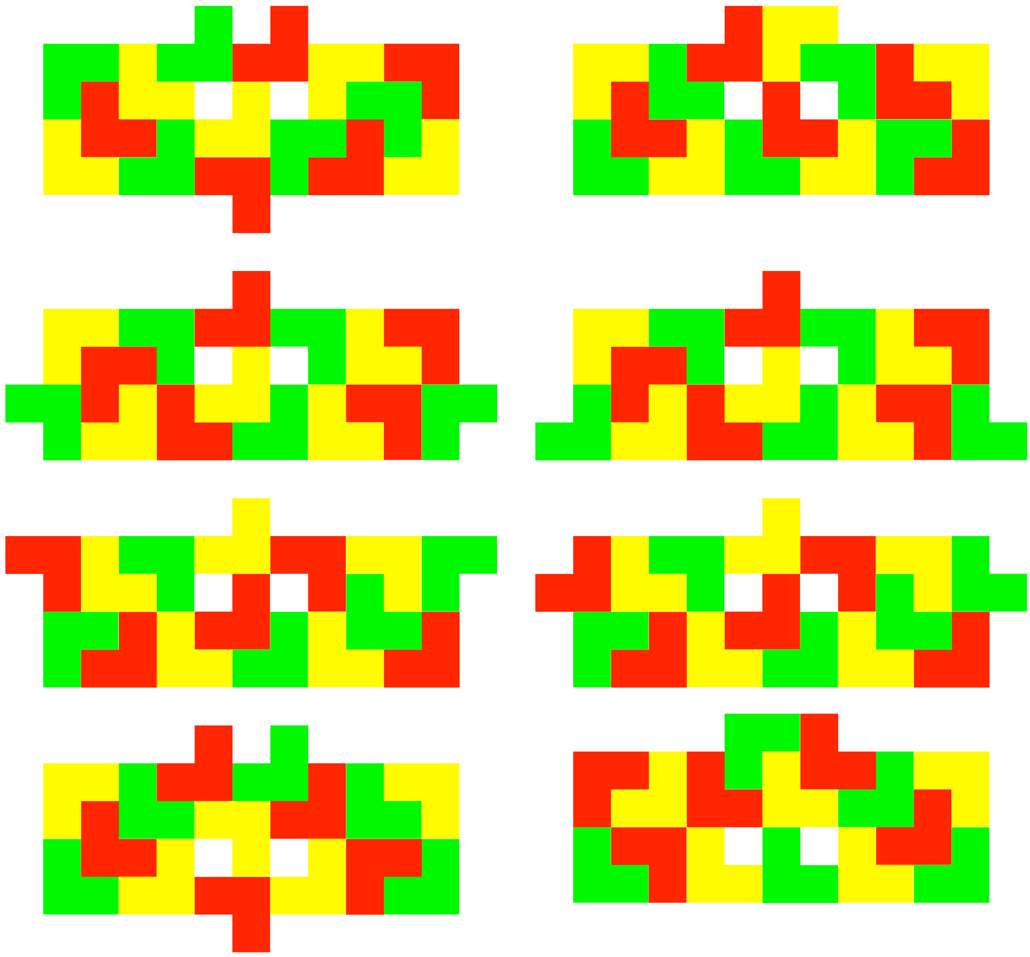
45 peut s'écrire sous la forme 45 + 6 – 6. À partir d'un premier recouvrement, d'autres sont trouvés en déplaçant deux « Petits L ».

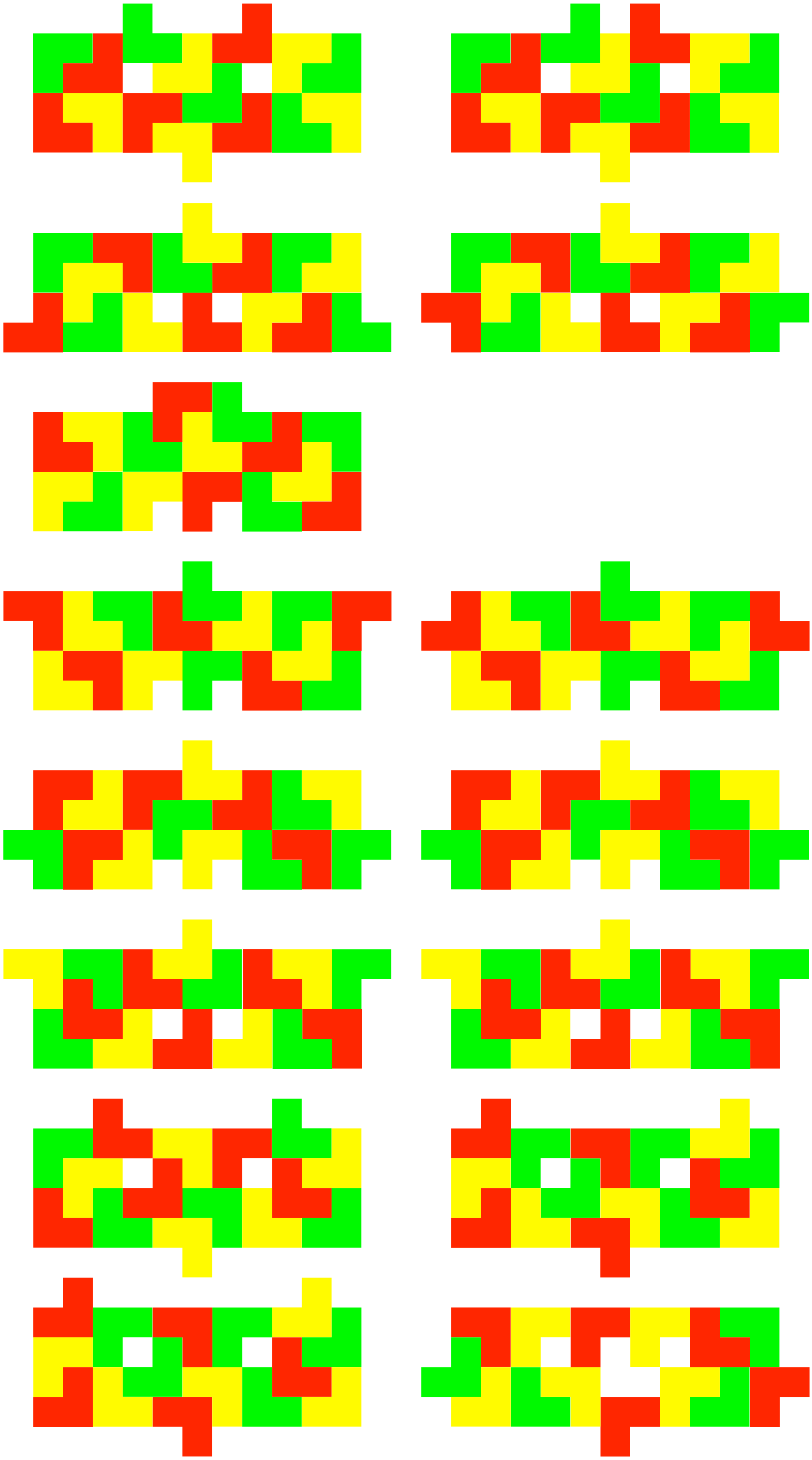



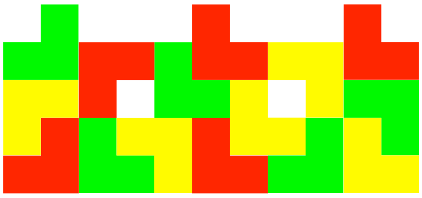



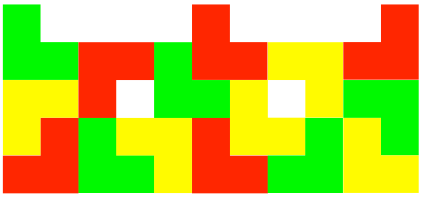


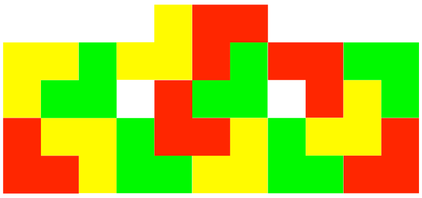
45 peut s'écrire sous la forme 4×11 + 3 – 2.

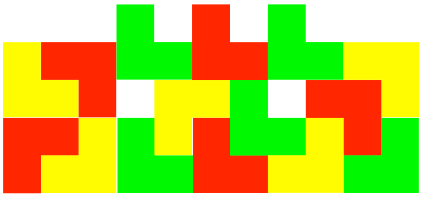


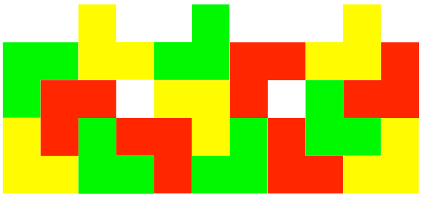










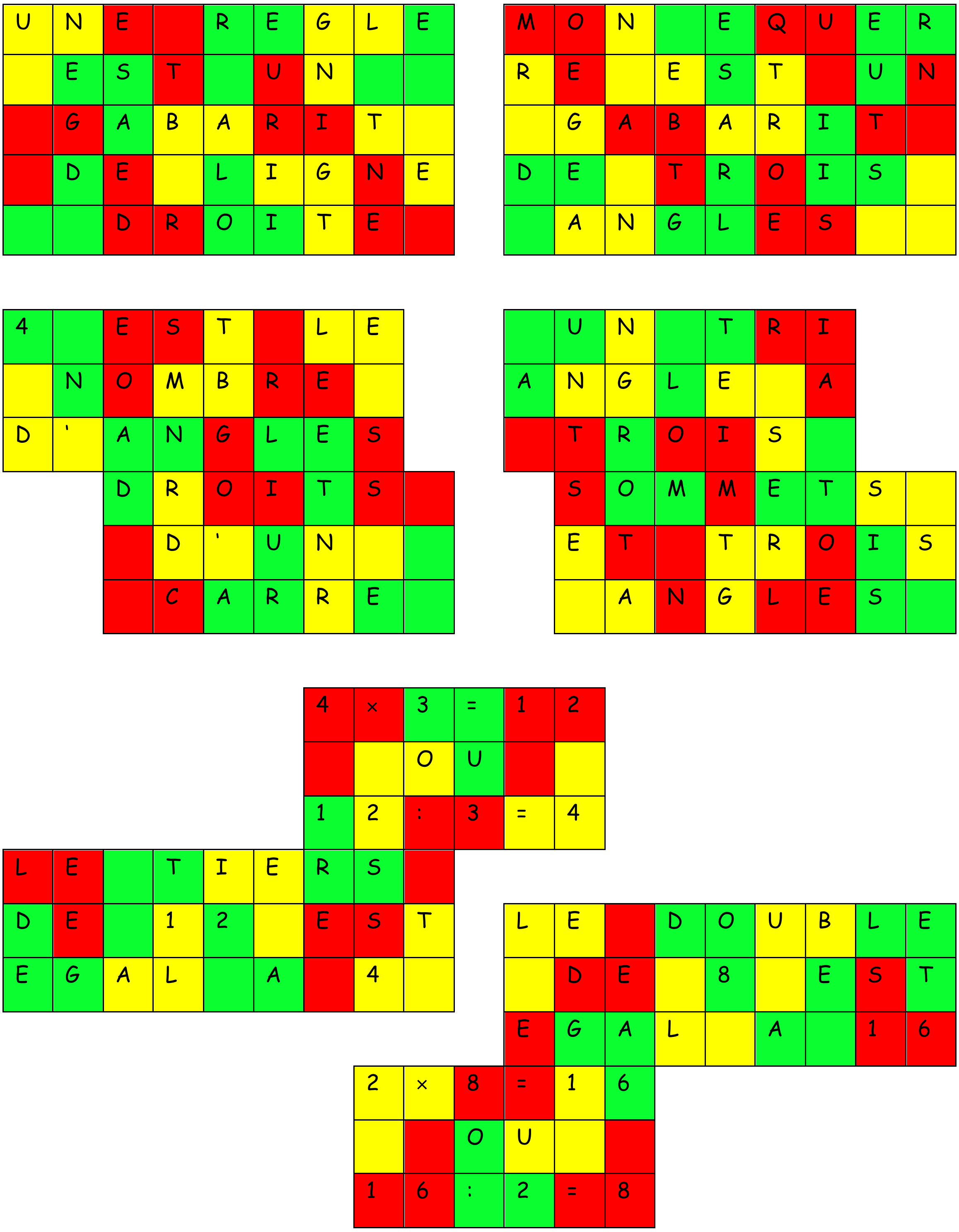


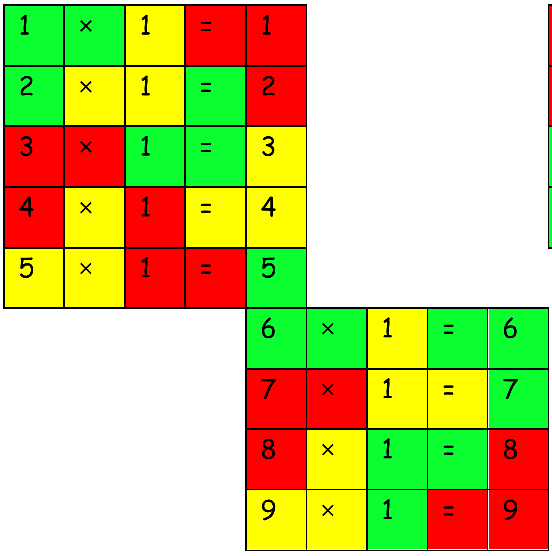
Remarques

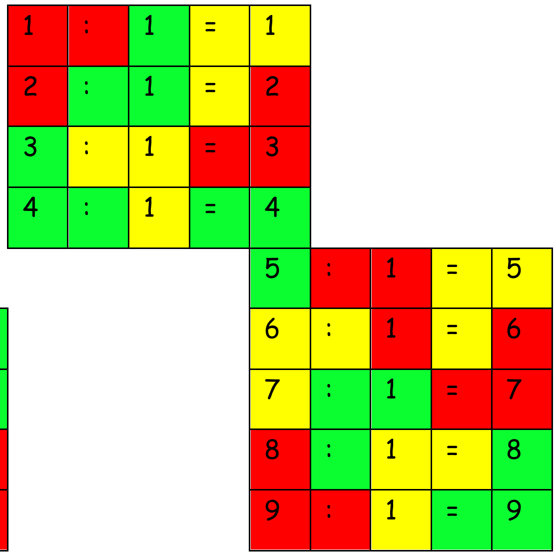
Les pièces fournies au début de ce document sont à l'échelle des configurations proposées dans les pages qui suivent. Les exemplaires de la dernière page de ce document peuvent être dupliqués sur du papier de trois couleurs différentes. Des utilisateurs bricoleurs aimeront en réaliser en bois, en plastique ou en carton épais.

« Et le texte ! », « L-Textes »

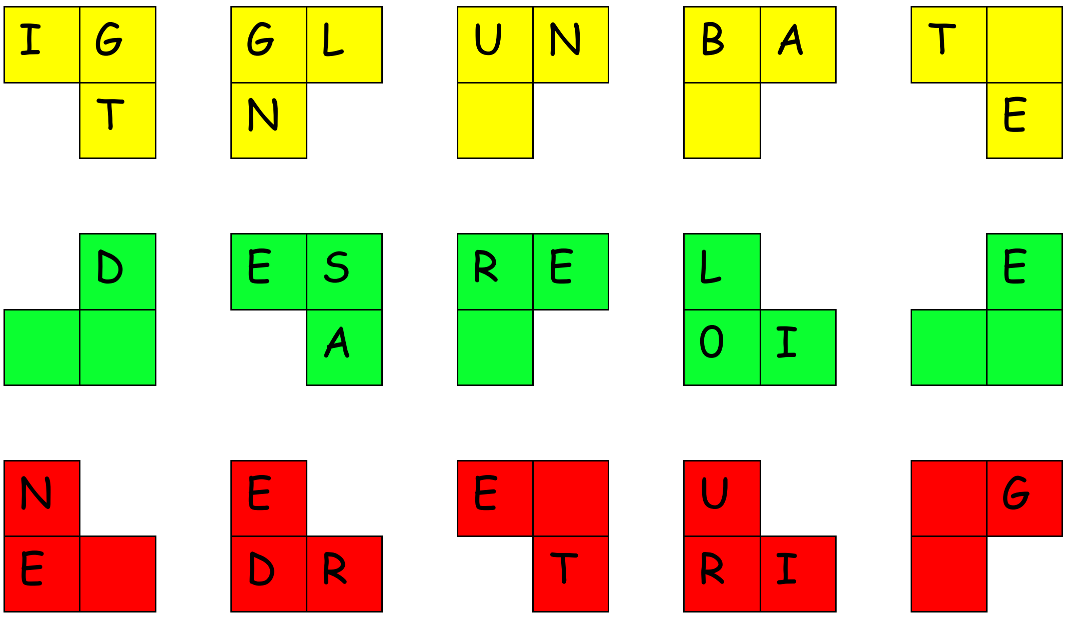
Un texte est écrit dans un polygone recouvert par des « Petits L » de trois couleurs, en respectant les contraintes de juxtaposition présentes dans ce document. Les « Petits L » sont redessinés séparés dans les pages qui suivent. Après découpage et réassemblage, le texte pourra être retrouvé. Voici huit exemples.



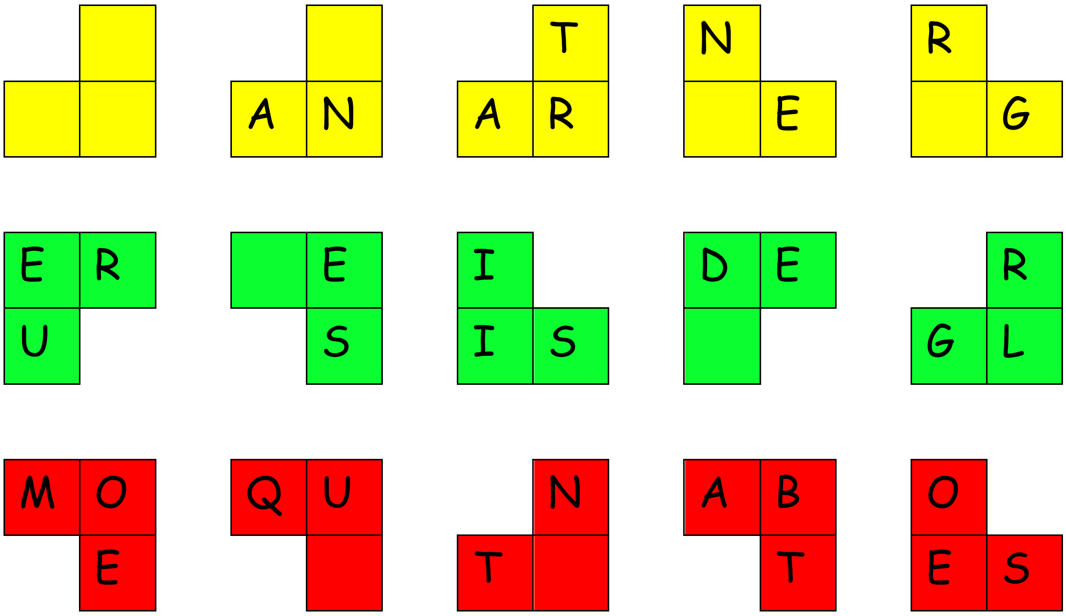




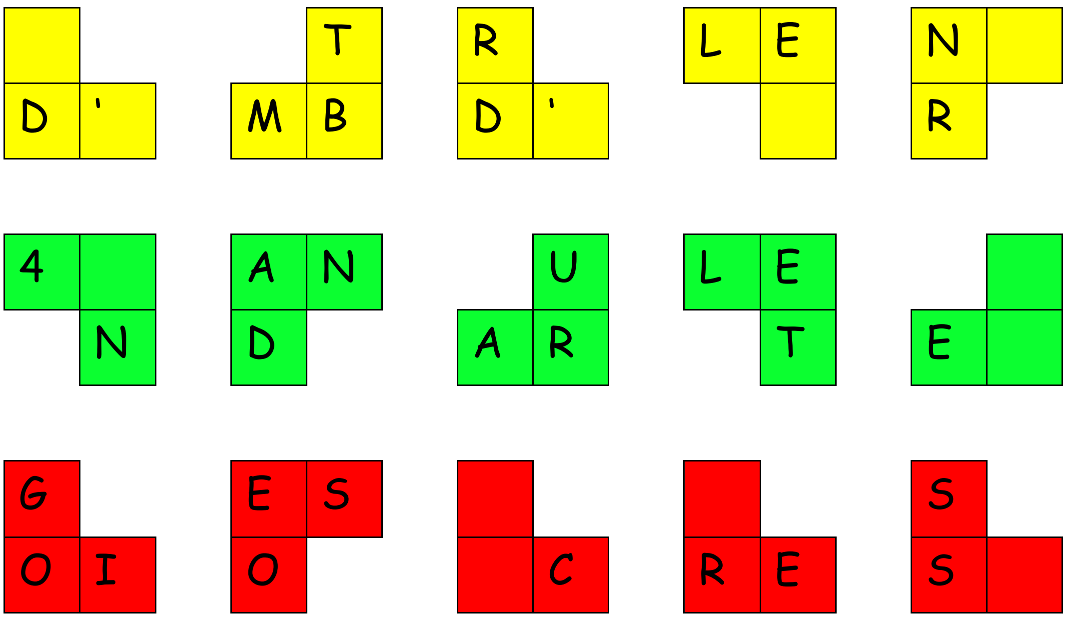
Un premier « L-Texte »



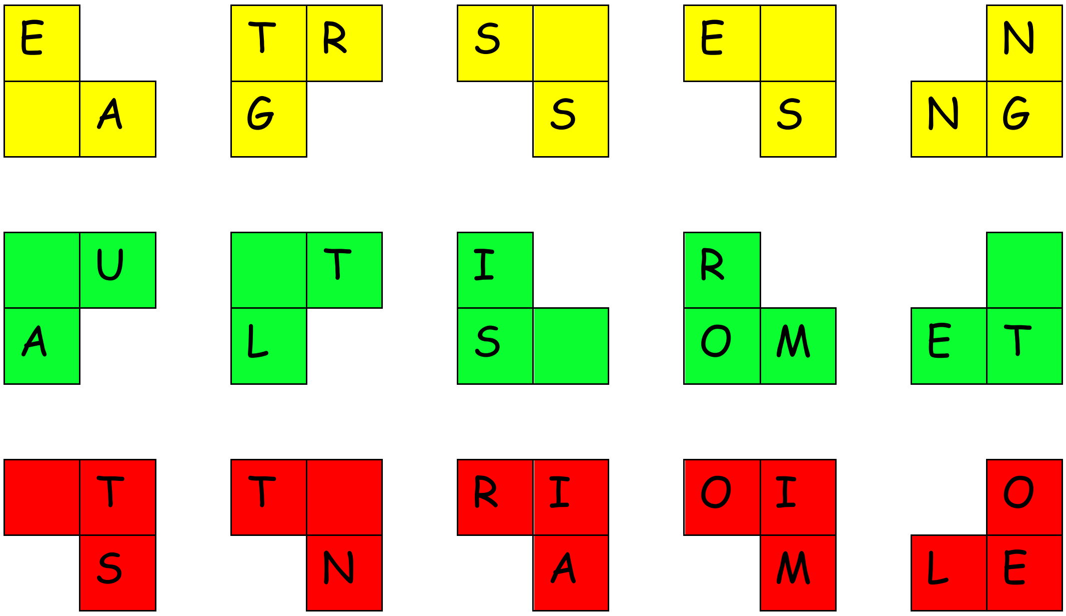
Un deuxième « L-Texte »



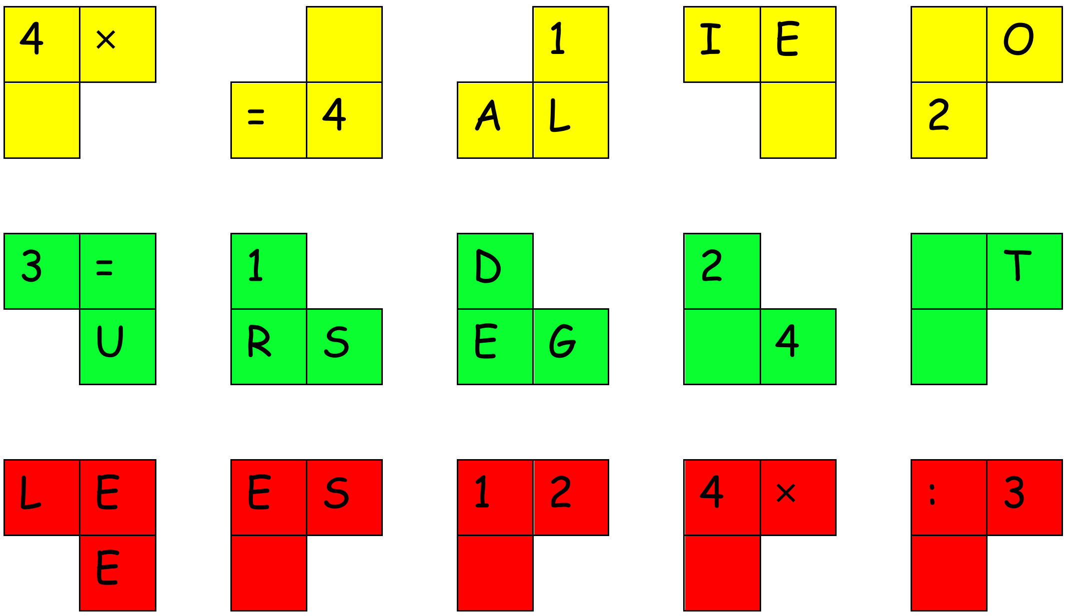
Un troisième « L-Texte »



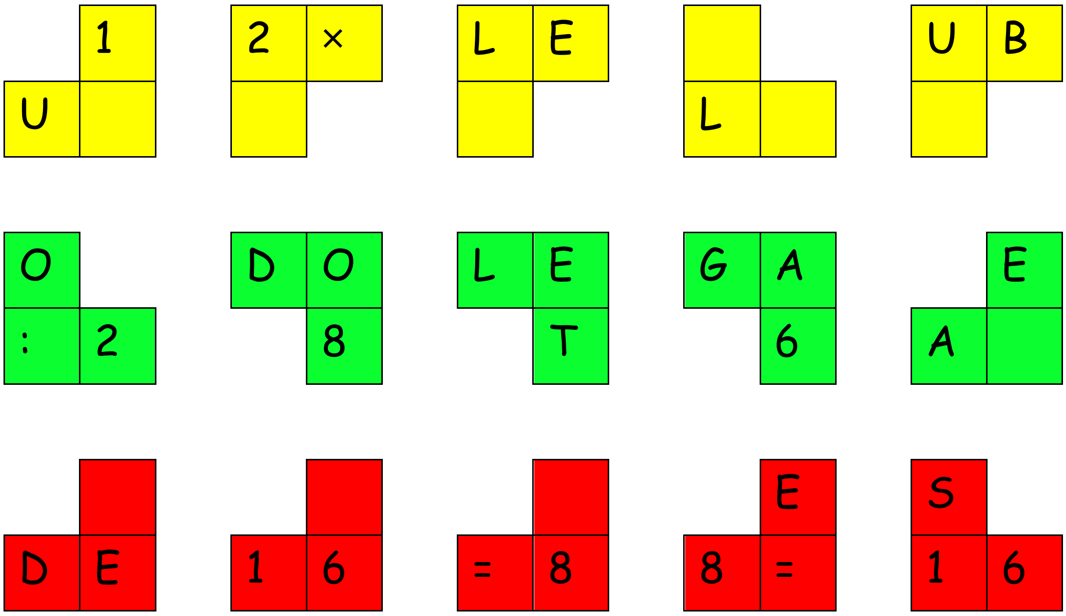
Un quatrième « L-Texte »



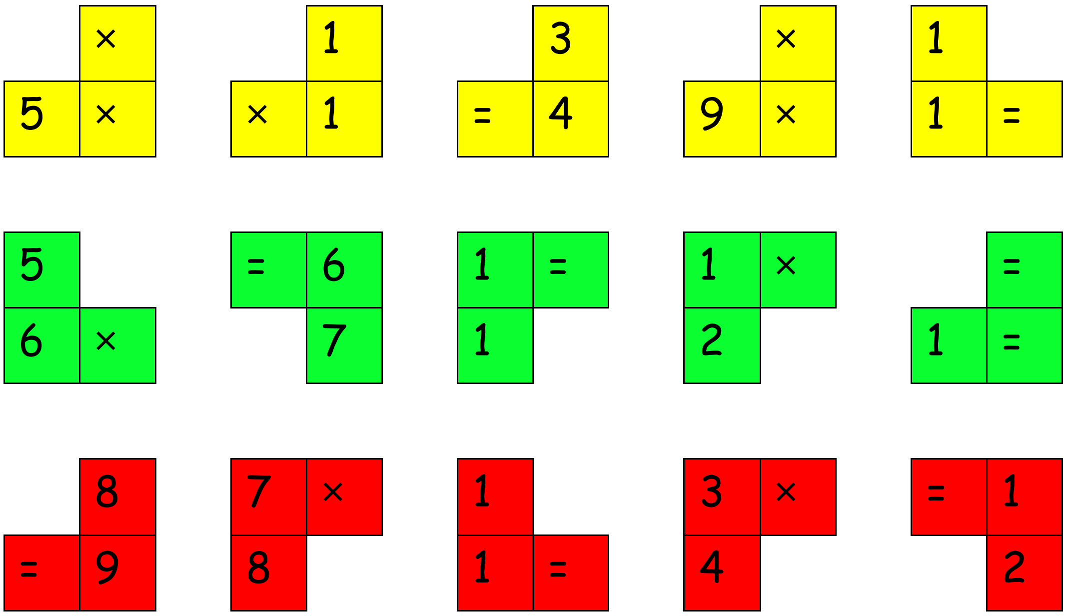
Un cinquième « L-Texte »



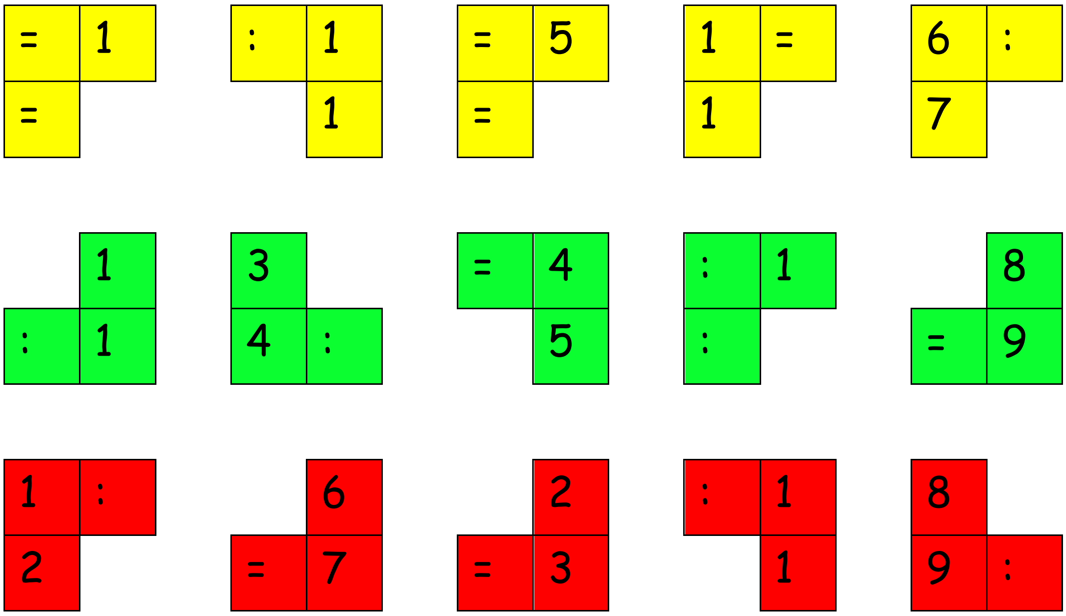
Un sixième « L-Texte »



Un septième « L-Texte »



Un huitième « L-Texte »

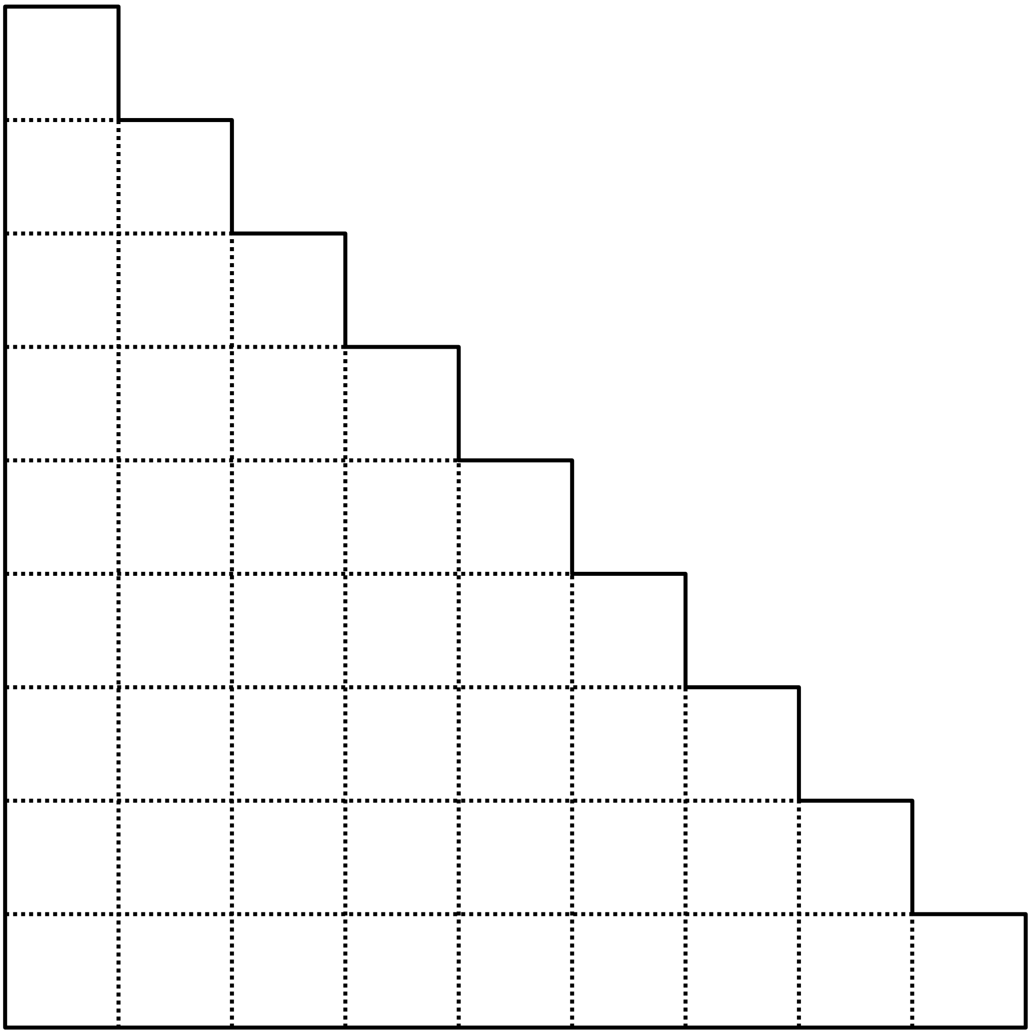


D'autres jeux alliant « pièces à manipuler » et « texte à découvrir »

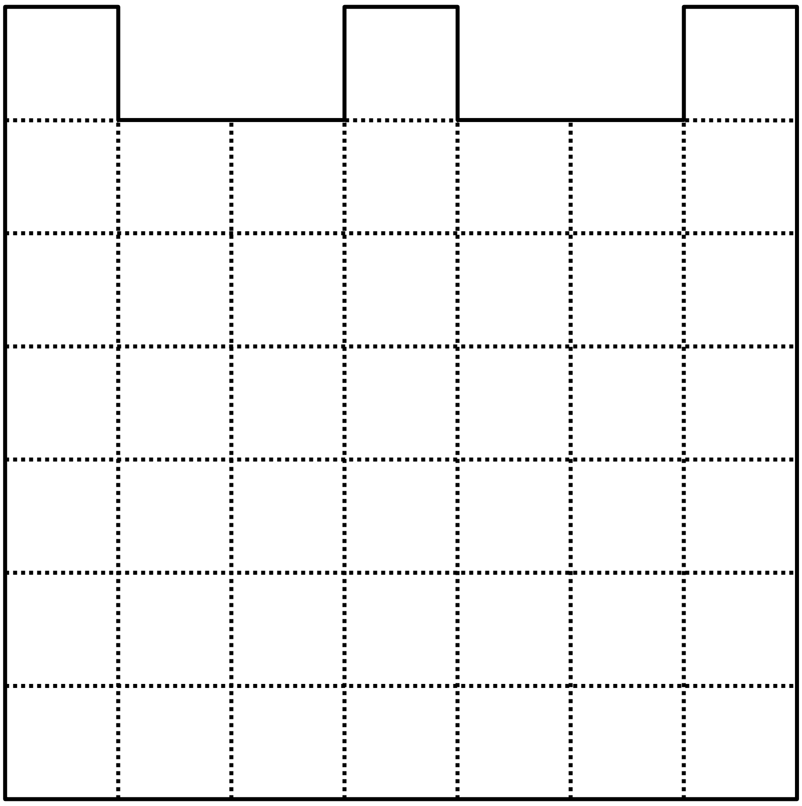
Les douze Pentaminos sont à l'origine des « Pentatextes » présents dans les brochures « Jeux 7 » et « Jeux Ecole 1 ». Sur le site de l'APMEP, dans la rubrique « nos collègues et leurs élèves jouent », des exemplaires sont à télécharger à l'adresse http://www.apmep.asso.fr/College,4289.

En Lorraine, nous nous sommes appropriés le « QI-Block » présent dans « Jeux 5 » et nous avons créé des « QI-Textes ». http://www.apmep.fr/IMG/pdf/_QI_Block_site.pdf en fournit quelques exemplaires aux pages 8 et 9.

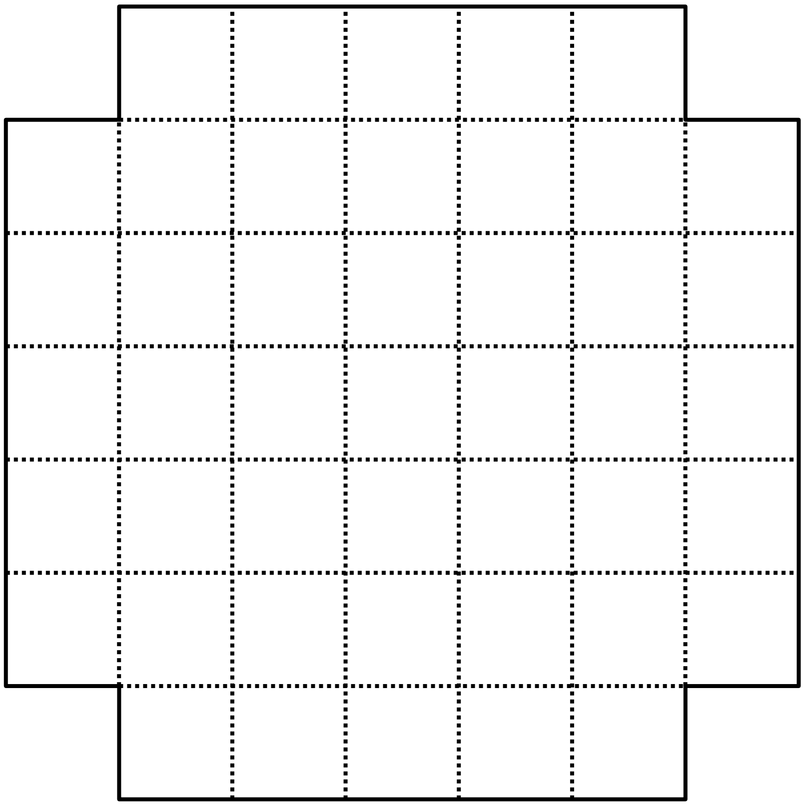
$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$



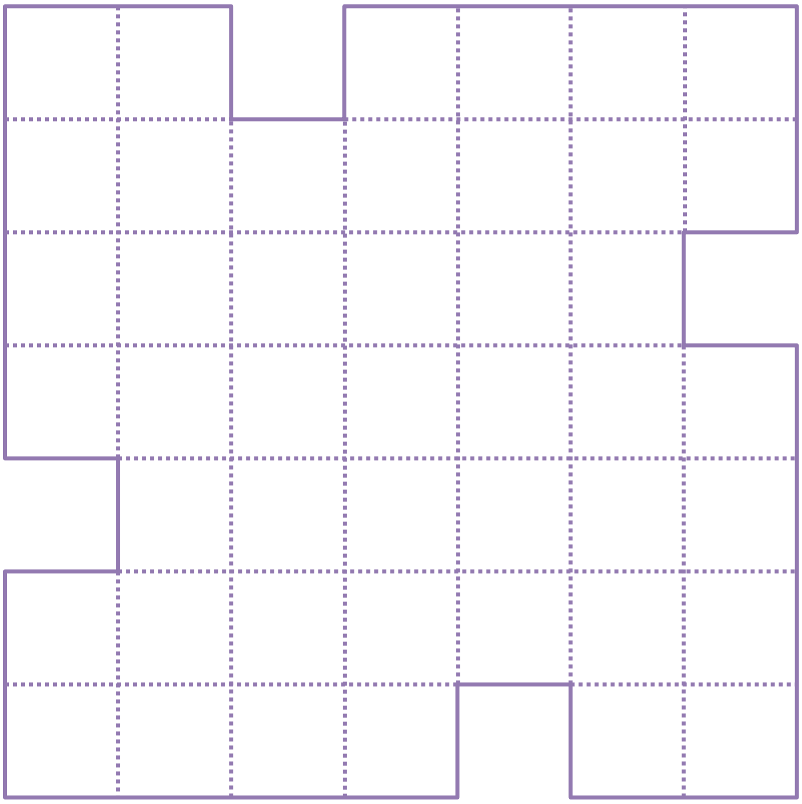
45 = 7×7 - 4 (a)



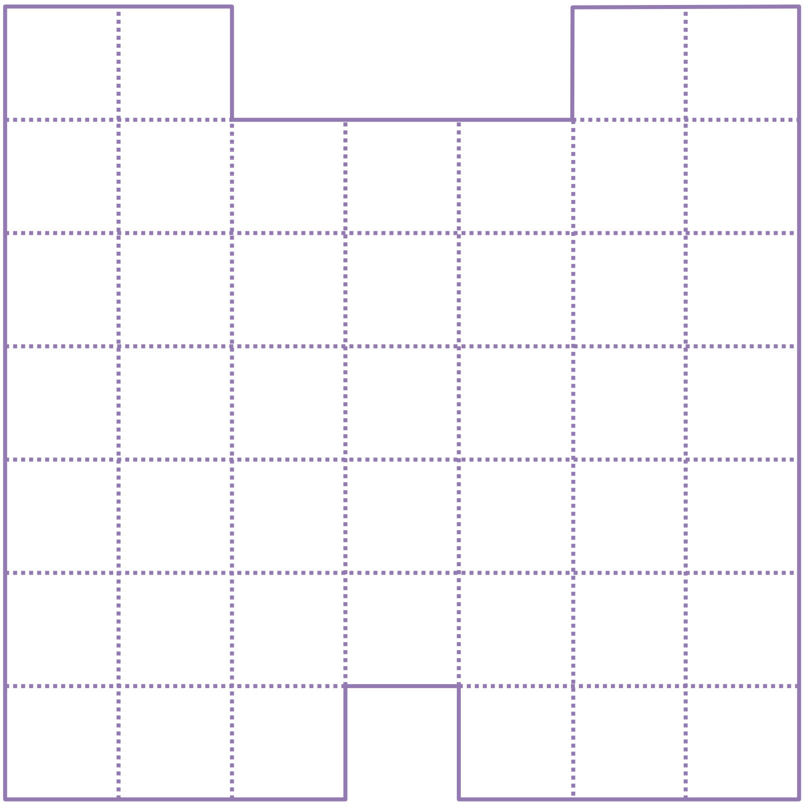
$45 = 7 \times 7 - 4$ (b)



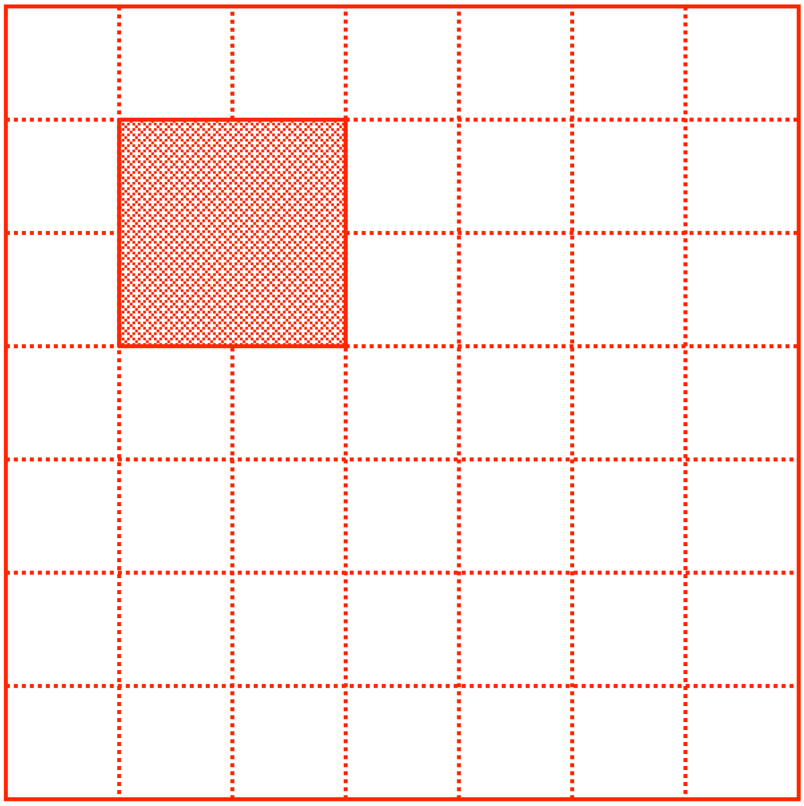
$45 = 7\times7 - 4$ (c)



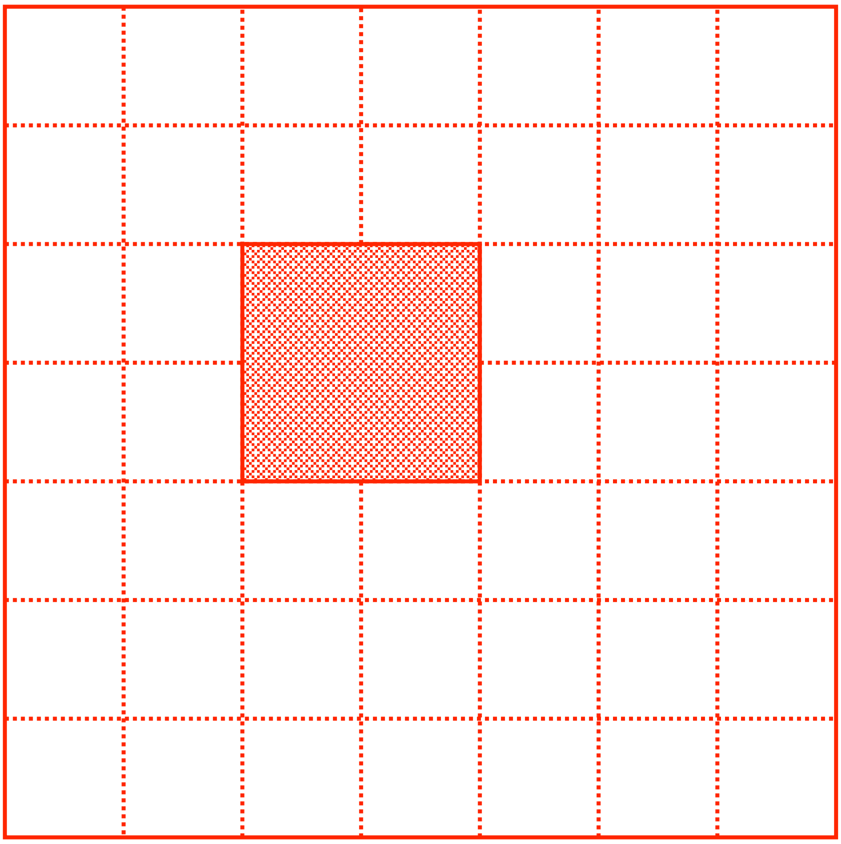
$45 = 7\times7 - 4$ (d)



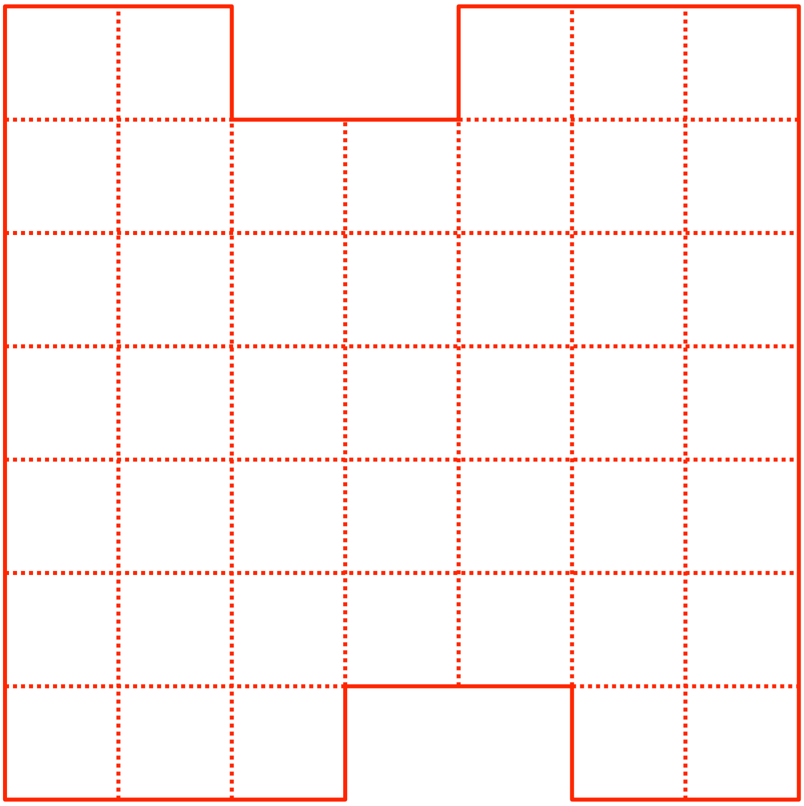
$45 = 7 \times 7 - 4$ (e)



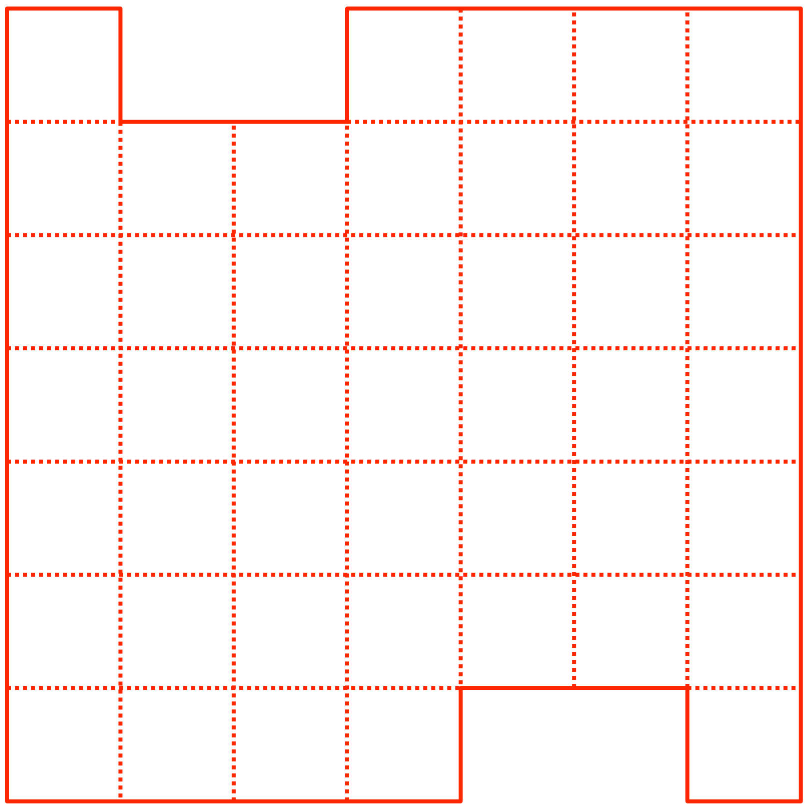
$45 = 7 \times 7 - 4$ (f)



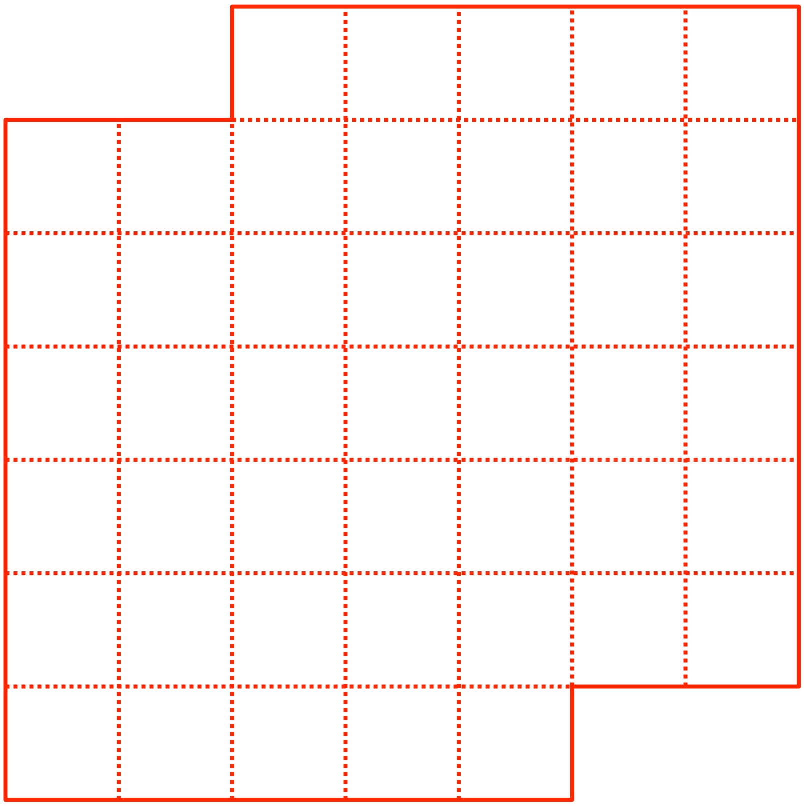
45 = 7×7 - 4 (g)



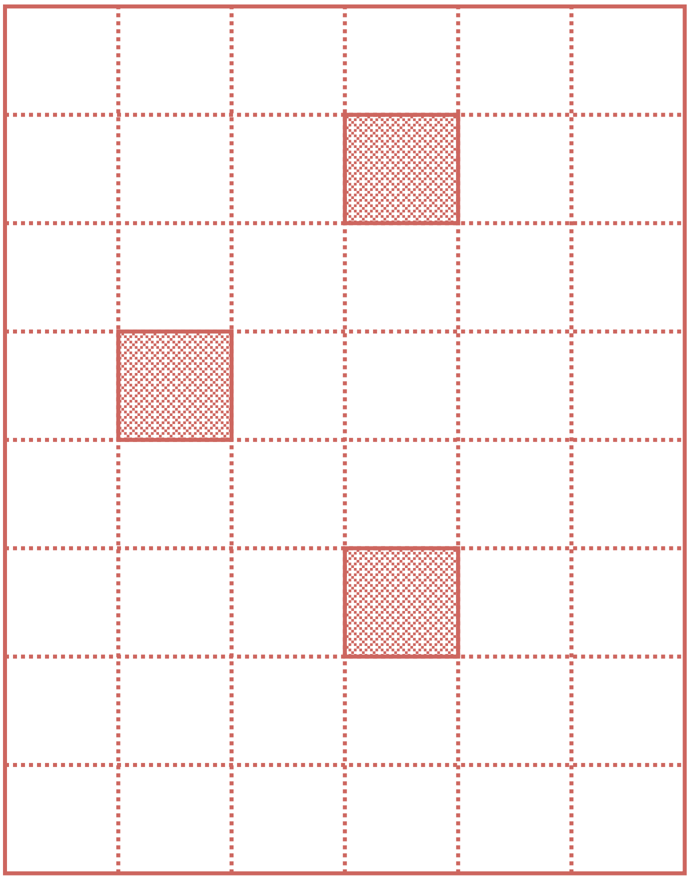
$45 = 7 \times 7 - 4$ (h)



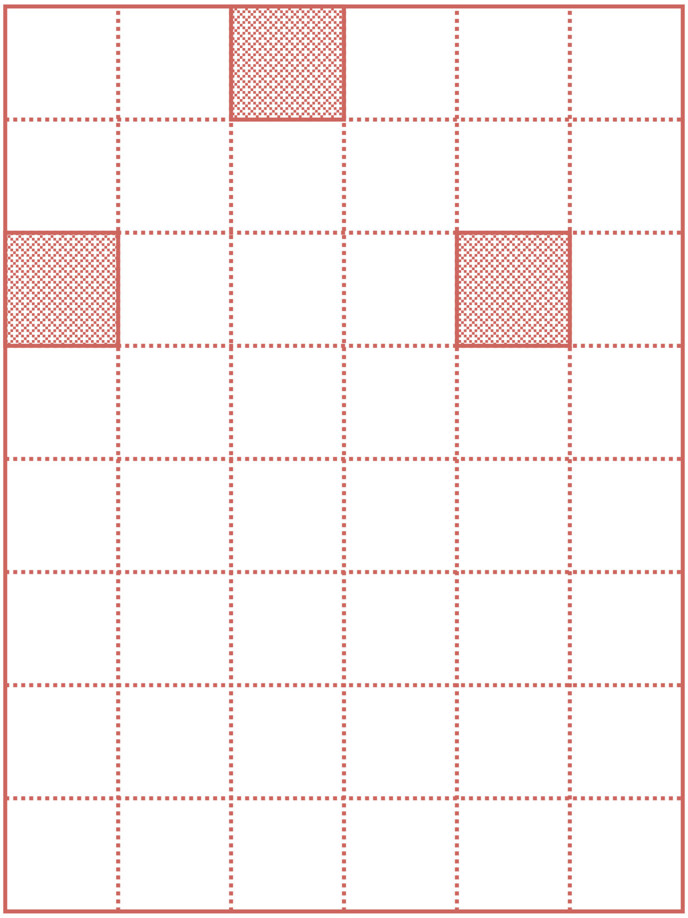
$45 = 7 \times 7 - 4$ (i)



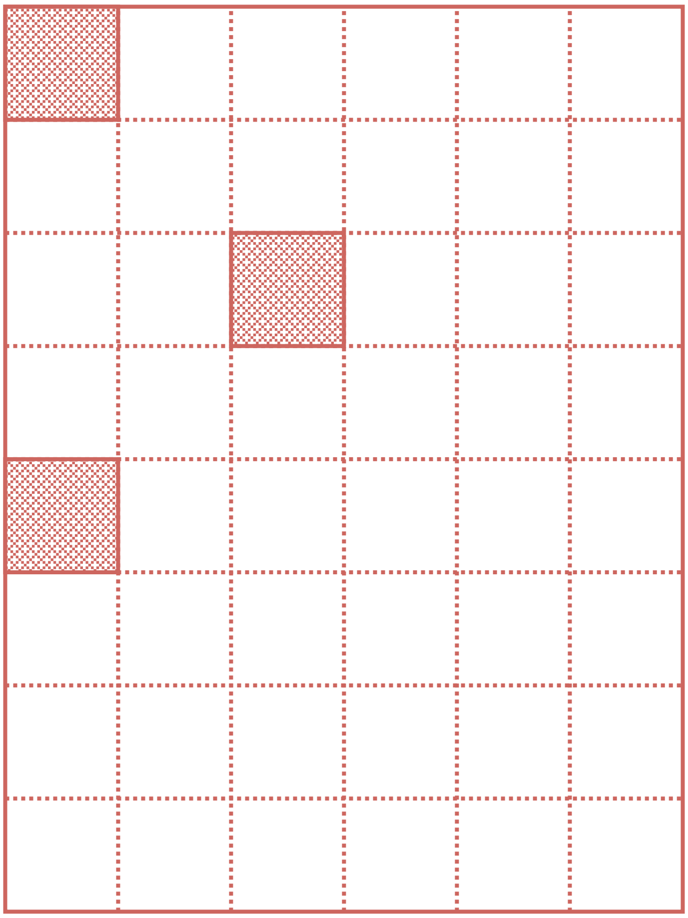
$45 = 6\times8 - 3$ (a)



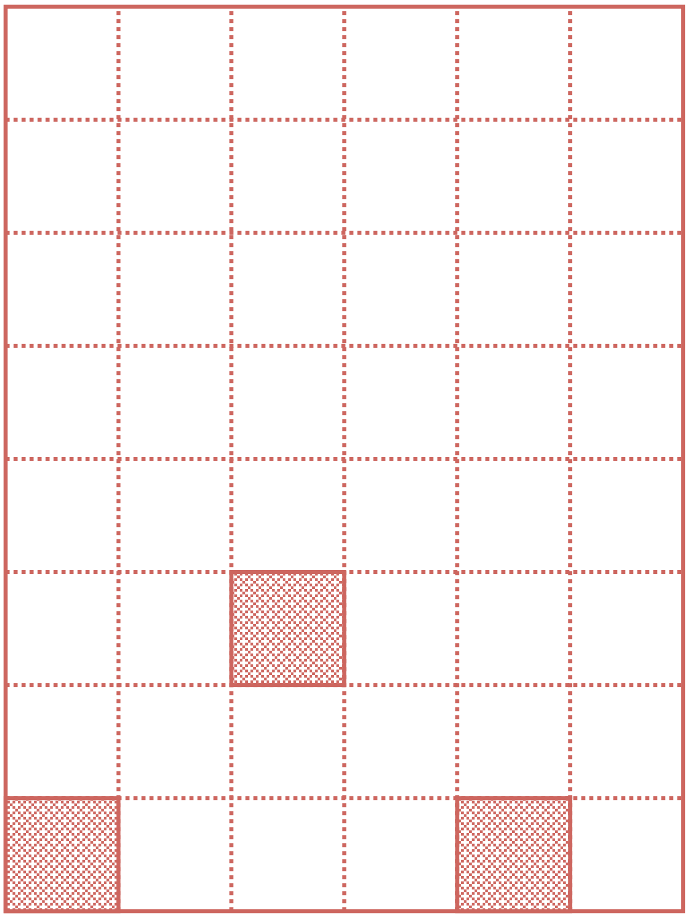
45 = 6×8 – 3 (b)



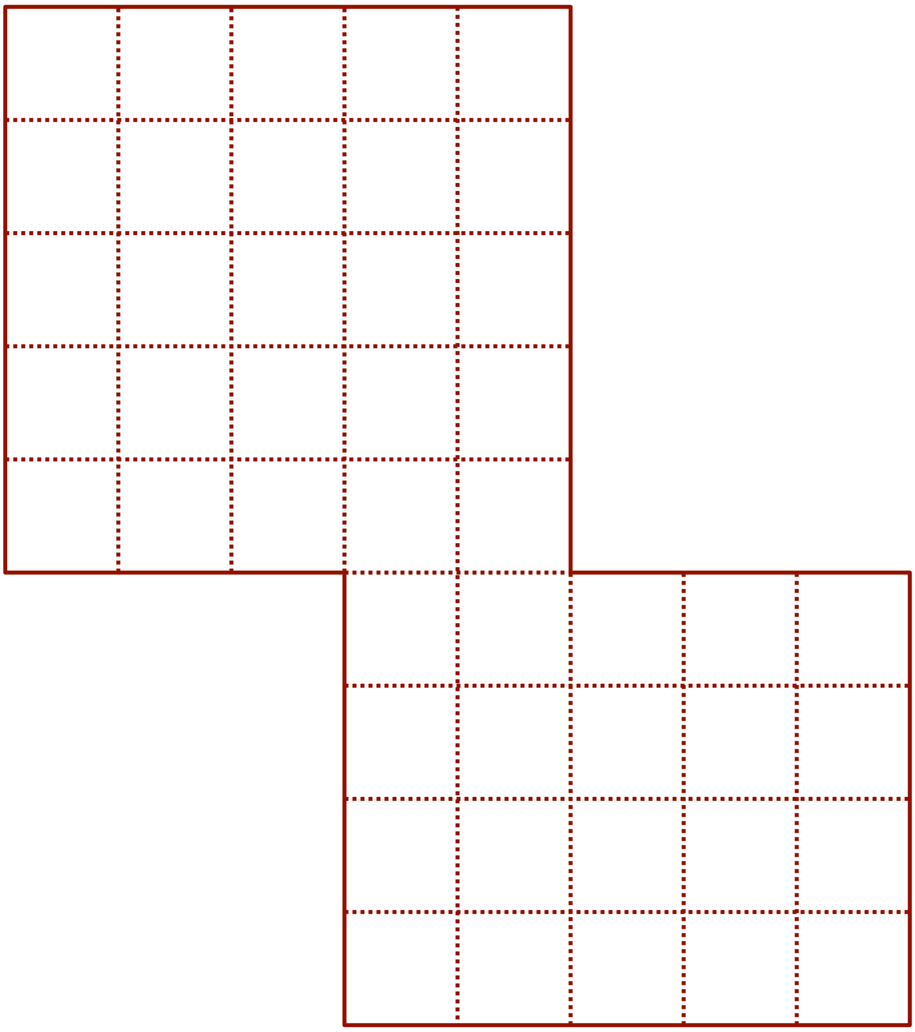
45 = 6×8 − 3 (c)



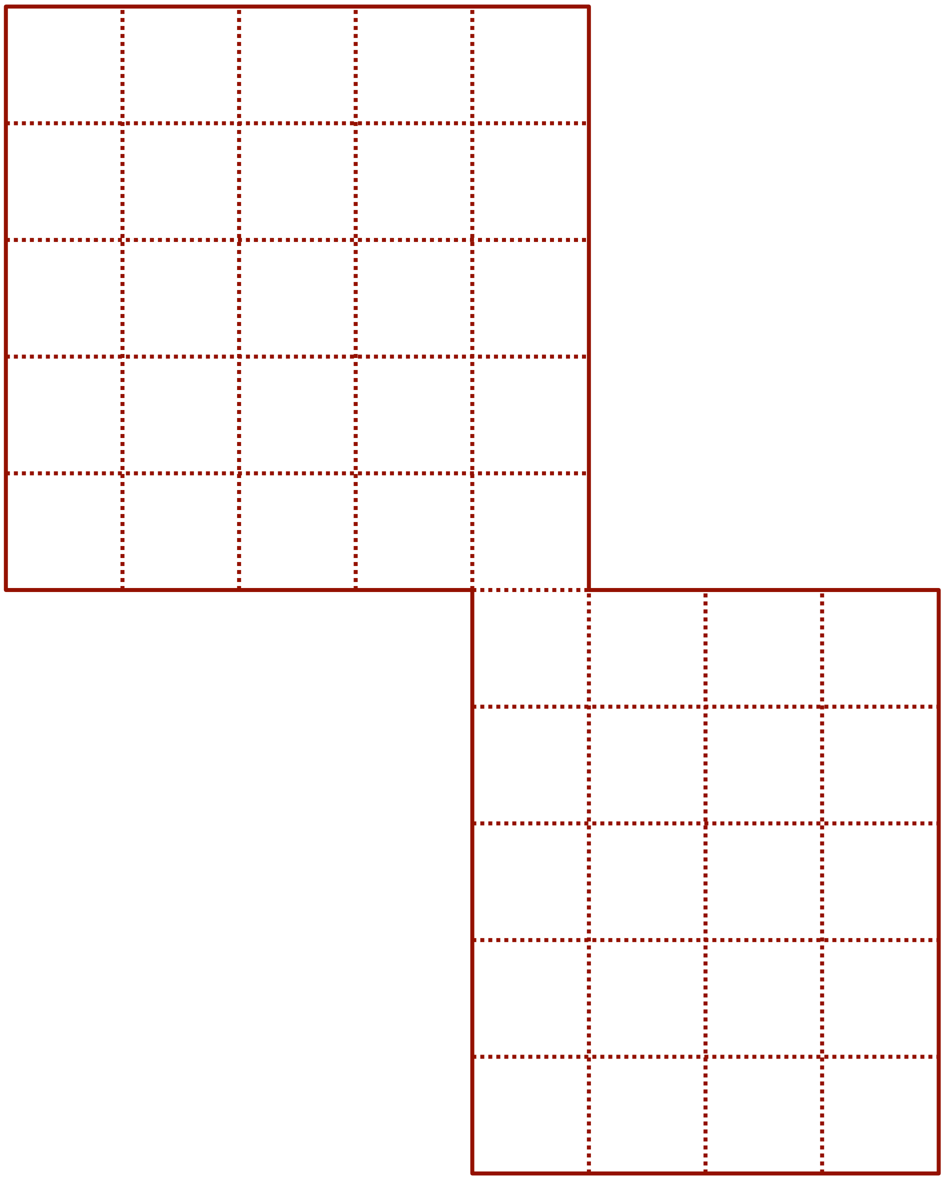
$45 = 6 \times 8 - 3$ (d)



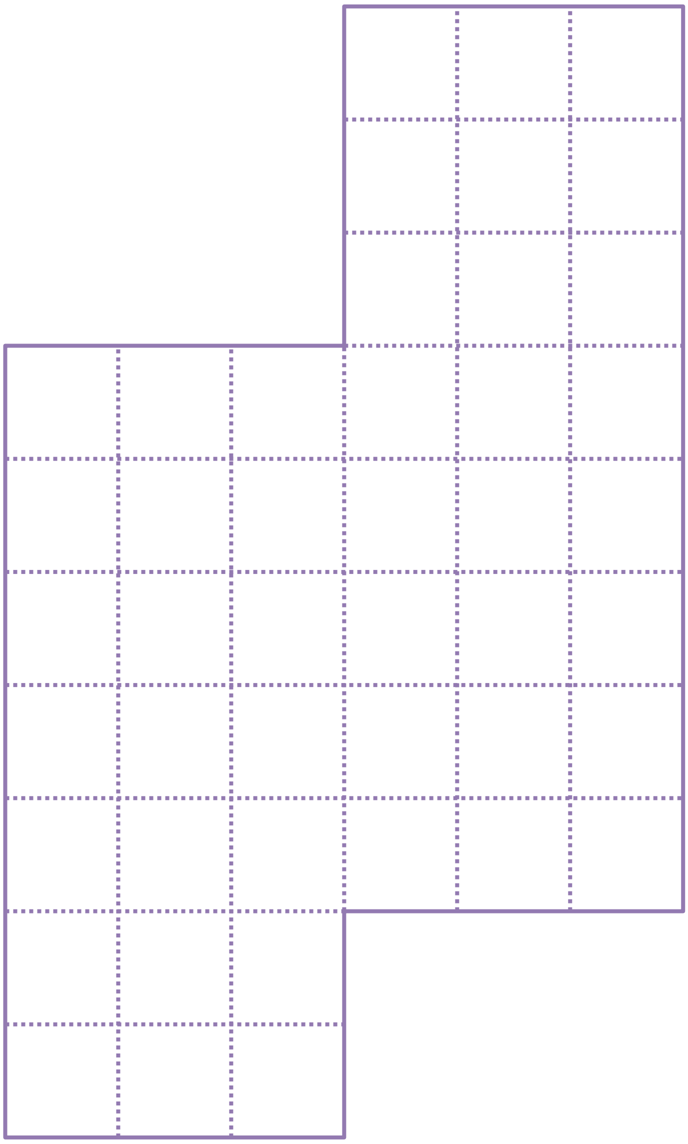
$45 = 5 \times 5 + 5 \times 4$ (a)



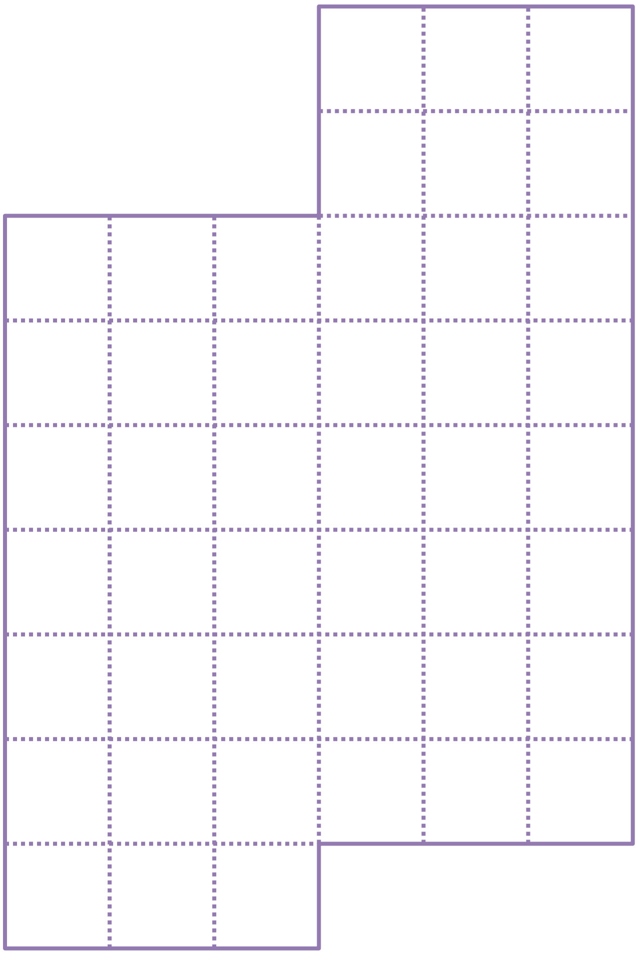
$45 = 5\times5 + 5\times4$ (b)



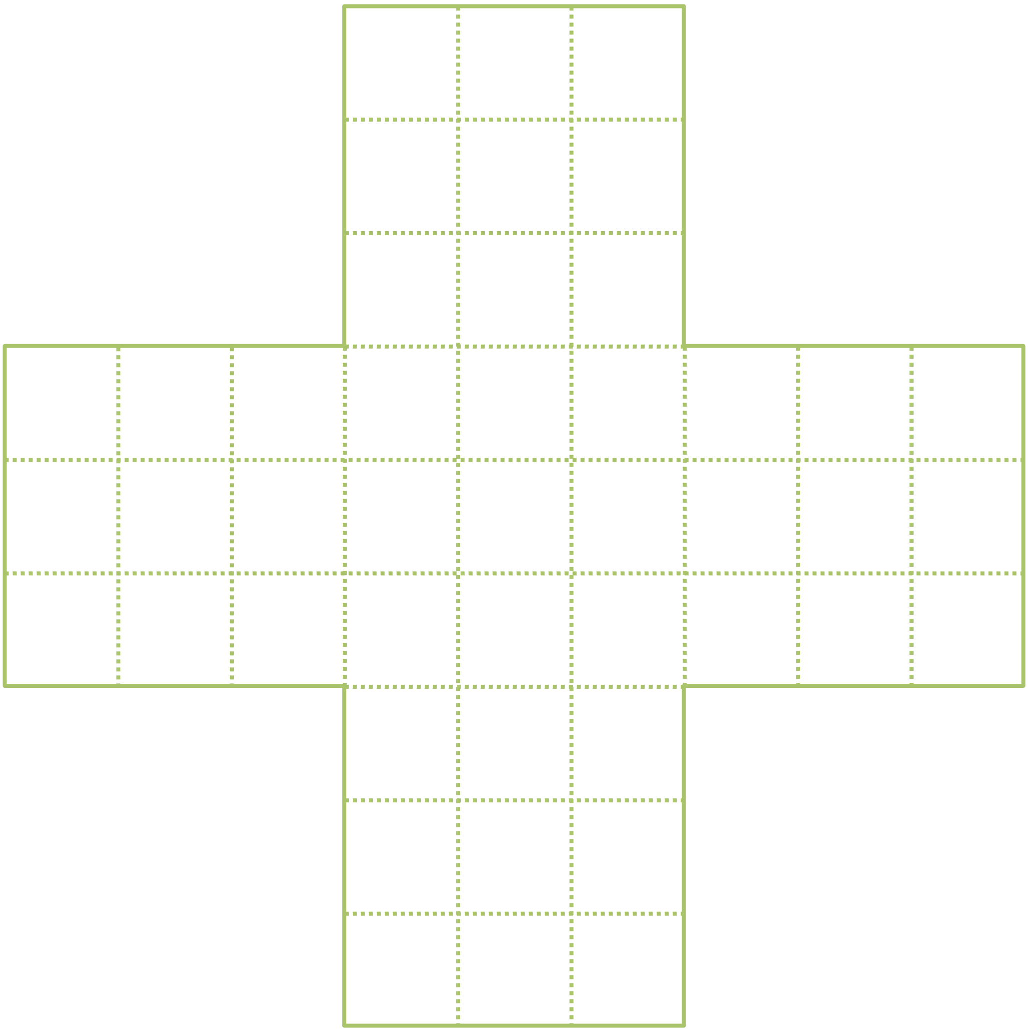
$$45 = 3\times 7 + 3\times 8 \text{ (a)}$$



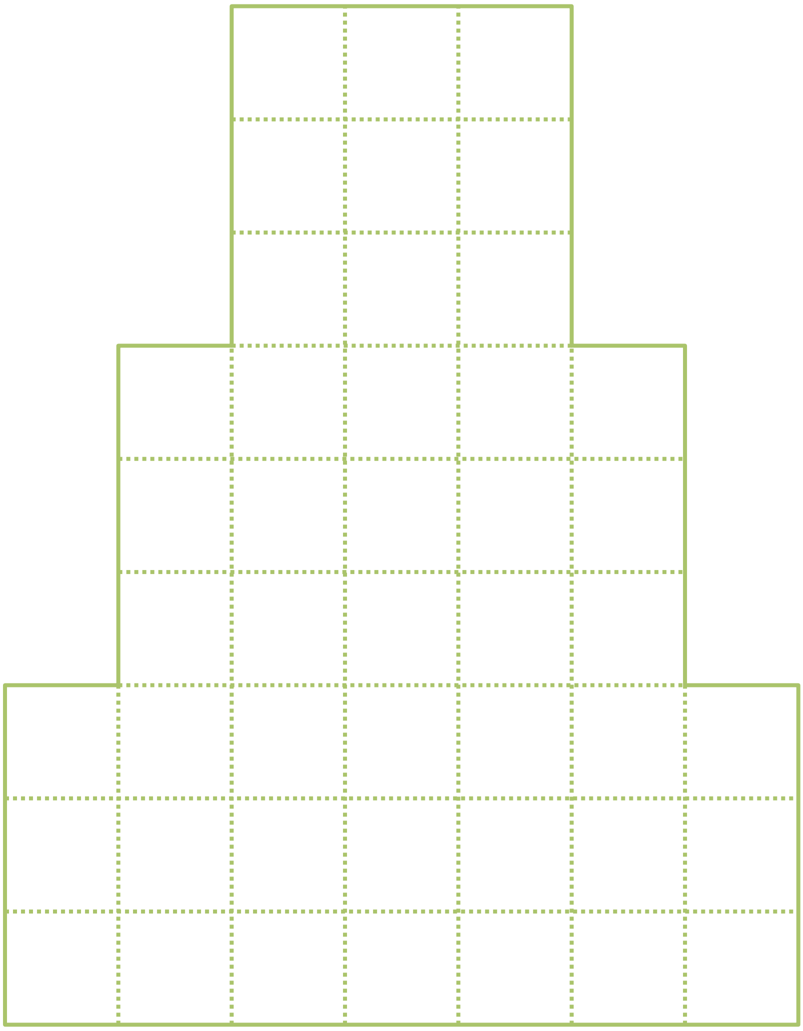
$45 = 3 \times 7 + 3 \times 8$ (b)



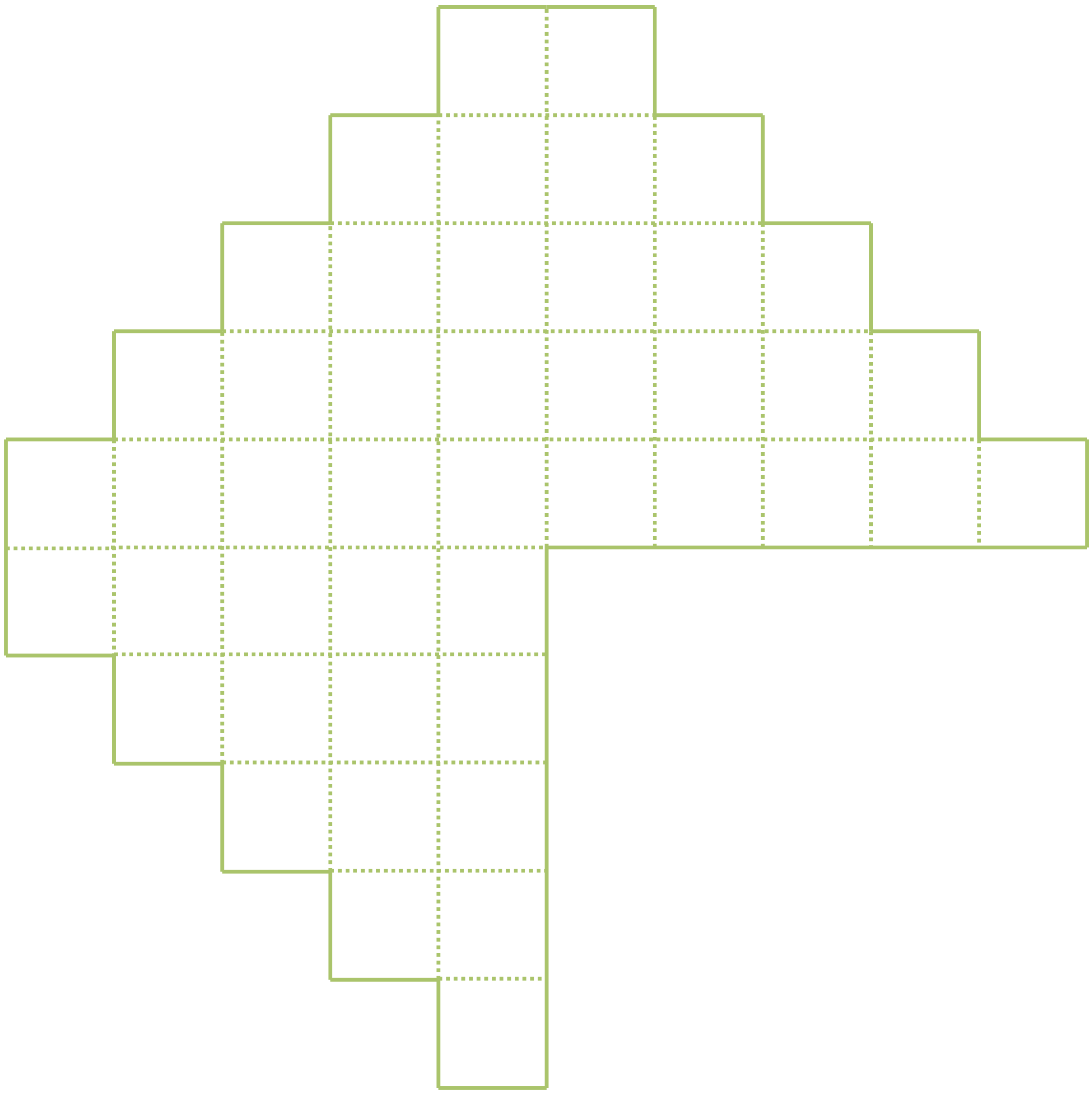
45 = 5×9



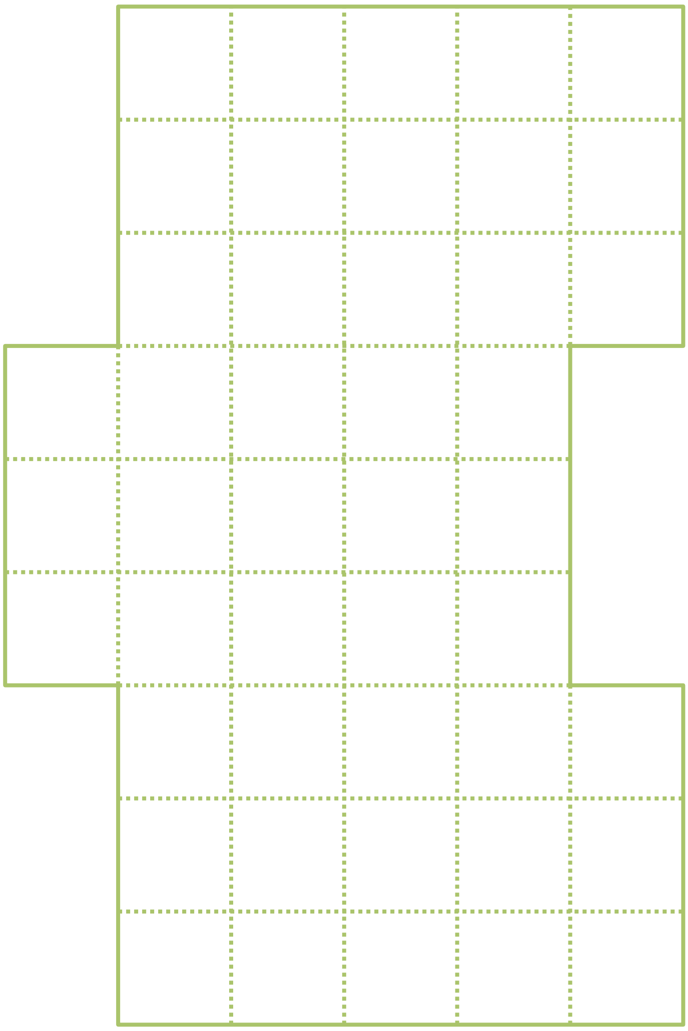
$$45 = 3\times3 + 3\times5 + 3\times7$$



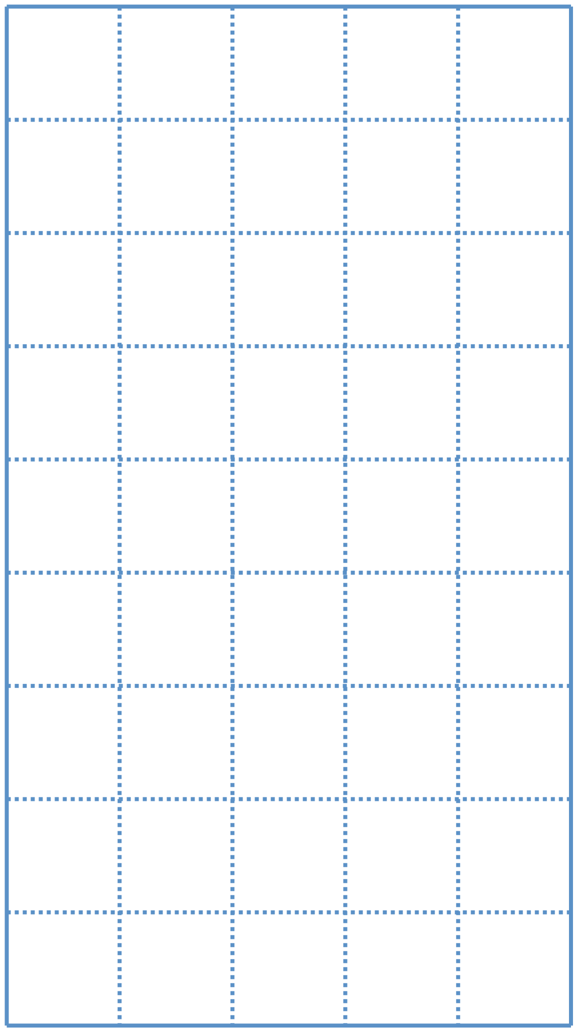
45 = 3×(1 + 2 + 3 + 4 + 5)



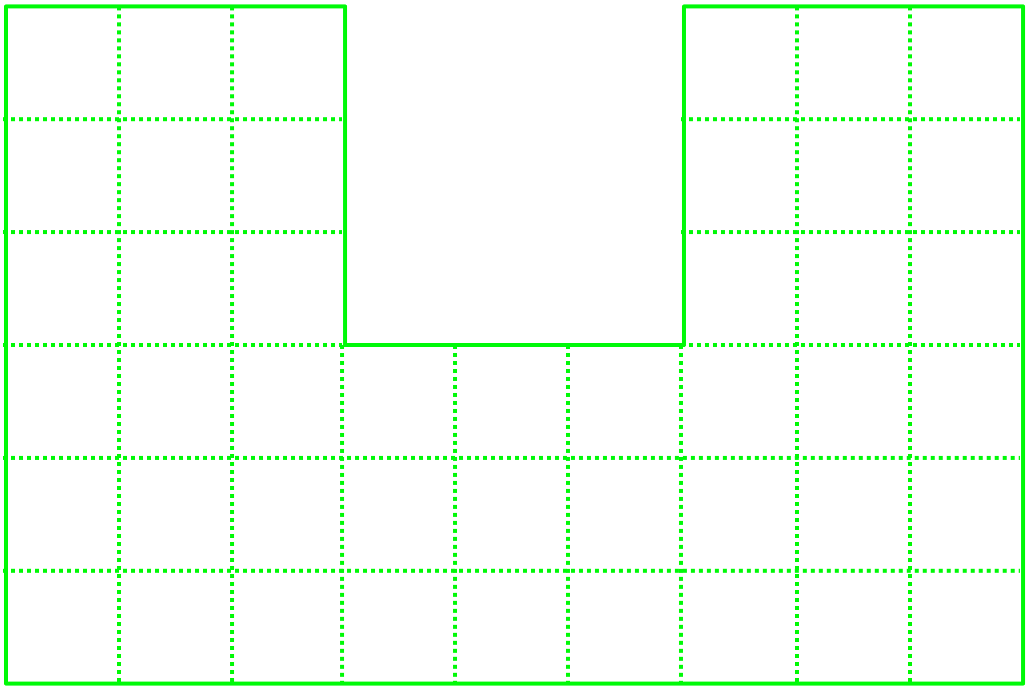
45 = 3×(3×5)

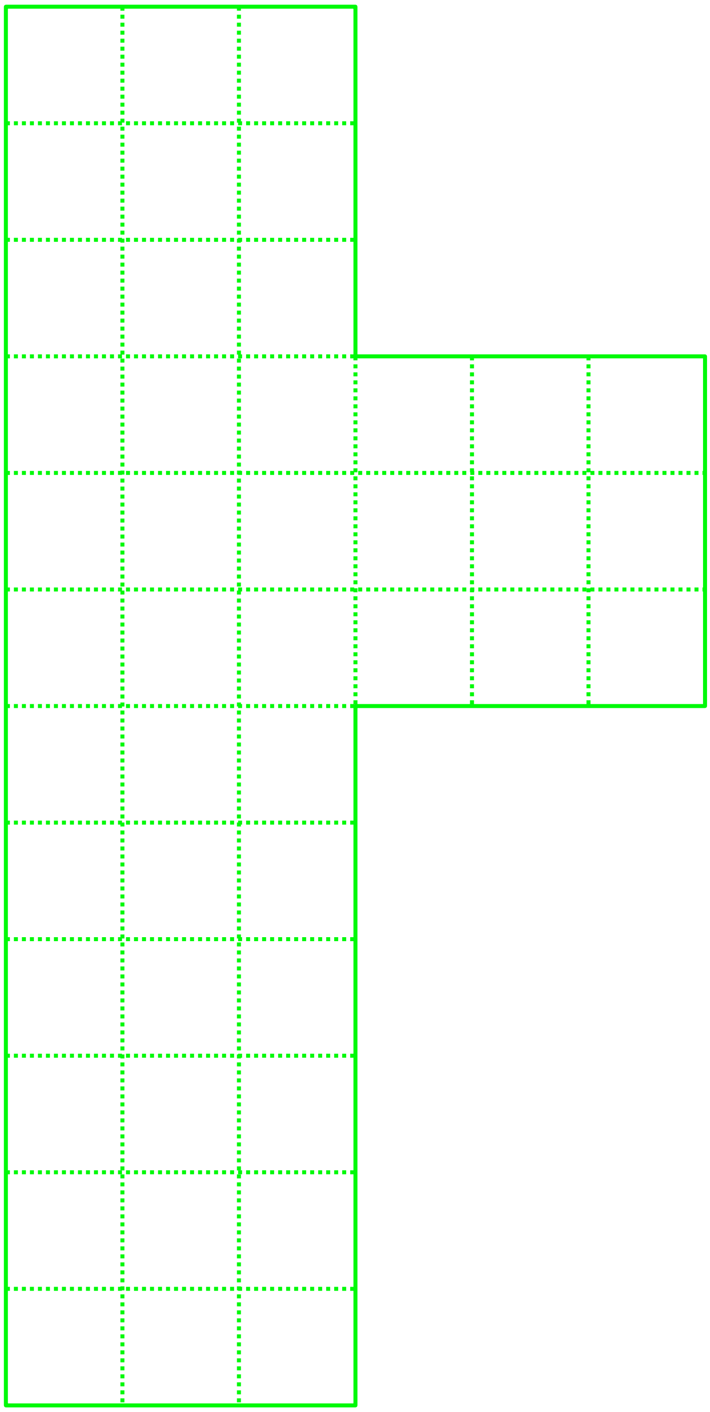


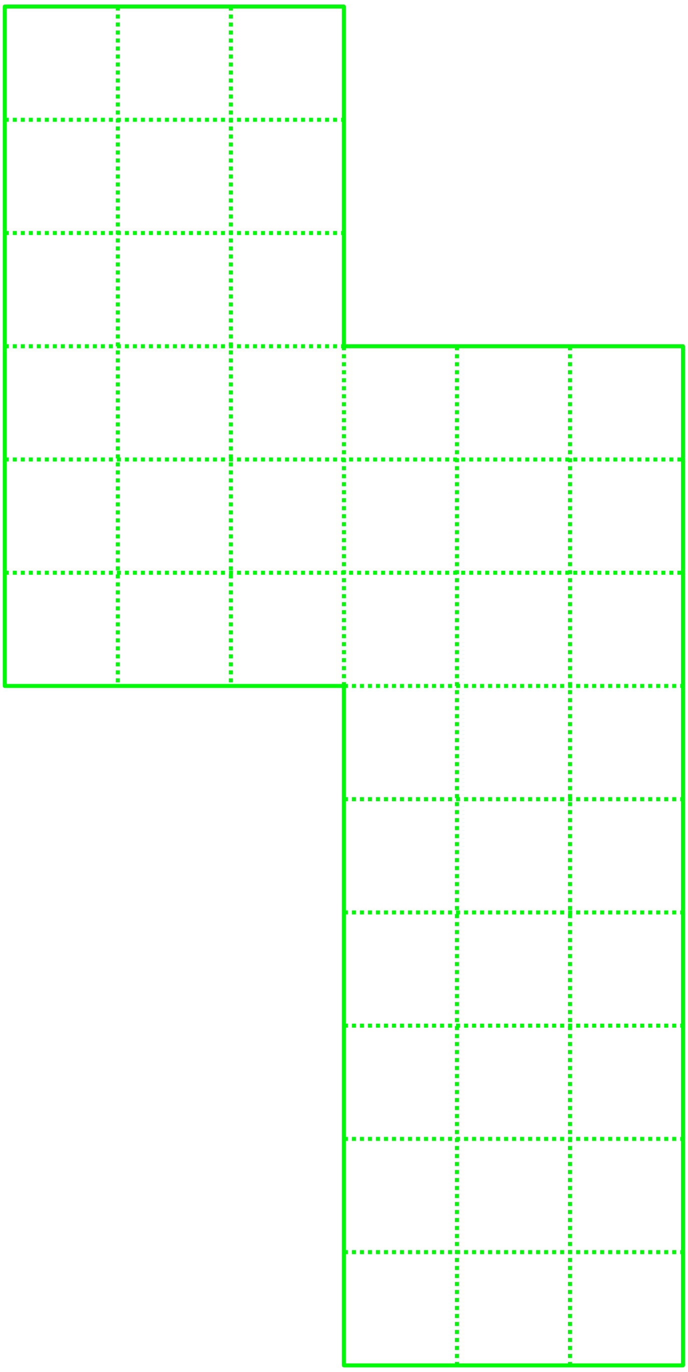
45 = 5×9

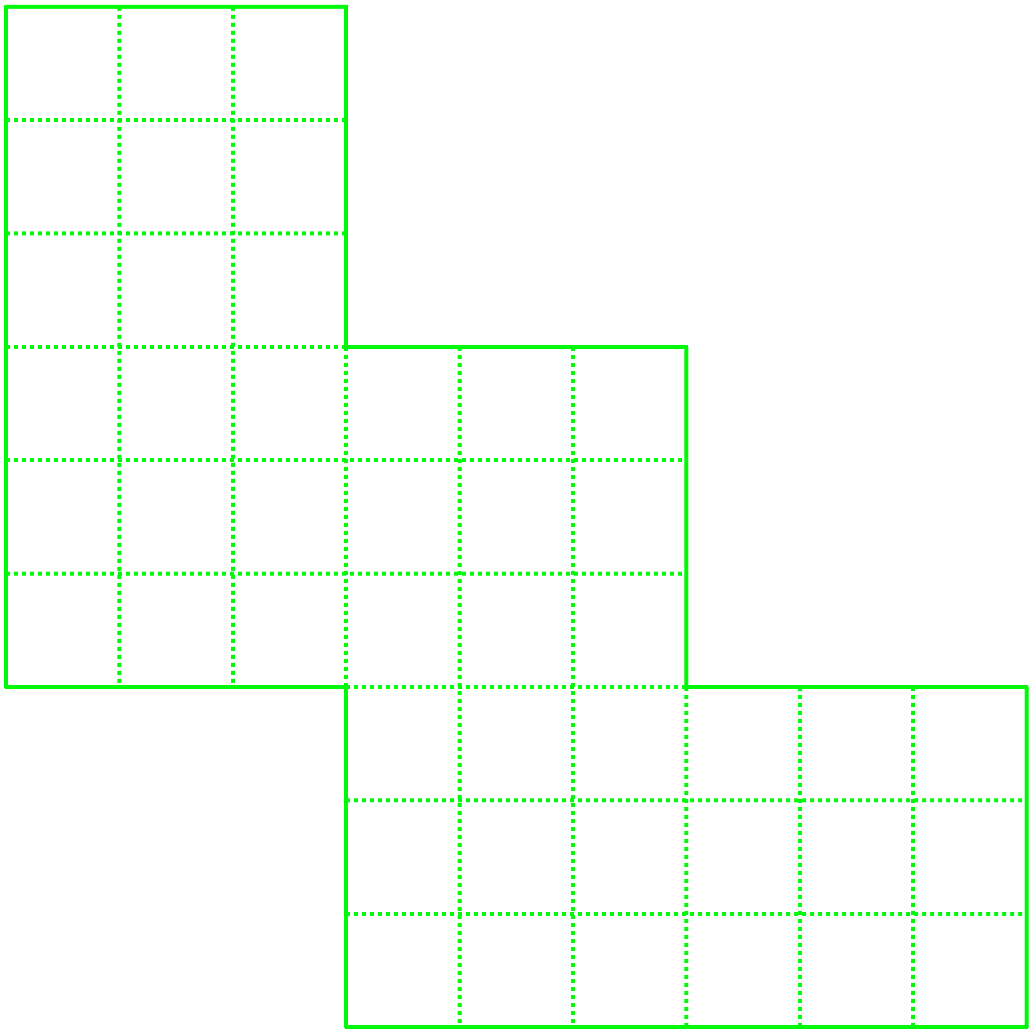


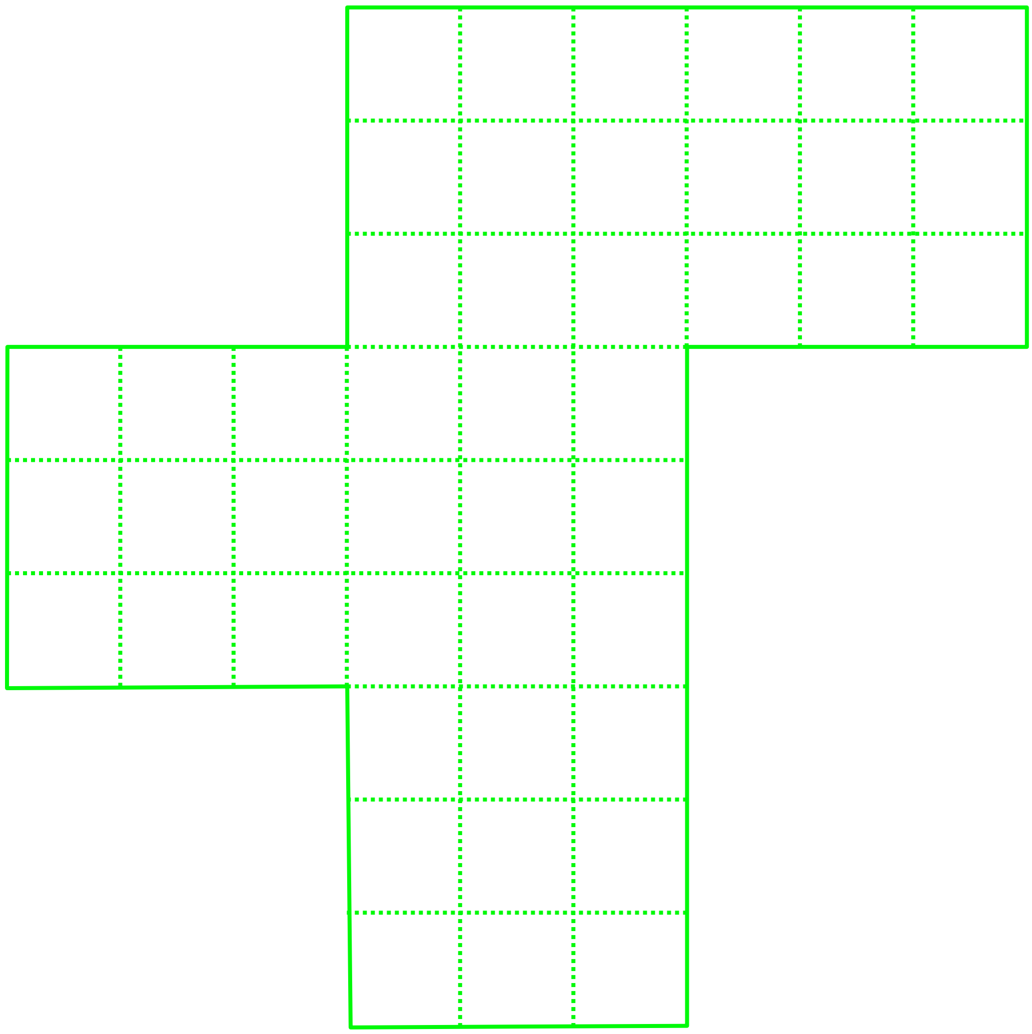
Rencontre avec neuf des douze Pentaminos

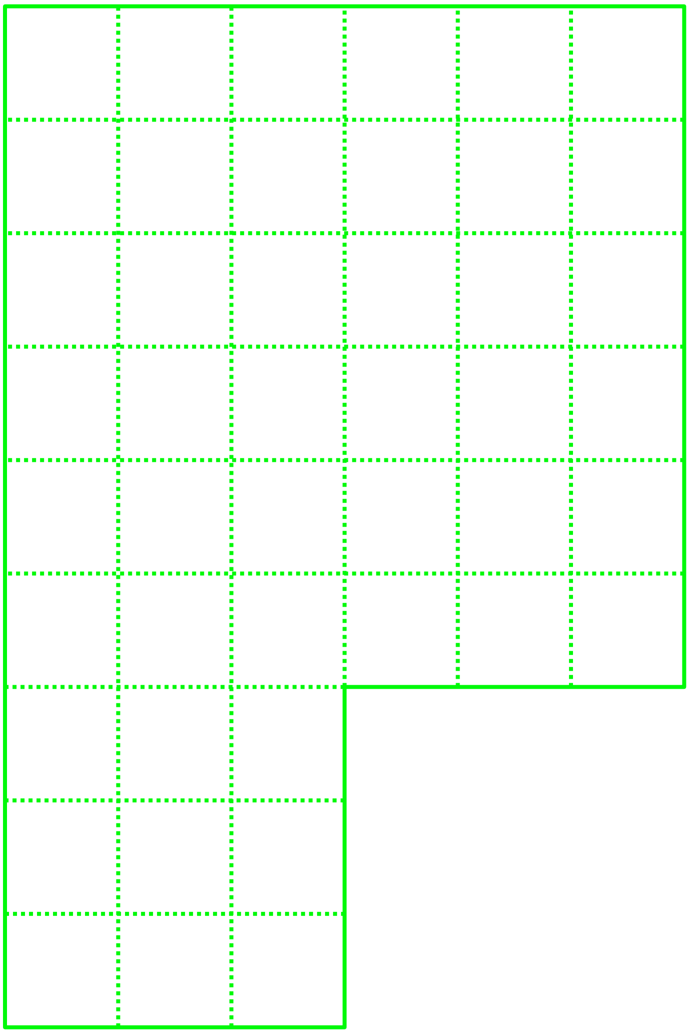


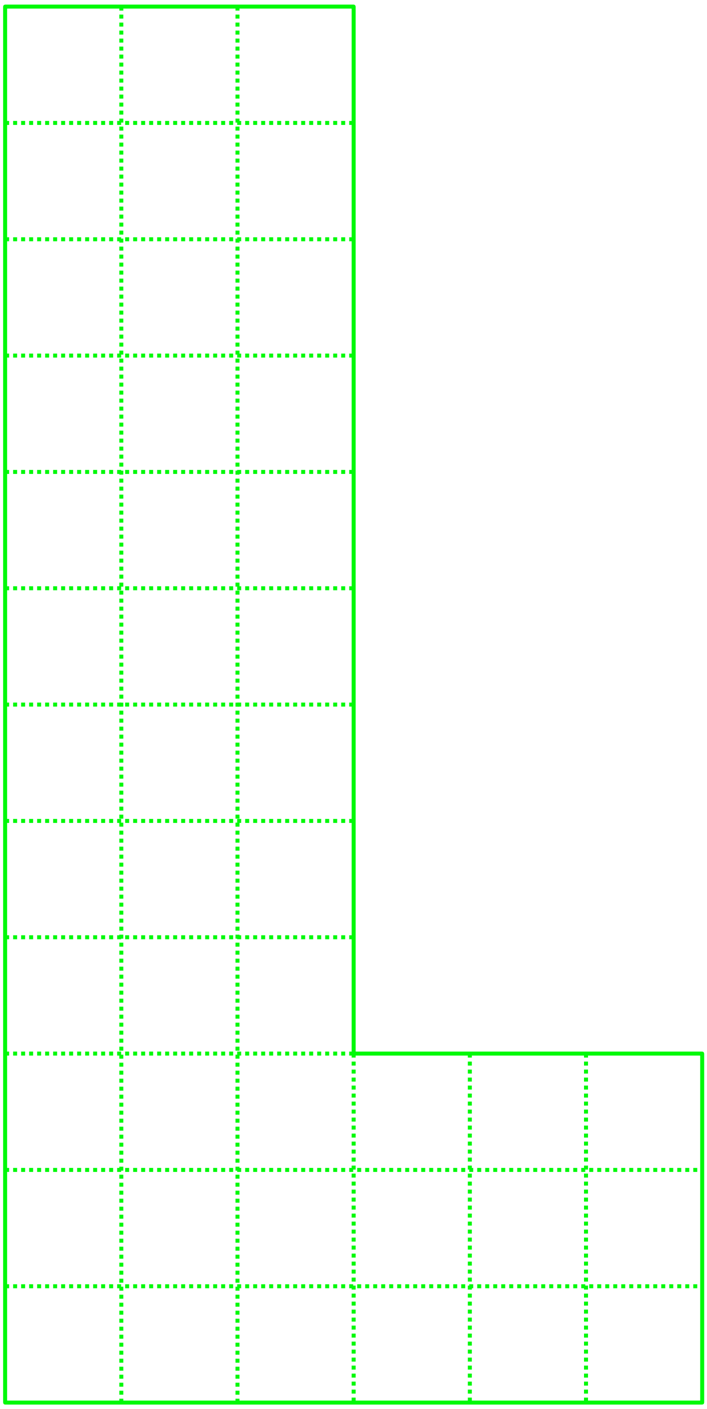


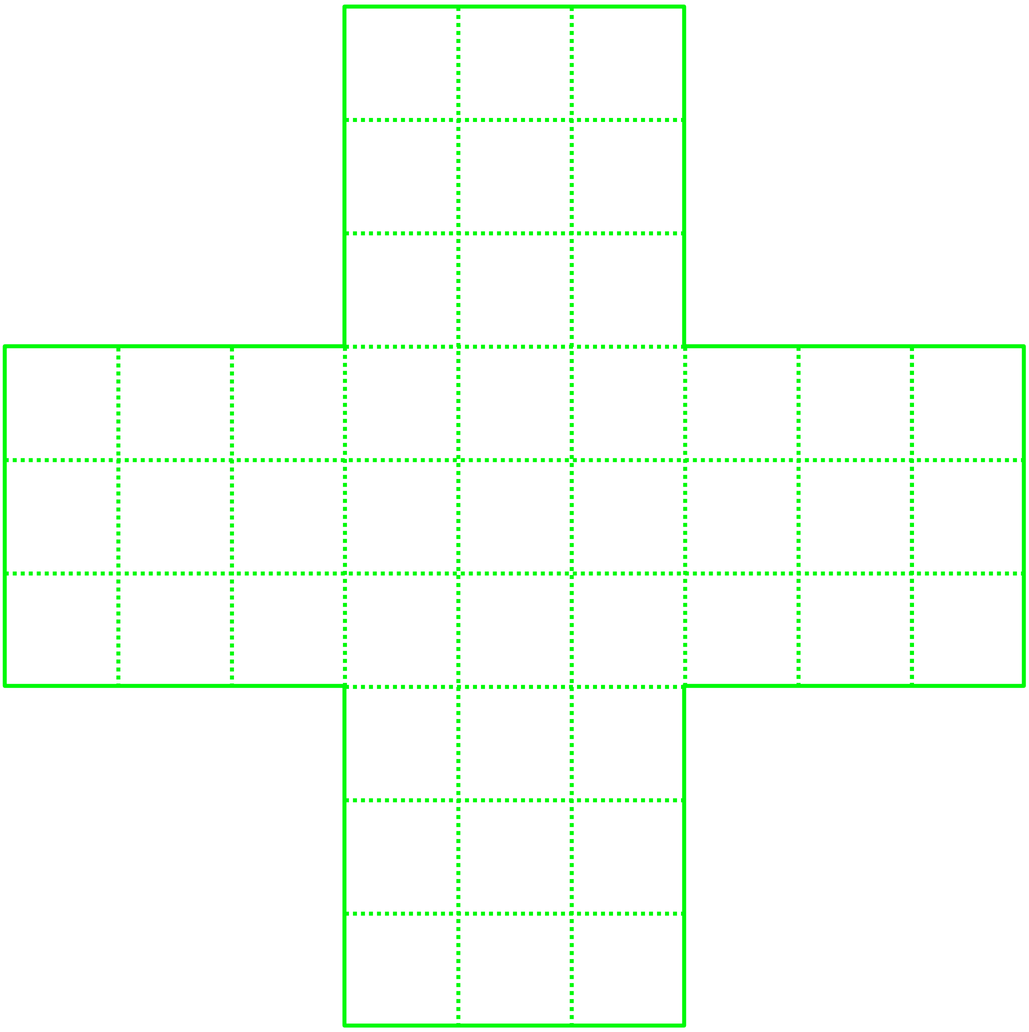


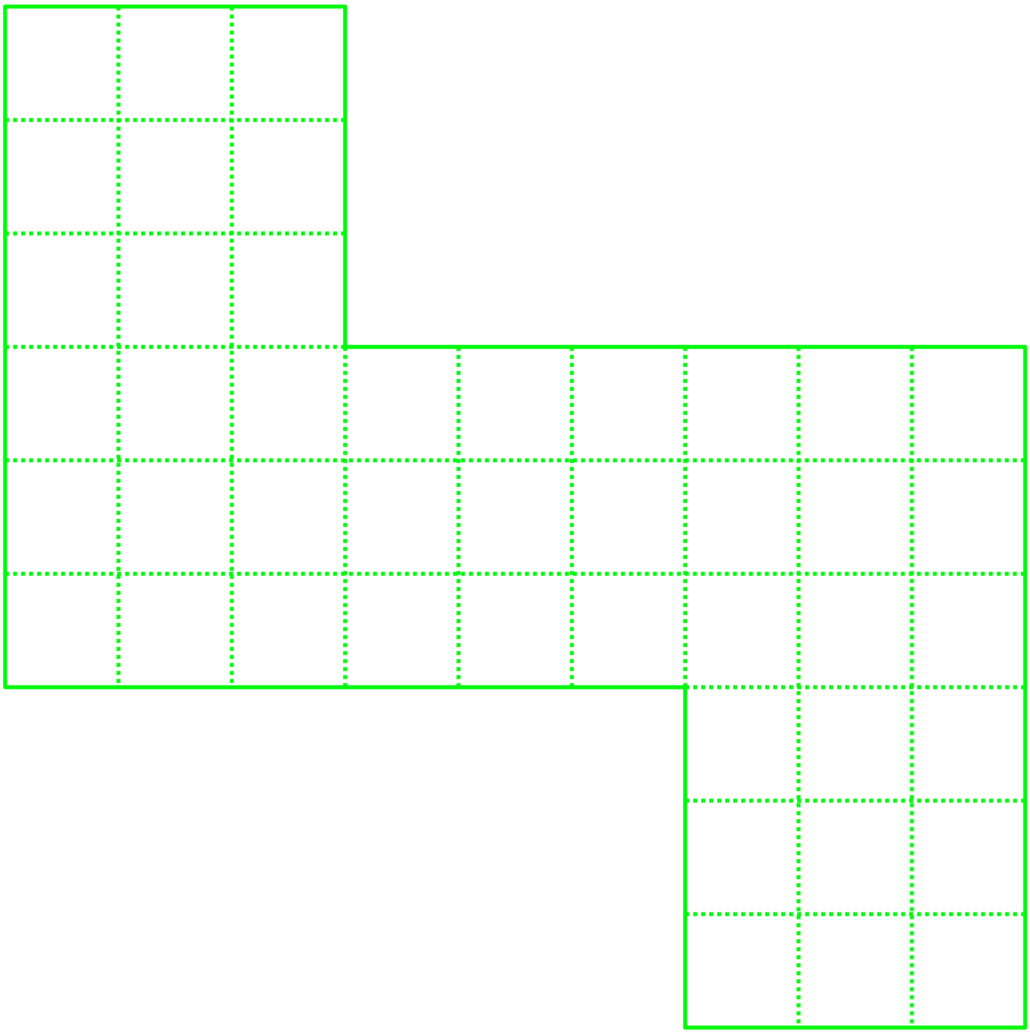






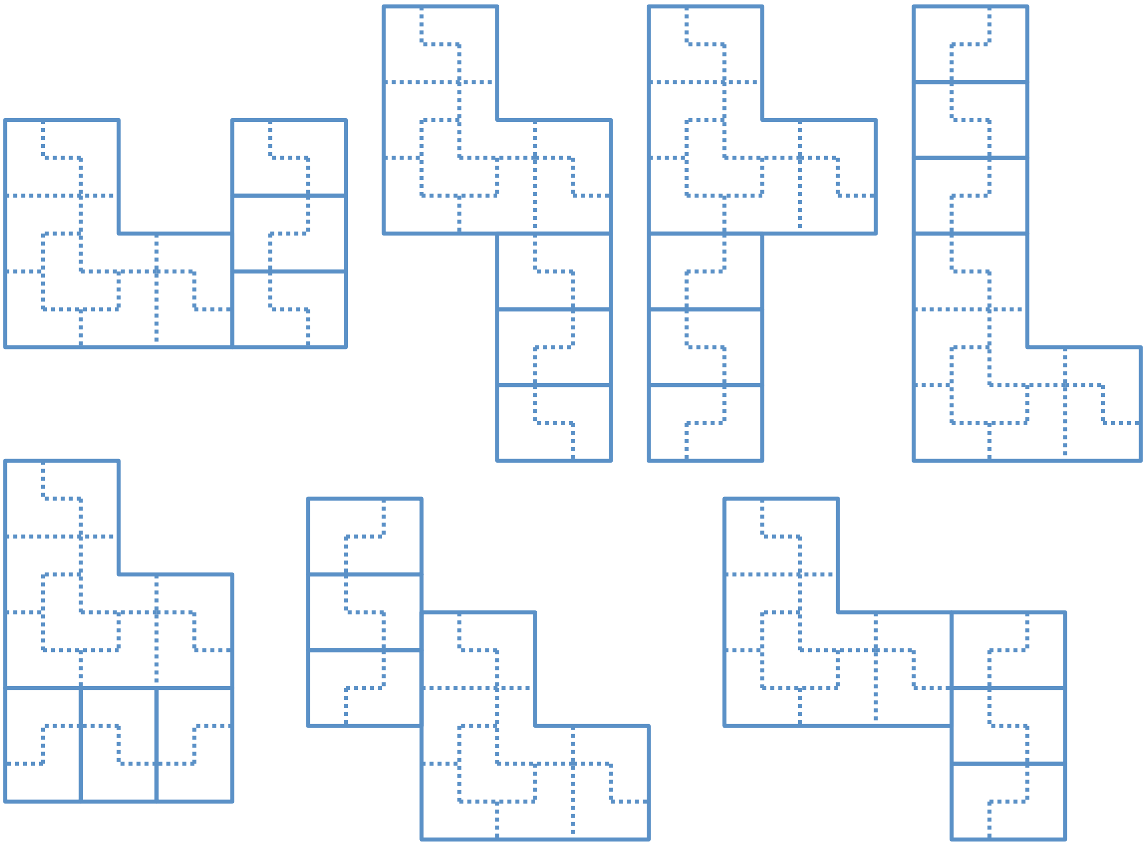




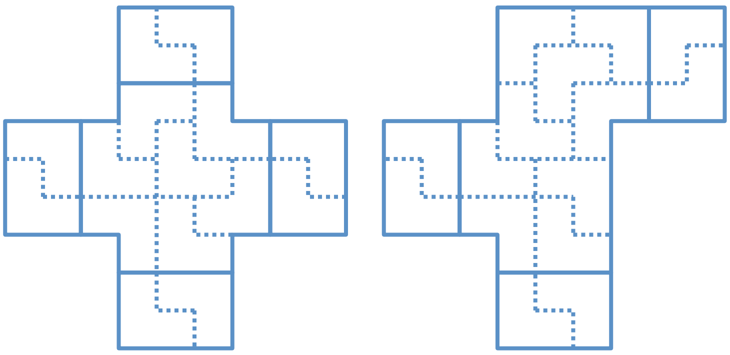


Rencontre avec neuf des douze Pentaminos : Éléments de solution

Sept Pentaminos peuvent être obtenus par assemblage d'un « Petit L » à l'échelle 3 et de trois rectangles 2×3 recouverts par des « Petits L » à l'échelle 1.



D'autres stratégies doivent être mises en œuvre pour le « X » et le « F ».

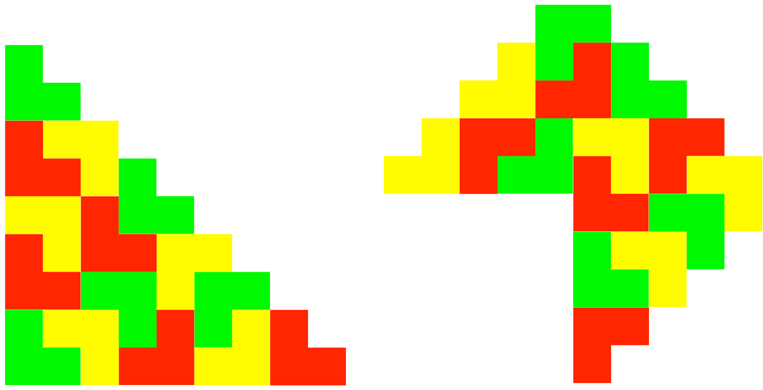


Le recouvrement des Pentaminos « I », « V » et « T » amène la nécessité de l'utilisation d'un carré 3×3. Un tel carré n'est pas recouvrable par des «Petits L » à l'échelle 1, ces trois Pentaminos sont donc également non recouvrables par des « Petits L » à l'échelle 1.

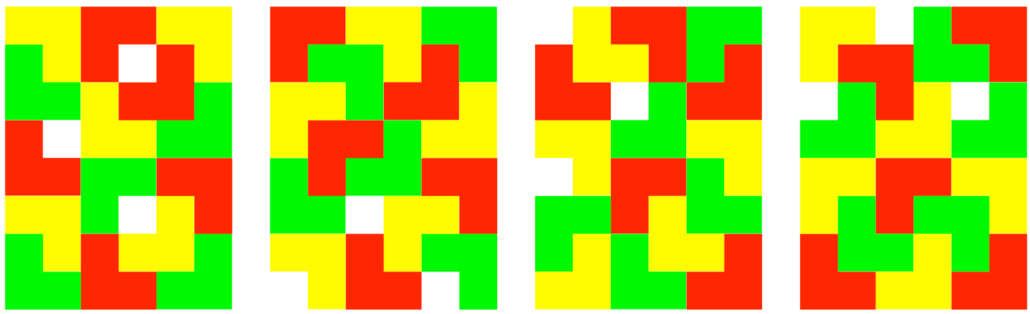
Les 3 fois 5 « Petits L » de trois couleurs différentes pourront colorier les dessins proposés.

Des solutions

45 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 et 45 = 3×(1 + 2 + 3 + 4 + 5)

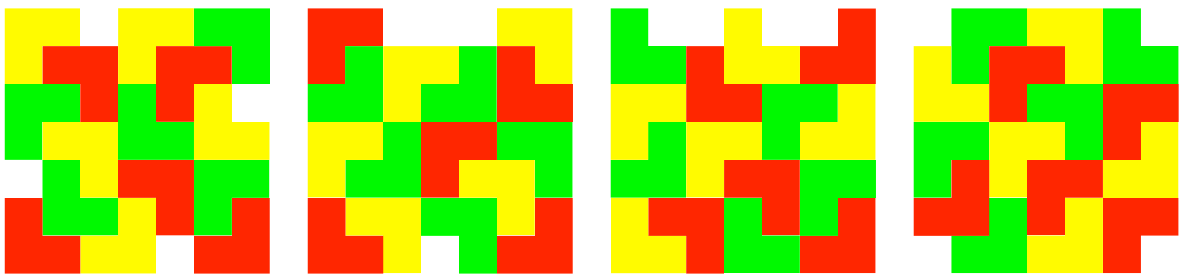


45 = 6×8 – 3

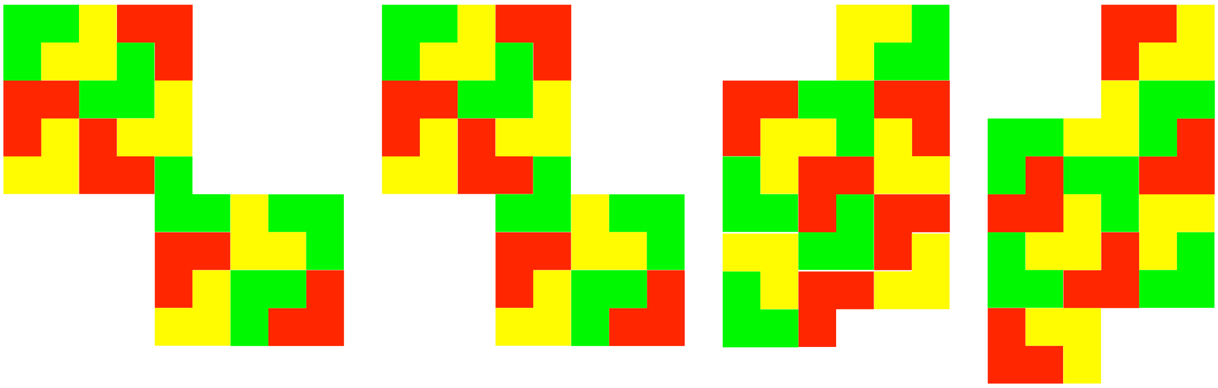


Remarque *: la solution de droite laisse apparaitre dans les quatre dernières lignes un rectangle 6×4 dans lequel aucun rectangle 3×2 n'est visible. Existe-t-il un tel rectangle qui utilise moins de « Petits L » ?*

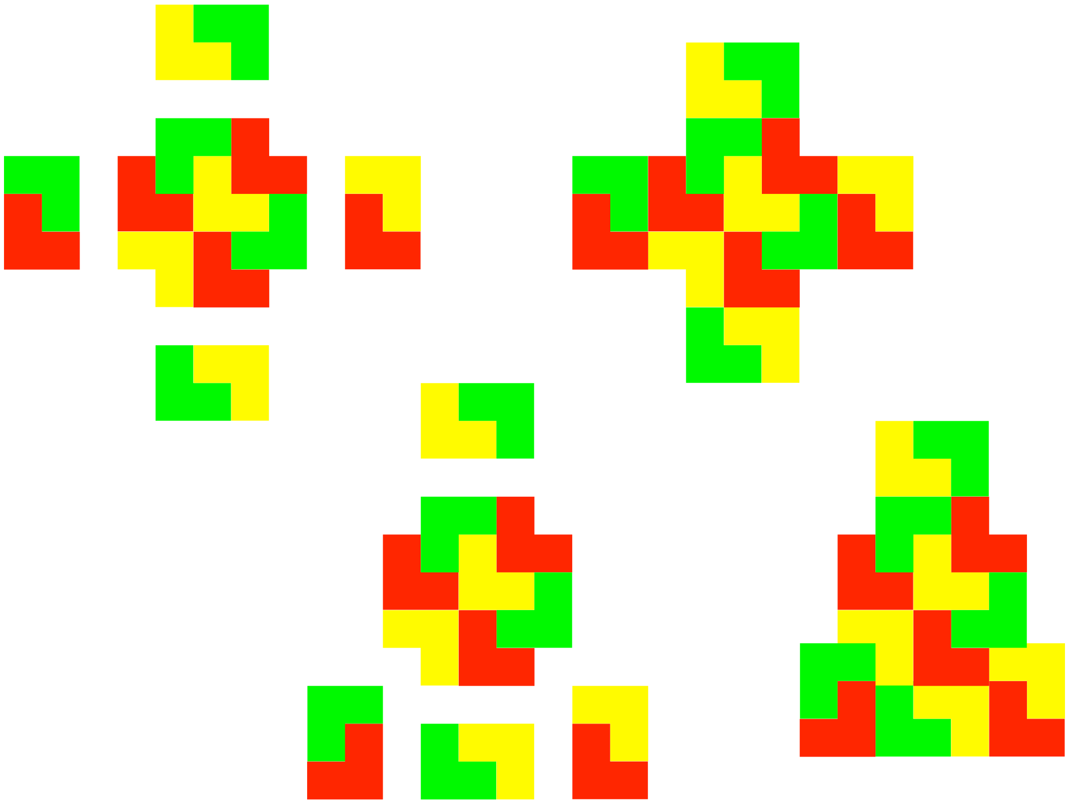
45 = 7×7 – 4



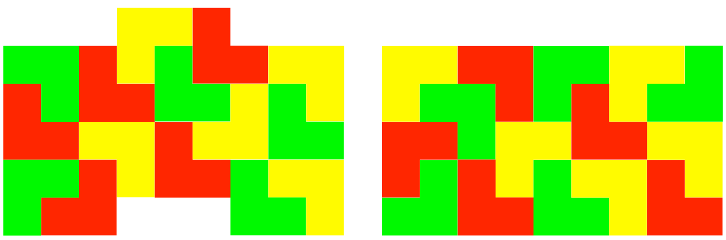
45 = 5×5 + 5×5 et 45 = 3×7 + 3×8



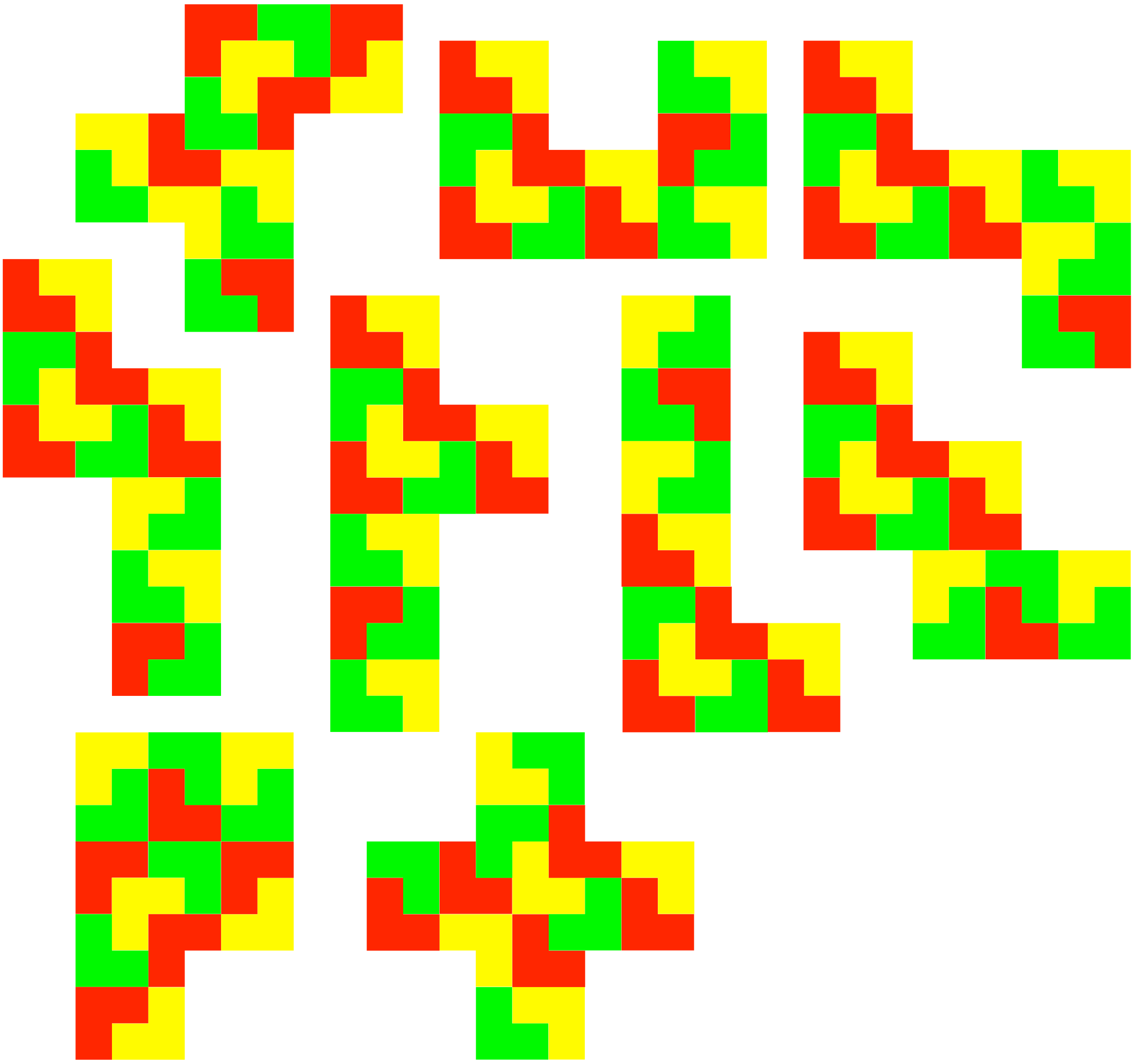
45 = 5×(3×3) et 45 = 3×3 + 3×5 + 3×7



45 = 3×(3×5) et 45 = 5×9



Les neuf Pentaminos recouverts



Des « Petits L » à imprimer sur trois feuilles de papier de couleurs différentes