

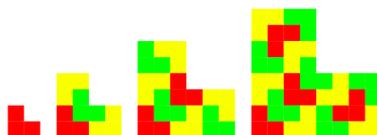
DANS NOS CLASSES**Des « Petits L » à l'école élémentaire**

N.D.L.R. Cet article fait suite à des expérimentations en CM1-CM2 menées en Moselle par Laurent Marx, à Lyon par François Soulard et en Meuse par François Drouin.

Faire recouvrir des « Petits L » dessinés aux échelles 1, 2, 3 et 4 par des « Petits L » échelle 1 est une activité d'un atelier au Jardin des Enfants de la Science, sur le Campus de Metz-Bridoux.

<http://apmeplorraine.fr/pv/PV121.pdf> : le Petit Vert 121 de Mars 2014 contient une présentation de cette manifestation.

<http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Semblable.pdf> : PLOT n°6 (2004) contient l'activité « Semblable à soi même » qui avait été mise en œuvre en collège.



L'envie est venue de profiter de la « Semaine des Mathématiques » de mars 2014 pour travailler avec des collègues de l'école élémentaire à la mise en œuvre des activités mises en annexe. Nous voulions en particulier étudier le comportement des élèves face à la question « Combien faudrait-il de pièces à l'« échelle 1 » pour recouvrir le dessin à l'« échelle 10 » ? », question à propos de laquelle nous n'avions pas le temps de faire travailler les élèves à Metz-Bridoux.

Quelques anticipations faites avant le déroulement en classe

Les élèves auront à recouvrir les dessins aux différentes échelles, faire dénombrer les pièces utilisées, se poser la question pour l'échelle 10 (l'enseignant devra éventuellement donner comme aide le nombre de pièces nécessaires pour l'échelle 5).

Il faudra sans doute donner du sens aux expressions « échelle 1 », « échelle 2 », « échelle 3 », « échelle 4 » : les dimensions sont inchangées (multipliées par 1) ou multipliées par 2, 3 ou 4. Cette activité sera l'occasion de mesurer des aires avec d'autres unités que des aires de carrés. Elle montrera sur des exemples que lorsque les longueurs sont multipliées par un nombre, il n'en est pas de même pour les aires.

La question à propos du nombre de pièces nécessaires pour recouvrir le dessin « échelle 10 » ne sera peut-être abordée qu'avec les élèves de CM2.

Première méthode envisagée

Échelle 1	Échelle 2	Échelle 3	Échelle 4	Échelle 5
$1 = 1 \times 1$	$4 = 2 \times 2$	$9 = 3 \times 3$	$16 = 4 \times 4$	$25 = 5 \times 5$

La suite des nombres de couleur donne envie de poursuivre.

Échelle 6	Échelle 7	Échelle 8	Échelle 9	Échelle 10
$36 = 6 \times 6$	$49 = 7 \times 7$	$64 = 8 \times 8$	$81 = 9 \times 9$	$100 = 10 \times 10$

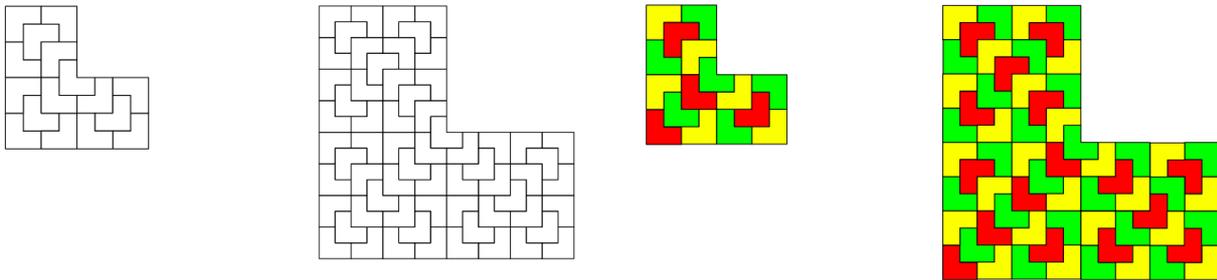
Deuxième méthode envisagée

Échelle 1	Échelle 2	Échelle 3	Échelle 4	Échelle 5
1	$1 + 3 = 4$	$4 + 5 = 9$	$9 + 7 = 16$	$16 + 9 = 25$

La suite des nombres de couleur rouge donne envie de poursuivre.

Échelle 6	Échelle 7	Échelle 8	Échelle 9	Échelle 10
$25 + 11 = 36$	$36 + 13 = 49$	$49 + 15 = 64$	$64 + 17 = 81$	$81 + 19 = 100$

Pour les élèves de CM1, l'activité de recouvrement sera prolongée par une activité de coloriage avec contrainte de recouvrements « échelle 4 » et « échelle 8 » (annexe 2). Le concept d'aire n'est pas alors utilisé, le travail pourra être amorcé à l'aide du TBI, permettant ainsi de s'assurer de la compréhension des contraintes de coloriage. Une question va peut-être apparaître : les coloriages obtenus sont-ils toujours symétriques ?



Les élèves à l'aise avec la notion de symétrie orthogonale auront par la suite l'occasion de rencontrer à nouveau un recouvrement « échelle 4 » (annexe 3). L'activité aborde le placement symétrique de « Petits L ». L'axe de symétrie n'est ni horizontal ni vertical, ce qui perturbera sans doute quelques élèves. En aide, il sera possible de faire pivoter la feuille de travail des élèves pour rendre cet axe vertical ou horizontal. Ce pivotement sera sans doute moins aisé si la figure est présentée à l'aide du TBI. Une pièce pourra être dessinée sur la partie grisée de l'image projetée, il pourra être ensuite demandé de dessiner la pièce symétrique.

Comptes rendus d'expérimentations

Mars 2015, en Meuse pendant la semaine des Mathématiques

En CM1 (45 min)

Le mot « échelle » présent à côté des dessins à recouvrir n'était pas connu des élèves. Il leur a été expliqué que par exemple « échelle 3 » signifiait que les dimensions étaient multipliées par 3, que « échelle 1 » signifiait que le dessin avait les mêmes dimensions qu'une pièce (il faudrait aussi redire ou rappeler l'effet de la multiplication par 1).

Il manquait des pièces pour que chaque élève puisse effectuer le recouvrement échelle 4 : les plus rapides ont confié leurs pièces à ceux qui n'avaient pas encore fini le recouvrement à l'échelle 3. D'autres « Petits L » ont été par la suite donnés à l'école pour de futures utilisations en classe.

Le recouvrement à l'échelle 2 a été trouvé par tous, le recouvrement à l'échelle 3 a pris du temps chez certains élèves. Une aide leur a été apportée par le placement d'une pièce sur l'axe de symétrie (ces considérations de symétrie n'ont pas été évoquées, la pièce a été placée par l'enseignant). Deux élèves ont eu besoin du placement de plus d'une pièce.

Lors de la recherche du recouvrement « échelle 4 », un élève a compris l'impossibilité du recouvrement d'un carré 3×3 . Il a pris conscience qu'il ne fallait pas qu'il reste un tel carré à recouvrir. Les élèves plus rapides ont réussi le recouvrement « échelle 4 », les autres pourront le tenter plus tard. La notion d'aire n'était pas encore abordée, nous nous sommes contentés de parler du nombre de pièces utilisées. Il a été fait constater que lorsque les dimensions sont multipliées par 2, 3 ou 4, le nombre de pièces n'était pas multiplié par 2, 3 ou 4. Il aurait peut-être pu être demandé de voir ce qui se passe avec le périmètre.

L'activité « coloriage » a ensuite été proposée aux « rapides » qui avaient terminé le recouvrement « échelle 4 » et aux « lents » lorsqu'ils avaient réussi le recouvrement « échelle 3 ». Des coloriages à 5 ou 6 couleurs ont été trouvés pour le dessin de la solution « échelle 4 », mais rapidement des solutions à 3 couleurs sont apparues, motivant les élèves dans leur recherche (un élève ayant utilisé 6 couleurs a demandé une seconde feuille pour reprendre sa recherche).

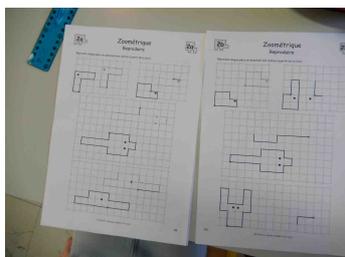
Un élève, fier d'avoir trouvé 3 couleurs pour le dessin « échelle 4 » a mis un point d'honneur à trouver une stratégie pour obtenir le même nombre de couleurs pour le dessin « échelle 8 » en travaillant sur des régularités de placement des pièces de même couleur. Plusieurs élèves se sont vite persuadés qu'il fallait plus de deux couleurs et ont tout fait pour n'en utiliser que 3. Leur réflexion a plusieurs fois abouti, dans d'autres cas, une quatrième couleur a dû être utilisée en fin de coloriage.

Les coloriages n'utilisant que trois couleurs étaient tous symétriques. Les propositions des élèves pourront donc être réutilisées lors de l'étude de la symétrie orthogonale : les élèves ont rencontré ce contenu sans s'en rendre compte.

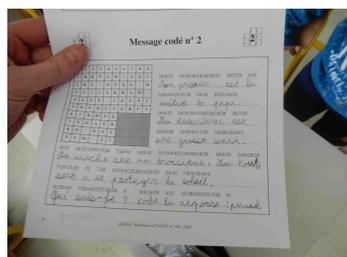
Avril 2015, en Moselle, un peu après la Semaine des Mathématiques

La classe unique était formée de six élèves de CM2, deux élèves de CM1, des élèves de CP, CE1 et CE2.

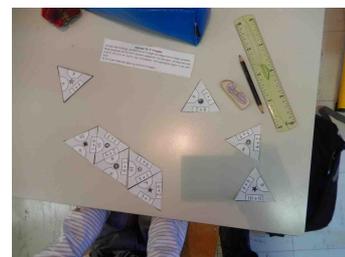
Les « Petits L » ont été utilisés par les CM2 et les CM1. Les élèves de CP, CE1, et CE2 ont eu à reproduire des dessins d'animaux extraits du dossier « Zoométrie » de « Jeux École 2 ». Leur ont également été confiés des « messages à décoder » (Jeux 6) et des triangles « Neuf pour un » (Jeux École).



Zoométrie



Messages codés



Neuf pour un

Bilan : La collègue titulaire de la classe a été une grande aide pour faciliter la gestion de ces groupes faisant des choses différentes.

Les CM1-CM2 ont travaillé avec les « Petits L ». Ils ont été rapides dans leur recherche des recouvrements des dessins aux différentes échelles » Les plus en avance ont dessiné leurs solutions sur leur cahier d'essais.

Après avoir recouvert le « Petit L » dessiné à l'échelle 4, il leur a été demandé de deviner le nombre de pièces nécessaires pour recouvrir le dessin à l'échelle 10.

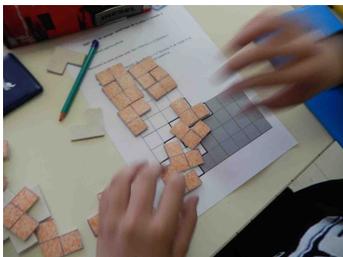
Échelle	1	2	3	4						
Nombre de pièces utilisées										

Les élèves n'ont guère été volontaires pour utiliser un tableau semblable à celui ci-dessus mais ont trouvé presque immédiatement les égalités « $4 = 2 \times 2$ », « $9 = 3 \times 3$ », « $16 = 4 \times 4$ » et en ont rapidement déduit qu'à l'échelle 10 il fallait 100 pièces ($100 = 10 \times 10$).

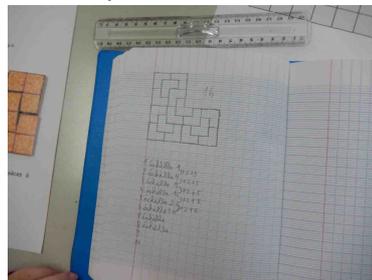
Les élèves, très demandeurs d'autres activités, ont fait l'activité de coloriage de solutions aux échelles 4 et 8 et la recherche d'un recouvrement symétrique du dessin à l'échelle 4.

Ayant remarqué les difficultés rencontrées pour le recouvrement du dessin à l'échelle 3, l'enseignant a testé la manipulation des « Petits L » avec ses propres enfants et n'a pas fourni la feuille présentant le dessin à recouvrir. Le plus jeune, élève de CE1 n'a pas réussi, le plus âgé, élève de CM1 a réussi. Une question se pose : ne vaudrait-il pas mieux les laisser chercher sans le « modèle » à recouvrir ?

En faisant le tri parmi les photos prises pendant les activités, l'enseignant a retrouvé la trace écrite d'un élève ayant commencé à rechercher un opérateur permettant de passer du nombre de pièces utilisées pour recouvrir le dessin échelle « n » au nombre de pièces utilisées pour recouvrir le dessin à l'échelle « n+1 ». Cette piste aurait pu aboutir.



Vers une solution symétrique



Une méthode à retravailler.

Juin 2015, en Meuse, en CM2, suite à une première intervention pendant la Semaine des Mathématiques

Le mot « échelle » présent à côté des dessins à recouvrir n'était pas familier aux élèves. Il leur a été redit que, par exemple, « échelle 3 » signifiait que les longueurs étaient multipliées par 3, que « échelle 1 » signifiait que le dessin avait les mêmes longueurs qu'une pièce : ont été revus à cette occasion les effets de la multiplication par 1.

Les recouvrements des dessins aux échelles 3 et 4 ont été trouvés plus rapidement que lors de la précédente intervention en CM1 en mars 2015.

En avril 2015, les élèves mosellans semblaient peu prêts à gérer un tableau semblable à celui ci-dessous.

Échelle	1	2	3	4						
Nombre de pièces utilisées										

En juin 2015, pendant cette expérimentation en Meuse, ce tableau a été présenté prêt à remplir. Il est à noter que les élèves ont de nouveau privilégié des explications orales n'y faisant pas référence. Le rangement de données dans un tableau de valeurs ne faisait pas partie à ce moment des compétences des élèves.

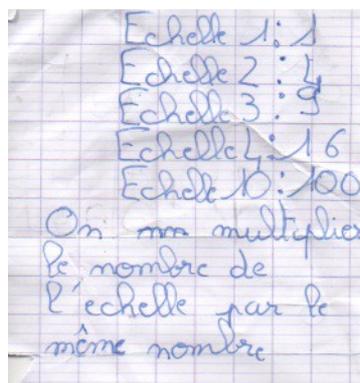
Un temps a pu être pris pour remarquer que si les longueurs étaient multipliées par 2, 3, etc., les aires n'étaient pas multipliées par 2, 3, etc.

Les nombres de pièces utilisées pour les recouvrements aux échelles 1, 2, 3 et 4 ont été malgré tout indiqués dans le tableau proposé. La question du nombre de pièces nécessaires pour un recouvrement du dessin « échelle 10 » a ensuite été posée.

Échelle	1	2	3	4	5					
Nombre de pièces utilisées	1	4	9	16	25					

Comme lors de l'expérimentation précédente en Moselle, le tableau n'a pas été utilisé, mais diverses stratégies ont été mises en avant. Pour aider les élèves à valider leur recherche, il leur a été précisé qu'il fallait 25 pièces pour recouvrir le dessin à l'échelle 5. Cette information supplémentaire leur a permis de tester leurs hypothèses.

En utilisant le TBI de la classe, les élèves sont venus expliciter leurs démarches devant leurs camarades. Les traces écrites furent parfois peu faciles à obtenir. La proposition faite pour l'échelle 5 leur a permis de justifier ou de mettre en doute leur démarche.



En complément de ce qui a été écrit sur le TBI, voici une proposition d'élève écrite sur le cahier de recherche

La validation des recherches a été faite en reprenant la démarche repérée en avril 2015 sur une proposition d'un élève mosellan et présentée dans ce document comme « deuxième méthode envisagée ».

En fin d'activité a été repris le fait que les échelles n'intervenaient pas de la même manière sur les longueurs et sur les aires.

Juin 2015 à Lyon en CM2 lors d'une « matinée maths »

Les élèves de trois classes étaient répartis en 4 groupes et restaient 30 mn sur chaque stand : création géométrique avec GeoGebra, course à 20, pentaminos et cubes Soma, « Petits L ». Concernant l'atelier des « Petits L », les élèves étaient répartis sur deux ateliers : un en autonomie où ils devaient compléter le plus possible de pavages et un autre sous la direction de l'enseignant où ils devaient répondre à la question « Combien de pièces dois-je placer pour compléter un dessin échelle 10 ? ».

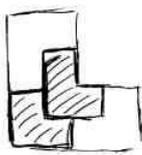
Pour ce défi, chaque groupe a trouvé la bonne réponse mais avec quatre méthodes différentes :

- différence croissante des écarts,
- multiplier l'échelle par elle-même,
- l'échelle correspond à la racine carrée du nombre de pièces,
- en comptant le nombre de pièces que l'on peut placer dans l'angle du « L ».

Des notes prises par l'enseignant illustrent cette quatrième méthode.

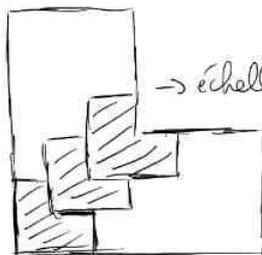
Technique des pièces dans l'angle

(adoptée par un groupe)

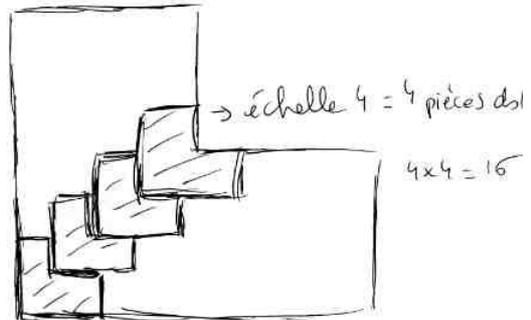


→ échelle 2

2 "L" dans l'angle x n° échelle (2)
= 4 pièces.



→ échelle 3 x 3 pièces = 9



→ échelle 4 = 4 pièces dsl

4 x 4 = 16

~~Et ainsi de suite :~~ Et ainsi de suite :

Echelle 10 = 10 pièces dans l'angle

10 pièces x 10 d'échelle ≠ 100

Dans les programmes pour le cycle 3

(Voir <http://www.education.gouv.fr/cid93042/projet-de-programmes-pour-les-cycles-2-3-et-4.html>)

Les programmes officiels devraient être parus au moment où vous lirez ces lignes)

Voici quelques bonnes raisons pour continuer à faire vivre ces activités en cycle 3.

« Chercher » : prélever et organiser les informations nécessaires à la résolution de problèmes à partir de supports variés : textes, tableaux, diagrammes, graphiques, dessins, schémas, etc., s'engager dans une démarche, observer, questionner, manipuler, expérimenter, émettre des hypothèses.

« Communiquer » : expliquer sa démarche ou son raisonnement, comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange.

« Reasonner » : justifier ses affirmations et rechercher la validité des informations dont on dispose.

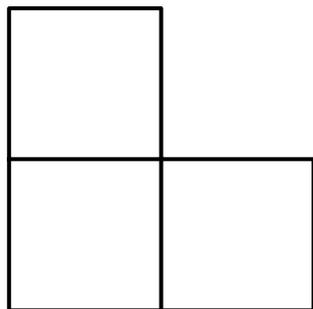
« Grandeurs et mesures » : différencier aire et périmètre d'une surface, calculer des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, des formules, identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs.

« Espace et géométrie » : Compléter une figure par symétrie axiale.

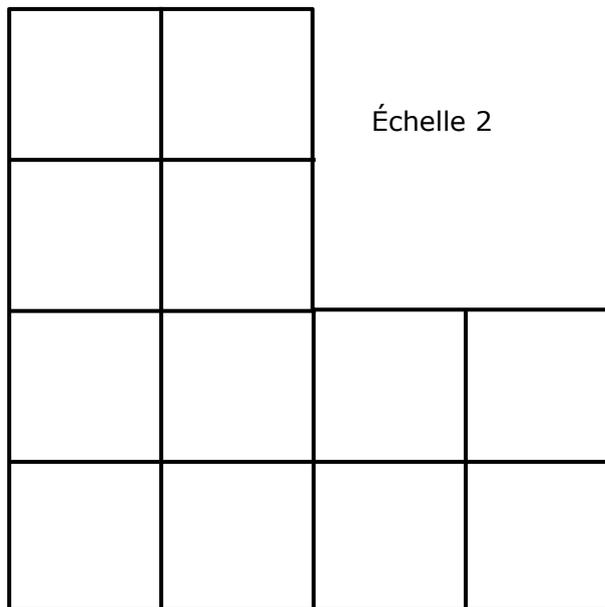
.../...

Annexe 1**Le « Petit L » à différentes échelles**

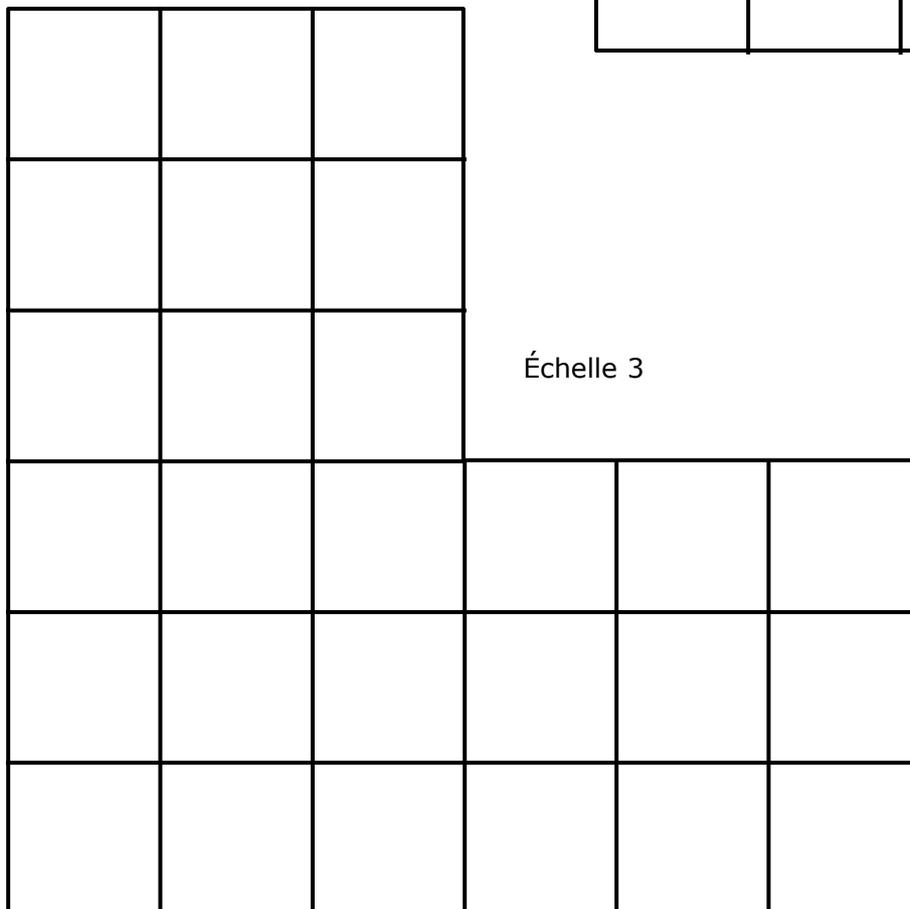
Recouvre les dessins à différentes échelles par des pièces « échelle 1 ».



Échelle 1



Échelle 2

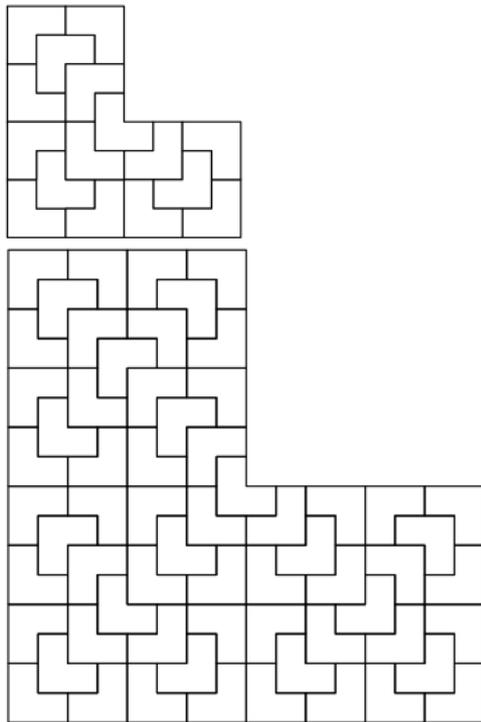


Échelle 3

.../...

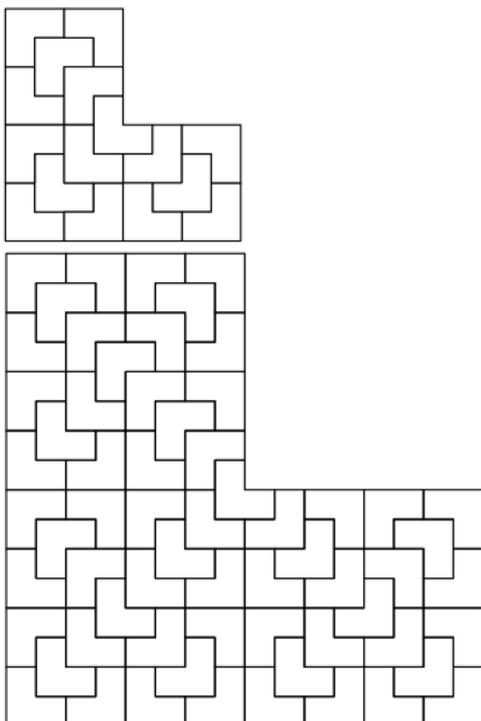
Échelle 4

.../...

Annexe 2 : Un peu de coloriage

Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » dessiné à l'échelle 4 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n'aient pas de frontières de la même couleur.

Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » à l'échelle 8 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n'aient pas de frontières de la même couleur.

Annexe 2 : Un peu de coloriage

Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » dessiné à l'échelle 4 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n'aient pas de frontières de la même couleur.

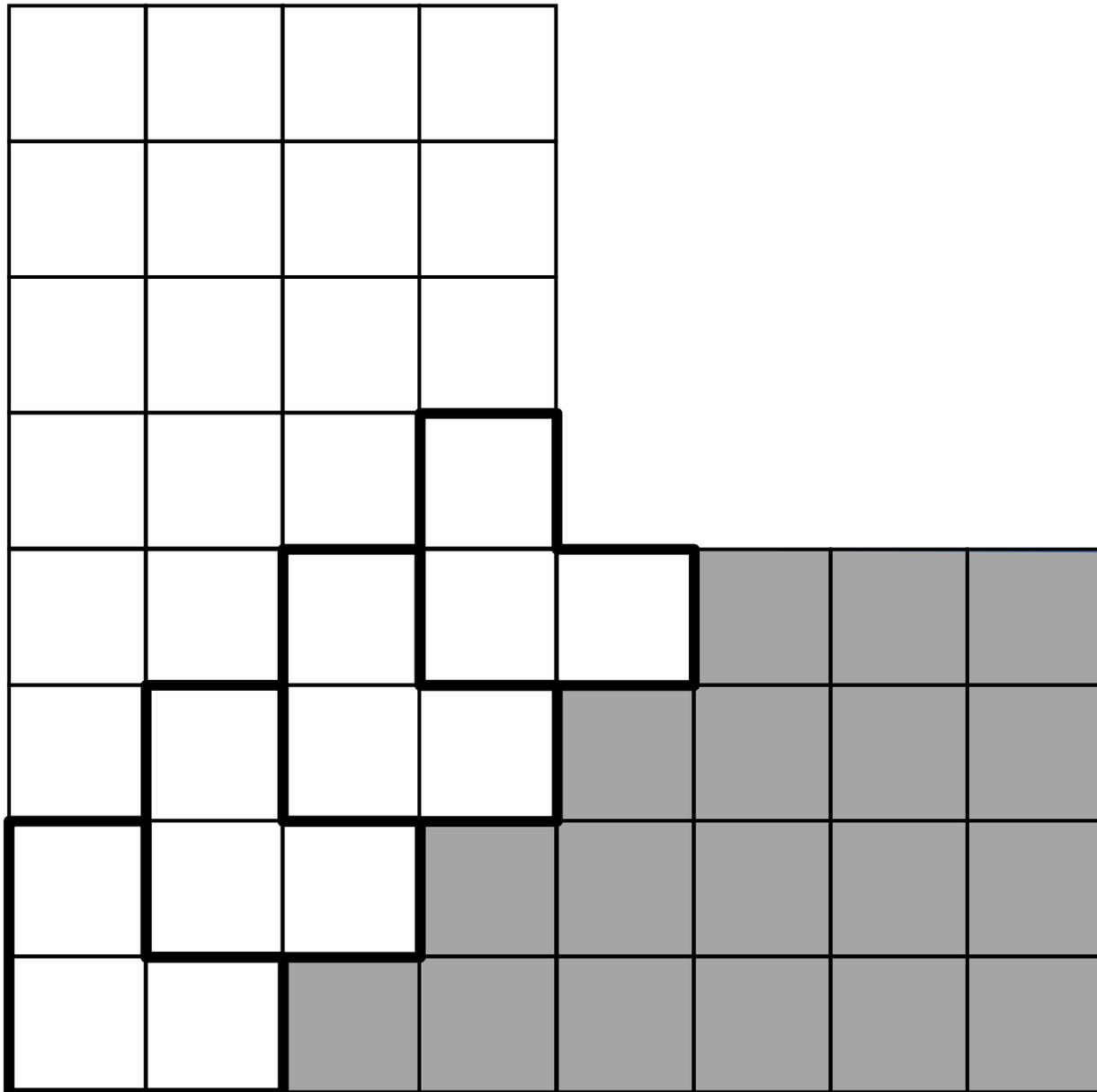
Avec le moins possible de couleurs, colorie le « Petit L » à l'échelle 8 de telle sorte que deux « Petits L » voisins n'aient pas de frontières de la même couleur.

Annexe 3**Un pavage symétrique de la pièce à l'échelle 4**

J'ai déjà placé quatre pièces.

Recouvre la zone grisée avec des « Petits L » à l'échelle 1.

Termine le recouvrement du « Petit L » dessiné à l'échelle 4 de façon à ce que l'assemblage final admette un axe de symétrie.



Annexe 4**Des petits « L » à photocopier sur du papier de couleur et découper**