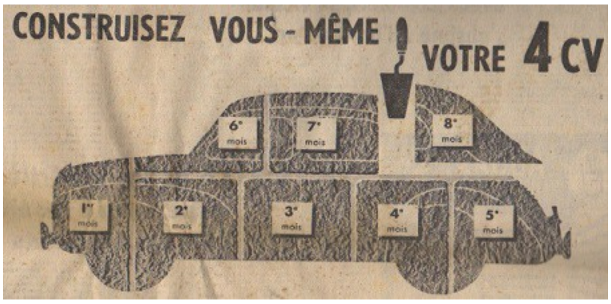
SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 121

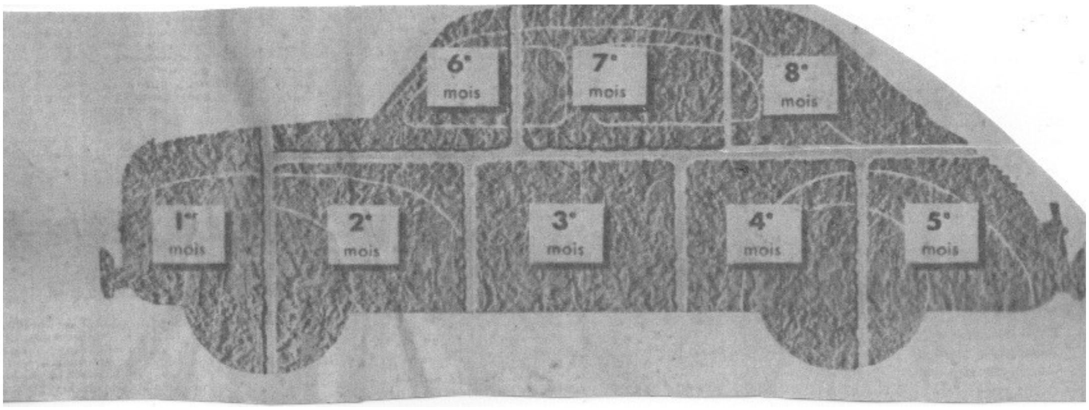


Rappel du défi proposé : **Comment imaginer un découpage en huit parties de même aire de la silhouette de la 4 CV Renault présentée en 1957 dans l'Est Républicain ?** (voir image ci-contre).

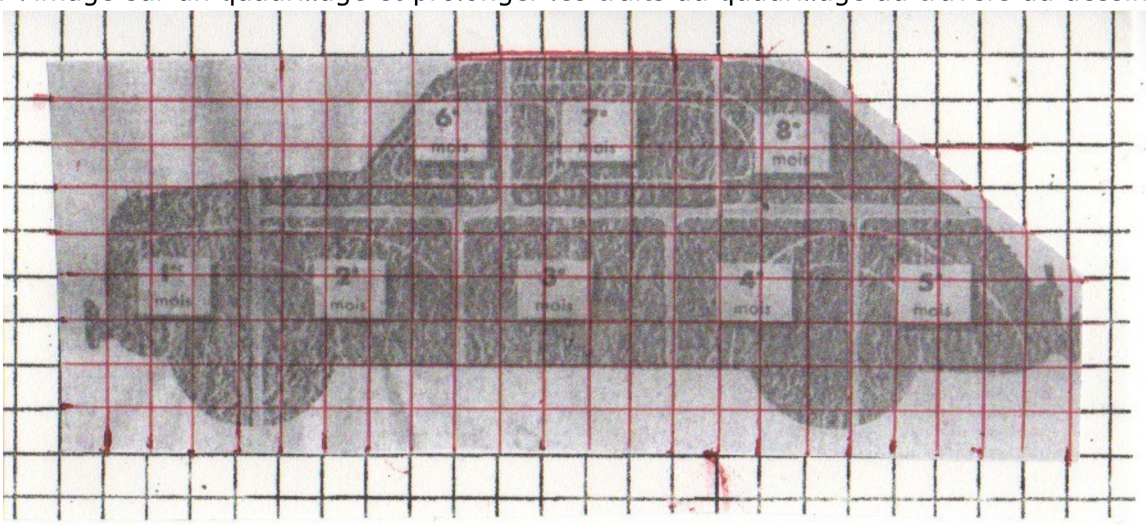
Nous pouvons considérer que les futurs acheteurs étaient attentifs à des mensualisations égales pendant ces huit mois.

Une première idée

Rétablir la silhouette générale de la voiture en collant à sa place la partie correspondant au huitième mois.



Coller l'image sur un quadrillage et prolonger les traits du quadrillage au travers du dessin.



Au demi-carreau ou au quart de carreau près, une valeur approchée de l'aire de la silhouette peut être trouvée, rendant possibles les rectifications nécessaires (la part correspondant au sixième mois attire particulièrement le regard et est sans doute celle qui a le plus besoin d'être rectifiée).

GeoGebra pourrait-il faire la même chose sur l'écran d'un ordinateur ?

retour au sommaire

Autre démarche

Découper minutieusement les 8 morceaux (en supprimant les espaces entre eux) : on constate (c'est visible à l'œil nu) que la plus petite pièce est le n°6 et la plus grande le n°2.

Pour connaitre la « taille » de ces 8 morceaux, pesons-les avec une balance de précision (au mg, merci aux profs de SVT du Lycée Loritz). Les résultats sont dans le tableau ci-dessous (les trois premières colonnes).

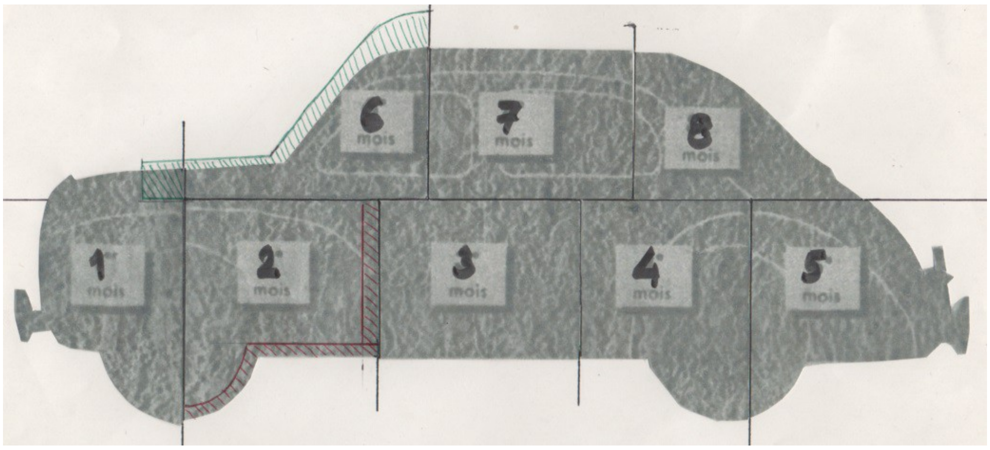
			Coeff. Multiplicateurs	
N° pièce	Masse (mg)	Pourcentage	Aires	Longueurs
N°1	230,2	12,76%	0,9794	0,9897
N°2	264,4	14,66%	0,8527	0,9234
N°3	249,5	13,83%	0,9037	0,9506
N°4	250,0	13,86%	0,9019	0,9497
N°5	250,6	13,89%	0,8997	0,9485
N°6	150,6	8,35%	1,4971	1,2236
N°7	239,9	13,30%	0,9398	0,9694
N°8	168,5	9,34%	1,3381	1,1567
Total	1803,7	100,00%		
Moyenne	225,5	12,50%		

N.B. On a utilisé une feuille au grammage de 110g/m² ; cette donnée permet de retrouver les aires.

Nous avons ensuite « reconstitué » la silhouette de la 4 CV en recollant ces morceaux sur une feuille de papier (les limites sont en noir sur l'image ci-dessous).

Mais comment faire un redécoupage de cette image en 8 morceaux de même aire ?

Prenons par exemple le morceau n°2 (le plus grand) : il faut multiplier son aire par 0,8527 pour qu'elle soit égale à 1/8 (12,5%) du total ; et comme les aires sont proportionnelles aux carrés des longueurs, il faut multiplier celles-ci par √0,8527, soit 0,9234. De même pour le n°6 (le plus petit) : il faudra multiplier ses dimensions par 1,2236. Ces coefficients multiplicateurs sont calculés dans le tableau ci-dessus (colonnes de droite).



Sur l'image ci-contre, nous avons effectué le « recalibrage » de ces deux morceaux, en hachurant en rouge ce qu'il faudrait retrancher au n°2 et en vert ce qu'il faudrait ajouter au n°6. Et nous nous rendons compte que, si on continuait ainsi, les morceaux ne pourraient plus s'agencer pour former la silhouette de la 4CV.

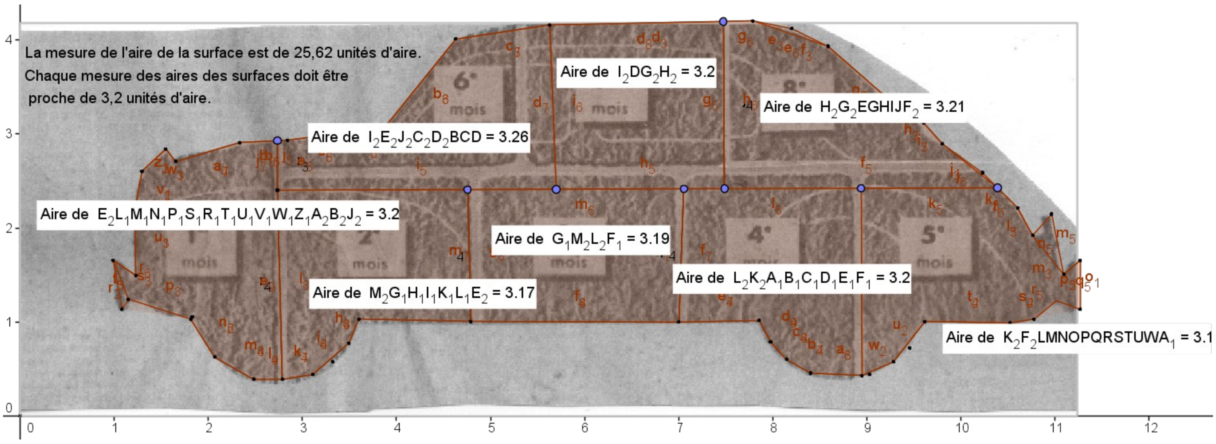
Le défi qui était proposé dans le dernier Petit Vert, « *Comment imaginer un découpage en 8 parties de même aire de cette silhouette ?* » s'avère finalement difficile à relever.

Nous vous proposons une piste : commencer par la partie n°1, et la mettre à l'échelle (en multipliant ses dimensions par 0,9897, c'est-à-dire en la laissant pratiquement telle quelle). Ensuite, déterminer la position de la droite horizontale qui séparera d'une part les morceaux n°2,3,4,5 et d'autre part les morceaux 6,7,8 de sorte que la somme des trois du dessus soit égale aux trois quarts de la somme des quatre du dessous. Retracer la silhouette obtenue (en laissant le n°1 en place), et recalculer au fur et à mesure tous les morceaux de façon qu'ils s'ajustent bien (ce qui modifiera leur forme par rapport à la publicité initiale). Bon courage !!!

retour au sommaire

Autre proposition, en utilisant GeoGebra

Nous insérons l'image de la silhouette dans un repère, et nous marquons son contour avec un nombre suffisant de points pour que le polygone qui les joint soit le plus proche possible du contour de la 4CV. En tentant de s'approcher du découpage initial, et en procédant par « tatonnements », on obtient le découpage suivant.

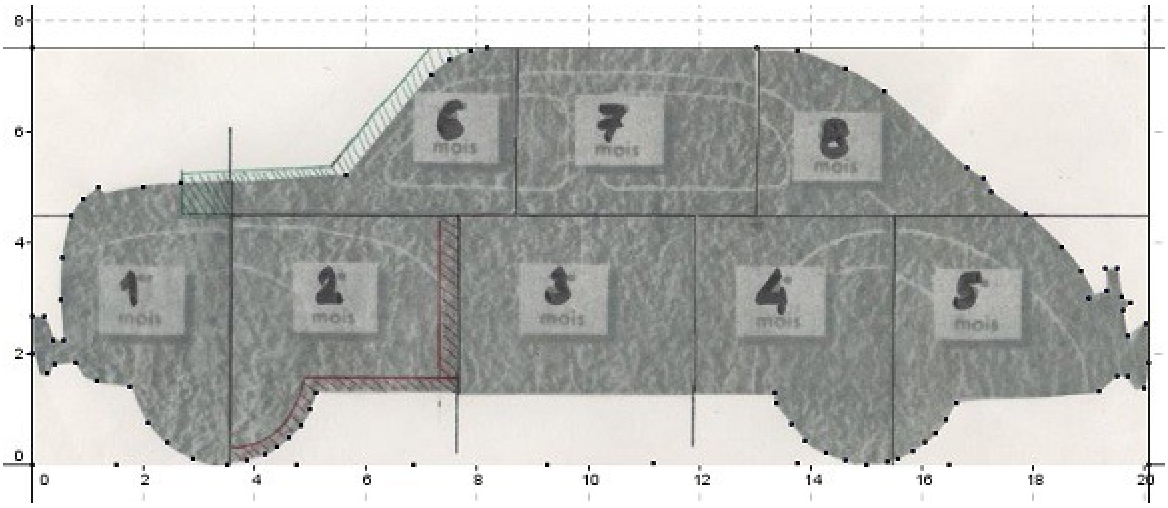


(Pour plus de lisibilité, nous avons effacé les noms des points délimitant le contour)

Une autre vision des choses

Revenons à l'énoncé initial : « *Comment imaginer un découpage en 8 parties de même aire de cette silhouette ?* ». Rien ne nous dit que nous devions prendre comme modèle le découpage proposé par l'Est Républicain. Il y a peut-être plus simple : par exemple partager la 4CV en 8 « tranches verticales » de même aire.

Pour cela, nous allons encore appeler GeoGebra à l'aide : nous joignons tous les points pour former un polygone, dont nous demandons à GeoGebra de calculer l'aire totale.



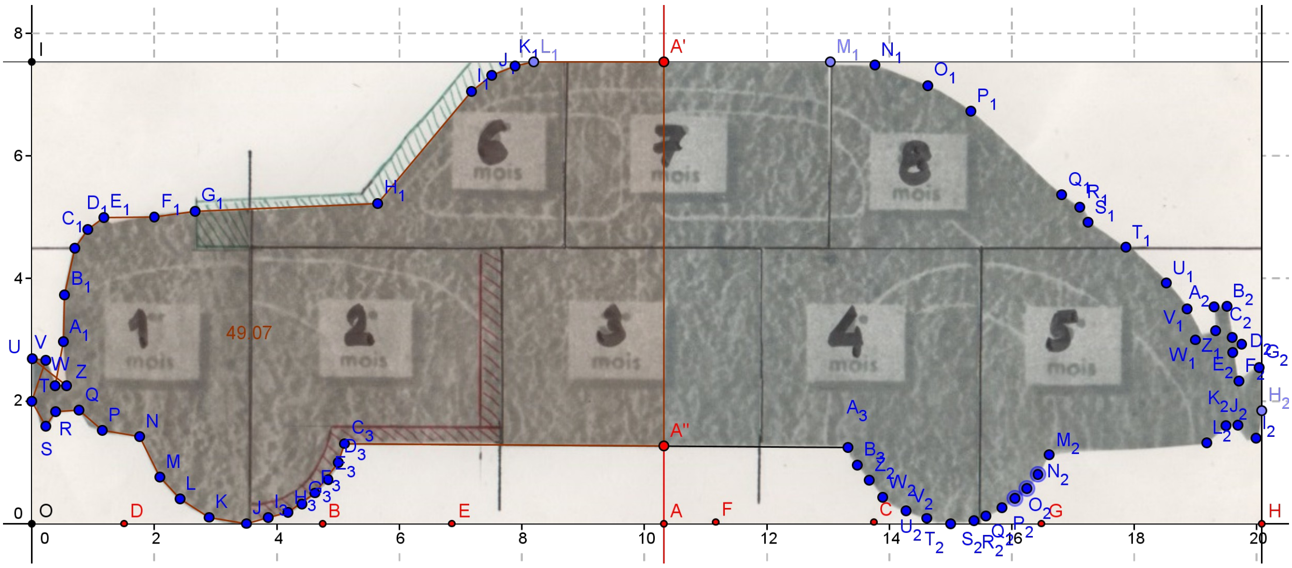
(Sur cette image, nous n'avons pas nommé les points délimitant le contour, pour plus de lisibilité)

Sur l'axe des abscisses, nous allons placer les points A, B, C, D, E, F, G (pour l'instant positionnés de façon très approximative) qui nous serviront à construire notre découpage en 8 bandes.

Commençons par le point A : la perpendiculaire en A à l'axe des abscisses coupe la silhouette de la voiture en A' et A", qui nous permettent d'obtenir un nouveau polygone $A''C_3D_3\ldots L_1A'$. Nous déplaçons alors le point A jusqu'à ce que l'aire de ce polygone soit égale (compte tenu de la précision de GeoGebra) à la moitié de l'aire totale calculée précédemment. Notre 4CV est désormais coupée en deux parties de même aire[3].

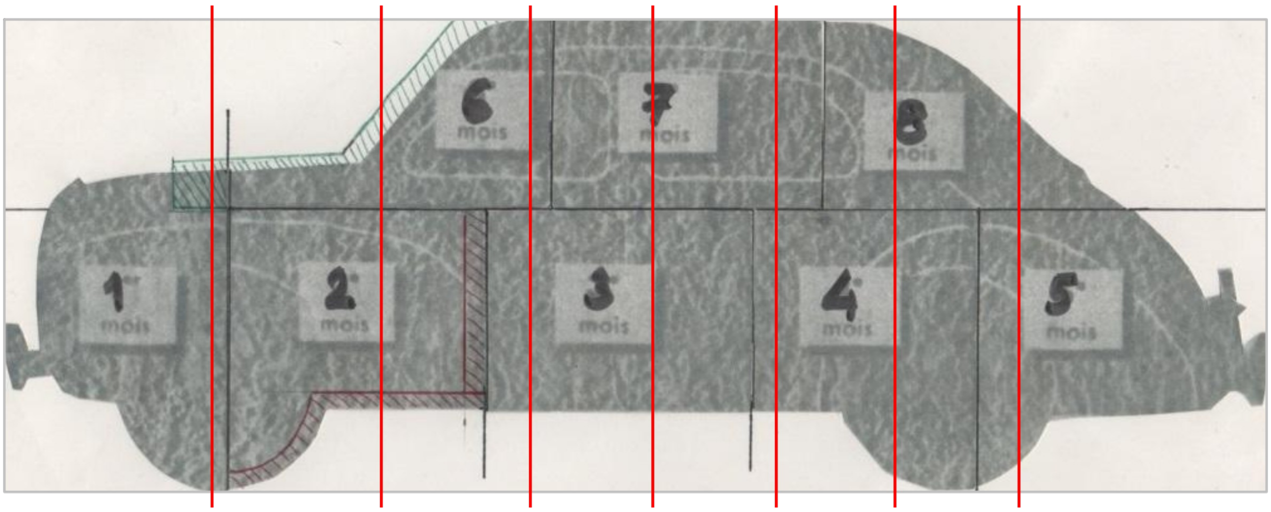
3 Contrairement à ce que certains insinuent, couper une 4CV en deux ne donne pas deux 2CV !

retour au sommaire



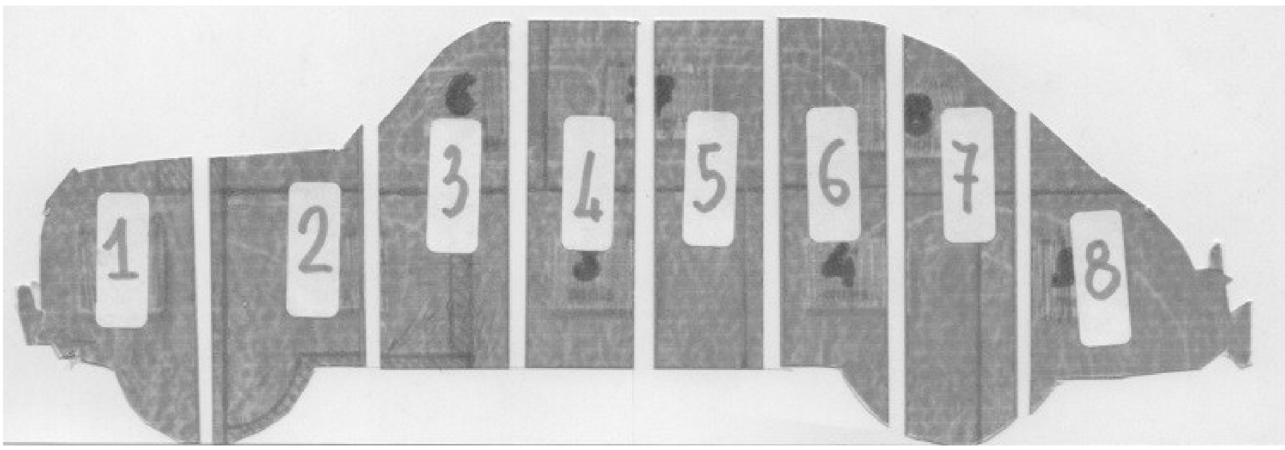
Reste à déterminer, de la même façon, la position de B entre O et A, de C entre A et H (on aura ainsi quatre quarts), puis de D entre O et B, etc.

Finalement, après quelques difficultés pour obtenir les points où les verticales cherchées coupent la frontière de la silhouette lorsqu'il y a des « arrondis » comme les roues, voici le résultat :



(*veuillez excuser l'auteur de ces dessins, mais il a pris comme image de fond celle où figuraient les hachures rouges et vertes évoquées plus haut, et n'a pas eu le courage de recommencer son travail*)

Et voici ce que l'Est Républicain aurait pu proposer, avec les huit parts égales correspondant aux huit mensualités égales.



A vous de choisir votre méthode... Étude cosignée par François, Walter et Jacques.

retour au sommaire

DÉFI COLLÈGE n° 122

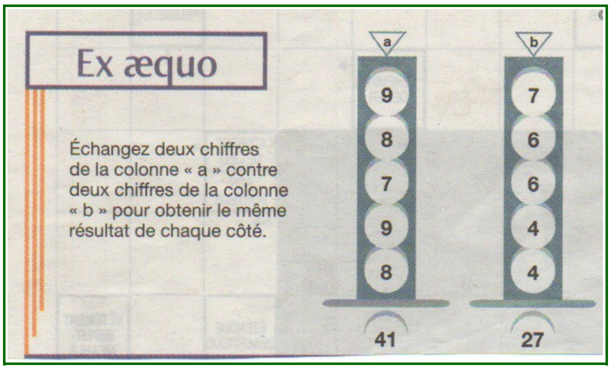
Voici une image du tableau de Gary Andrew Clarke, intitulé « The four corners ».
Voir : http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32449706312/title-untitled-date-23rd-june-2012

Il s'agit de ***reproduire cette image***, soit à l'aide de la règle et du compas, soit à l'aide d'un logiciel de géométrie.
Vous devez décrire votre protocole de construction, en précisant les hypothèses que vous avez faites.
Dans un premier temps, vous pouvez vous contenter des tracés des segments et du cercle.
Dans un second temps, si vous avez utilisé un logiciel, expliquez comment vous procédez pour colorier les cinq formes présentes sur cette image.

Envoyez vos propositions, par l'intermédiaire de votre professeur, à jacverdier@orange.fr, en y joignant le descriptif de votre protocole et les images obtenues.

MATHS ET JEUX

Ex æquo



Ce petit jeu numérique est proposé chaque semaine dans « Est Magazine », le supplément dominical de l'« Est Républicain » et de « Vosges Matin ».
Celui ci-contre a été proposé le 8 février 2015.

Comme bien souvent, hélas, « chiffre » devrait être remplacé par « nombre » dans l'énoncé, les médias peinant encore à concevoir des nombres à un chiffre. Il n'est pas précisé que les nombres 41 et 27 sont les sommes des nombres de chaque colonne, le lecteur d'« Est Magazine » le devinera.

Deux nombres de la colonne « a » doivent être échangés contre deux nombres de la colonne « b ». Il n'est pas question d'explorer tous les cas possibles.

Le total de chaque colonne sera (41 + 27) / 2, c'est à dire 34. La somme de la colonne de gauche sera donc diminuée de 7 et celle de la colonne de droite augmentée de 7. Il faut chercher deux couples qui fournissent cet écart total de 7. (8,6) et (9,4) conviennent, (9,7) et (9,4) également. Ce deuxième couple n'a pas été indiqué dans la solution proposée et n'a peut être pas été repéré par le créateur du jeu.

Avec des élèves

Réaliser de nouveaux jeux pour des échanges entre élèves ou entre classes.

Combien d'essais tenter pour explorer tous les cas possibles évoqués précédemment ?

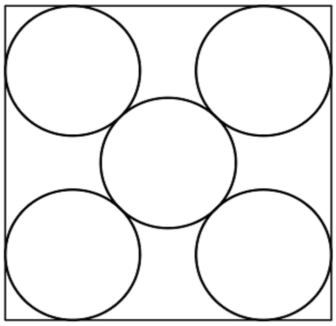
Comment s'assurer du nombre de solutions du jeu ?

L'écart entre les sommes obtenues au bas de chaque colonne est-il toujours un nombre pair ?

retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI LYCÉE n°121

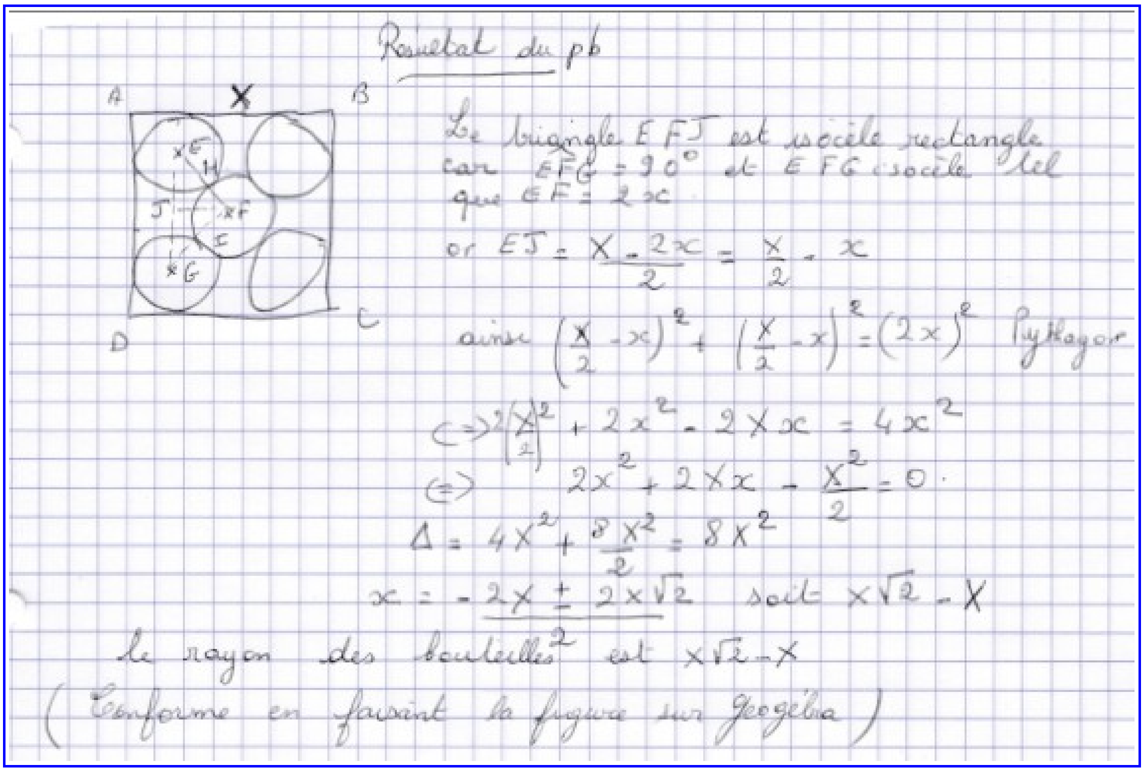
Rappel de l'énoncé : Dans une caisse carrée de 20 cm de côté, on a disposé cinq bouteilles identiques qui rentrent « juste » dans la caisse, comme le montre la figure ci-contre.



Quel est le diamètre de ces bouteilles ?

Vous pouvez généraliser le problème en prenant un carré de x cm de côté...

Une collègue nous a envoyé la solution proposée par un élève de 1ère S.



Résultat du pb

A X B

D C

Le triangle EFJ est isocèle rectangle car $\widehat{EFG} = 90°$ et EFG isocèle tel que EF = 2x

or $EJ = \frac{X-2x}{2} = \frac{X}{2} - x$

ainsi $\left(\frac{X}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{X}{2} - x\right)^2 = (2x)^2$ Pythagore

$\Leftrightarrow 2\left(\frac{X}{2}\right)^2 + 2x^2 - 2Xx = 4x^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2Xx - \frac{X^2}{2} = 0$.

$\Delta = 4X^2 + \frac{8X^2}{2} = 8X^2$

$x = \frac{-2X \pm 2X\sqrt{2}}{2}$ soit $X\sqrt{2} - X$

le rayon des bouteilles est $X\sqrt{2} - X$

(conforme en faisant la figure sur geogebra)

L'image scannnée envoyée étant peu lisible, nous reproduisons ci-dessous ses calculs.

Les triangle EFJ est isocèle rectangle car l'angle EFG vaut 90° et EFG isocèle tel que EF = 2x

Or $EJ = \frac{X-2x}{2} = \frac{X}{2} - x$ *. Ainsi* $\left(\frac{X}{2}+x\right)^2 + \left(\frac{X}{2}+x\right)^2 = (2x)^2$ *(Pythagore).*

Ce qui équivaut à $2\left(\frac{X}{2}\right)^2 + 2x^2 - 2Xx = 4x^2$ *, soit* $2x^2 + 2Xx - \frac{X^2}{2} = 0$. $\Delta = 4X^2 + \frac{8X^2}{2} = 8X^2$

$x = \frac{-2X \pm 2X\sqrt{2}}{2}$ *soit* $x = X\sqrt{2} - X$ *. Le rayon des bouteilles est* $X\sqrt{2} - X$

(conforme en faisant la figure sur GeoGebra).

N.B. Pour une caisse de 20 cm de côté, cela donne un diamètre d'environ 8,3 cm pour les bouteilles. Ce qui correspond à des bouteilles de champagne (à boire avec modération)...

retour au sommaire

DÉFI LYCÉE n° 122

Petit problème de probas

1. J'imagine un tournoi par élimination directe entre 3 joueurs A, B et C.

En s'appuyant sur les statistiques des matchs précédents, nous supposerons que :

- Quand A joue contre B, A gagne avec une probabilité de 0,75 ;
- Quand B joue contre C, B gagne avec une probabilité de 0,65 ;
- Quand C joue contre A, C gagne avec une probabilité de 0,55.

(on est dans la situation du paradoxe de Condorcet).
Le tournoi se déroule ainsi : deux des joueurs s'affrontent, et le gagnant joue contre le troisième joueur. Je suis l'organisateur du tournoi, et j'ai donc le choix entre trois possibilités :

- Soit je fais jouer A et B en premier, et le vainqueur rencontrera C ;
- Soit je fais jouer A et C en premier, et le vainqueur rencontrera B ;
- Soit je fais jouer B et C en premier, et le vainqueur rencontrera A.

Mais le joueur C est mon chouchou, et je ne suis pas impartial. Comment vais-je organiser mon tournoi pour favoriser C ?

2. Compliquons un peu…

J'invite un quatrième joueur, D.
Les statistiques concernant A, B et C de la première partie ne sont pas modifiées.
On ajoute les données suivantes : A gagne contre D avec une probabilité de 0,70 ; B gagne contre D avec une probabilité de 0,60 ; D gagne contre C avec une probabilité de 0,50 (ils ont exactement le même niveau).
Le tournoi se jouera alors ainsi :

- Soit A joue contre B et C contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;
- Soit A joue contre C et B contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;
- Soit A joue contre D et B contre C, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront.

Je suis toujours aussi impartial et je veux encore favoriser C.
Comment vais-je organiser mon tournoi ?

3. Et si on avait 8 joueurs ? 16 joueurs ? 32 …

On procèdera comme habituellement dans les tournois : un joueur sur deux est éliminé à chaque tour.
L'informatique peut-elle nous aider ?

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

retour au sommaire