

ÉTUDE MATHÉMATIQUE**Le Tricolore, Pierre Bellemare et des lancers de dé**

Par Isabelle Dubois, ÉSPÉ de Lorraine

Anecdote de départ

Mon aventure a commencé lors d'une discussion avec mon collègue Armand Maul, Professeur des Universités, spécialiste des statistiques. J'étais venue l'interroger sur certaines méthodes de son domaine, et, de fil en aiguille, il me fit part d'une anecdote, remontant au début des années 80. Il faisait en ce temps là des trajets en voiture le midi et écoutait Europe 1 en conduisant. Une émission, « Le Tricolore », était alors diffusée, présentée notamment par Pierre Bellemare. Des candidats pouvaient gagner de l'argent en répondant à des questions, et un dé jouait un rôle dans ces gains. En effet, le résultat du lancer du dé, qui ne comportait que des faces bleues, blanches ou rouges – tricolore, donc –, permettait de rattraper un candidat ayant mal répondu. Pour cela, le candidat devait prédire le résultat du dé.

Ce qui avait étonné et choqué Armand était qu'avant chaque lancer, des statistiques sur les résultats des précédents lancers étaient données au candidat ! Autant porter crédit à toutes les méthodes permettant de gagner au loto à partir des résultats des tirages précédents.

Je décidai alors de mener l'enquête...

Archives de l'INA

J'ai débuté mes recherches auprès de l'INA (Institut National de l'Audiovisuel), qui dispose de fonds archivés, au sein de sa structure appelée l'Inathèque. Toute personne voulant y faire des recherches peut aller consulter ses archives concernant la télé, la radio, et les web médias. Il faut toutefois montrer patte blanche, et présenter un réel projet. A noter pour nos lecteurs qu'un enseignant ayant un projet de recherche de documents pour nourrir ses enseignements peut faire appel à l'Inathèque. Il existe plusieurs lieux de consultation, les plus proches de la Lorraine étant situés à Strasbourg et à Paris. Pour des raisons de commodité, et pour avoir accès à toutes les archives, je choisis d'aller sur Paris, au sein de la Bibliothèque Nationale de France. Il faut pour cela prendre rendez-vous, se faire accréditer par l'INA, obtenir une carte de lecteur, et payer des droits d'entrée ! J'avoue que ces formalités ont un peu entamé ma demi-journée de recherche. J'avais toutefois au préalable questionné par mail une responsable des archives, et je savais exactement ce qui existait et ce qu'il me fallait consulter.

Munie de ma carte rouge de la BNF, je pus ainsi me rendre au rez-de-jardin, antre des chercheurs de ce magnifique bâtiment (presque digne de la bibliothèque de Borges ou de celle du Nom de la Rose), puis dans la salle P, « INA-CNC », située juste entre la Tour des Lois et la Tour des Nombres – pas loin donc des ouvrages de mathématiques, mais je n'ai pas eu le temps d'y faire un saut -. Là, j'étais attendue, un poste de consultation (ordinateur) et une imprimante furent mis à ma disposition. Je ne pouvais toutefois pas enregistrer les émissions de radio (la loi n'autorisant aucune copie de documents), et je dus donc noter dans un traitement de texte les informations recueillies, puis les imprimer.

A l'écoute de l'émission « Le Tricolore »

La responsable m'avait donné les renseignements suivants : l'émission a été diffusée du 26 janvier 1981 au 13 août 1982, les jours de la semaine entre 12h et 13h. Seules quatre émissions ont été conservées à l'INA, celles du 07/08/81, 06/10/81, 15/01/82 et sans doute celle du 16/01/82. Pour cette dernière, on m'avait dit qu'elle était datée du 13/08/82, mais, à son écoute, il était clair que l'on était en plein hiver, et j'ai a priori repéré la date du 16/01 (comme quoi, même les meilleurs archivistes peuvent commettre une erreur). Les archives disposent en fait de CD contenant une journée entière d'enregistrement. Heureusement, les outils de lecture et d'écoute sont performants, et j'ai souvent utilisé la touche d'accélération.

Un petit mot sur la nostalgie qui peut vous submerger à ces moments là : entendre d'anciennes publicités (il me semble bien être tombée sur Mammouth), et les voix de Jacques et Jean-Paul Rouland, et surtout Pierre Bellemare, que d'émotions ! J'avais 10 ans en 1981....

Plusieurs heures d'écoute intensive m'ont permis de noter les éléments suivants (les retranscriptions partielles des émissions sont données en Annexe 1) :

- Le lancer de dé sert à rattraper un candidat n'ayant pas répondu à une question, ou à quitter le jeu en partant avec ses gains. Si le candidat se trompe dans la prédiction de la couleur sortie, il perd dans le premier cas, et il est contraint de rester et continuer à répondre à des questions dans le second cas.
- Le candidat lance le dé, et il y a trois issues possibles, la couleur bleue, blanche ou rouge. Il semble que ce soit un dé classique à 6 faces, mais aucune indication ne ressort sur sa taille, son matériau de fabrication et sa constitution.
- Dans les deux émissions de 1981, avant le choix du candidat sur la couleur à sortir ou le lancer, des statistiques sont données sur les sorties des trois couleurs depuis le début de l'émission, depuis le début de la semaine, voire de l'émission en cours.
- Dans les deux émissions de 1982, le principe de jeu pour les candidats reste globalement inchangé, mais plus aucune statistique n'est donnée. D'autre part, des changements ont eu lieu dans l'émission concernant le type de questions posées, les lots et l'organisation de l'émission.

Tous ces éléments m'ont amenée à m'interroger :

- Comment était le dé ? Peut-on vraiment savoir s'il était équilibré ?
- Dans quelles conditions se déroulaient les lancers du dé ? Y avait-il suffisamment de place pour le faire rouler, dans sa main ou sur la table ?
- Qui a eu l'idée de fournir les statistiques de sorties du dé ? Qui récoltait les données ? Jusqu'à quand ces statistiques ont-elles été récoltées ?
- Quand et pourquoi a-t-il été décidé d'abandonner l'annonce des statistiques ? Qui l'a fait ? Y a-t-il eu des remarques d'auditeurs à ce sujet ?
- Est-ce que les animateurs savaient que cela n'apporte rien de donner les statistiques de sorties du dé ? Pourquoi était-il souvent conseillé de miser sur la couleur la moins sortie ? (remarqué dans les émissions écoutées, et témoignage d'Armand Maul)

Qui pourrait répondre à ces questions ? Ma foi, Pierre Bellemare ! N'a-t-il pas une mémoire exceptionnelle de tout ce qui a trait à la radio et la télévision ?

A la recherche de Pierre Bellemare

Pierre – permettez que je l'appelle par son prénom – fut finalement assez facile à joindre. Par discrétion et respect envers lui, je ne divulguerai pas de quelle façon j'ai pu le contacter, et ne vous donnerai ni son e-mail, ni son numéro de téléphone personnel, même sous la torture. Je tiens à le remercier pour sa disponibilité – lorsque je l'ai contacté, il travaillait encore beaucoup, en particulier sur Europe 1 –, pour sa réponse immédiate et son intérêt. Un grand merci aussi à sa femme qui m'a arrangé un rendez-vous téléphonique avec lui, un samedi matin, après sa semaine de travail sur Paris.

Je pense que vous imaginez dans quel état d'excitation et d'émotion je pouvais être ! Je me suis préparée au mieux, en vue de cette conversation avec un Dieu vivant de notre monde médiatique. Il fut extrêmement sympathique et chaleureux au téléphone, sa voix (ahh!!) égale

à celle que l'on connaît bien, mais finalement, un peu trop bavard ! J'avais du mal à en placer une, d'autant plus que j'étais assez intimidée.

Les confidences de Pierre

Autant vous le dire tout de suite : je n'ai obtenu aucune information concernant l'émission Le Tricolore. Pourtant, Pierre y avait mis du sien, avant mon coup de fil : il a fouillé dans sa mémoire, a interrogé « sa collaboratrice » de toujours... mais rien, aucun souvenir. Il ne se rappelait même plus du titre de l'émission ! (Pourtant, on en trouve trace sur internet, avec un petit google.)

Il était déçu de ne pouvoir m'apporter des informations et s'est rattrapé en me parlant de sa plus grande fierté en terme d'émission de jeu radio, « Le Sisco », faisant intervenir lui aussi le hasard, mais de façon très perfectionnée et qui avait fait l'objet d'études sérieuses préalables à

son lancement. Si cela intéresse nos lecteurs, cela pourra faire l'objet d'un prochain article dans le Petit Vert.

En conclusion, Pierre m'incita à interroger d'autres personnes (Jean-Paul Rouland ?), ou les archives de la radio. Je n'ai pas essayé de contacter d'autres animateurs de l'époque (qui peut rivaliser avec la grande forme de Pierre Bellemare ?), mais ai tenté ma chance auprès des archives d'Europe 1. « Malheureusement, aucun exemplaire de cette émission n'a été conservé dans nos archives. Désolée de ne pouvoir vous aider, » a été la réponse apportée. Fin de l'histoire.

Et si on parlait mathématiques ?

Il est temps de revenir sur les concepts mathématiques et conceptions probabilistes en jeu dans cette histoire.

Nous supposerons dans un premier temps que le dé du jeu est classique, et qu'il comporte deux faces bleues, deux faces blanches et deux faces rouges. Ainsi, il y a équiprobabilité entre les différentes couleurs de sortie. D'autre part, les lancers sont supposés être indépendants les uns des autres, lorsqu'ils sont effectués dans des conditions standards (on fait rouler le dé, on le « mélange » bien dans ses mains). Sous ce modèle mathématique idéal, il est impossible de prévoir le résultat du prochain lancer de dé, même si l'on a connaissance des résultats des lancers précédents, quel que soit leur nombre : la probabilité de sortie de chaque couleur est d'exactly une chance sur 3. Cela paraît sûrement évident à nos lecteurs, mais cela peut entrer en conflit avec des conceptions probabilistes « naturelles », notamment chez les jeunes enfants. Je l'ai modestement constaté lors d'ateliers de la fête de la science, et cela reste un fait vérifié (cf [1], p.41). En effet, chez des élèves du primaire, ou du début du collège, et sûrement chez des adultes également, le « lanceur » de dé a des idées préconçues ou pense avoir une influence sur le lancer, souvent de par son expérience des jeux de société. Il arrive que les enfants croient qu'il est plus difficile d'obtenir un 6 (voire le contraire, si le joueur pense qu'il est souvent gagnant), parce que c'est une valeur remarquable pour le jeu. Avoir connaissance de statistiques de lancers précédents peut influencer également cette conception naturelle. Un premier « réflexe » est de miser sur la face qui est jusque là la plus sortie, puisqu'elle semble la plus « forte ». Je reviendrai là-dessus plus loin, car cette idée n'est parfois pas si idiote que cela.

La seconde idée, plus élaborée et qui sera sûrement le fruit d'adultes, est de miser sur une face qui est la moins sortie, puisque cette face a un « retard » à combler, par rapport aux autres faces. Cet argument peut même se trouver conforté lorsque l'on a un bagage mathématique probabiliste et que l'on connaît la loi des grands nombres vulgarisée, par exemple telle qu'on l'enseigne en troisième ou seconde (cf [2], p. 11-13 question 5).

En effet, pour des lancers de dés, on dit par exemple aux élèves que « plus la taille de l'échantillon (de résultats de sortie du dé) est grande, plus la fréquence d'obtention d'une face donnée se stabilise vers $1/6$ ». Cela peut être à cause de ce genre d'argument que l'on a pu constater dans l'émission Le Tricolore qu'il était souvent conseillé au candidat de miser sur la couleur la moins sortie. Cette loi des grands nombres est ainsi paradoxale ! Pour aller plus loin, il faut déjà en avoir un énoncé rigoureux, et comprendre pourquoi elle ne permet pas de déduire qu'une face doit « combler son retard de sortie », toujours en invoquant l'hypothèse d'indépendance des expériences aléatoires successives, et par des simulations et expérimentations numériques. On pourrait d'ailleurs préférer proposer aux élèves un énoncé de la loi forte des grands nombres. On consultera à ce propos, et sur tous les aspects didactiques de l'enseignement des probabilités, les travaux de Michel Henry, par exemple [4].

Revenons sur l'idée de miser sur la face la plus sortie. Si l'on se rend compte qu'une telle face est sortie « très souvent » par rapport aux autres, il peut être judicieux de remettre en cause nos hypothèses de départ, à savoir que le dé est idéal. Le dé peut par exemple être truqué volontairement, ou involontairement par des défauts dans sa fabrication. Ainsi, une face peut avoir une probabilité plus grande de sortie, et il est alors opportun de miser sur celle-ci. Il faudra encore une fois avoir recours aux mathématiques pour décider s'il est pertinent de remettre en cause la probité du dé, par exemple par un test du khi-deux (cf Annexe 2).

Le modèle mathématique retenu présuppose l'indépendance des différents lancers de dés, hypothèse peu naturelle pour nombre de personnes. Les mathématiciens peuvent-ils démontrer que cette hypothèse est nécessairement vérifiée ? Non, pas formellement. On pourra lire avec intérêt l'article [3] sur ce sujet, s'intéressant aux conceptions erronées en probabilité.

Pour finir, un petit mot sur les conditions dans lesquelles se réalise l'expérience, à savoir l'action du lancer de dé. Là encore, lorsque l'on invoque le modèle mathématique, on suppose que les lancers se réalisent idéalement. Dans la pratique, il peut en être autrement. Dans la façon de prendre le dé, et si ce dernier n'est pas bien « mélangé », le lanceur peut influencer sur la probabilité de sortie des faces. Bien entendu, il n'est pas du tout certain que le joueur puisse contrôler et anticiper son rôle dans ce cas. On pourra regarder avec intérêt l'émission « On n'est pas que des cobayes », diffusée sur France 5 (cf [5], émission du 31/10/14, « Peut-on gagner aux dés à tous les coups ?), pour illustrer cette manipulation du lancer de dé. Je termine par la conviction que certaines personnes peuvent avoir d'influencer le résultat du dé, par l'intervention de leur fluide, de leur chance, ou toute pensée « surnaturelle ». Je crains que les mathématiques ne puissent pas les contredire, surtout si cette pensée magique est invoquée très ponctuellement, à l'occasion d'un lancer ou deux. En effet, les mathématiques définissent un modèle idéal de la réalité d'une expérience aléatoire, modèle que l'on peut remettre en cause si l'on peut répéter plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions, ce qui ne se produit pas dans ces cas là. Lorsque nous jouons, mettons les mathématiques de côté, et laissons nous donc rêver et imaginer que notre souffle magique sur le dé et notre concentration vont faire sortir le chiffre tant attendu nous permettant de gagner ! Qui sait ?

Une idée d'activité de simulation et d'algorithmique en lien avec Le Tricolore

J'aimerais terminer par une activité pouvant être proposée au niveau lycée ou au delà, et permettant d'entériner le fait que connaître les résultats de sorties d'un dé ne peut pas permettre de prévoir le résultat du lancer suivant. L'activité n'est pas donnée clé en main et n'a pas été testée, je suggère juste des pistes possibles.

L'idée est de simuler un grand nombre de lancers de dés, de stocker au fur et à mesure les résultats obtenus, et de simuler un joueur pariant sur le prochain résultat, suivant trois stratégies. La première stratégie du joueur est de choisir le résultat suivant de façon aléatoire

(et équiprobable), la seconde de choisir la face la plus sortie jusque là, et la troisième la face la moins sortie. Pour chaque stratégie, on décompte le nombre de coups gagnants (c'est-à-dire lorsque le joueur a bien « deviné » le résultat du dé suivant), et on compare les résultats obtenus. Bien entendu, le dé simulé sera supposé idéal et on utilisera un générateur pseudo-aléatoire. D'autre part, pour être en accord avec la thématique de cet article, je choisis de considérer un dé « tricolore ». Il serait facile de transposer les simulations avec un dé classique et s'intéresser à la sortie des 6 faces usuelles. En Annexe 3, on trouvera plus de détails sur l'activité proposée, ainsi que les algorithmes correspondants, écrits en langage naturel. On remarquera qu'il serait également aisé d'implémenter d'autres stratégies de joueurs.

Voici un exemple de résultats obtenus : sur 10000 parties (lancers de dé), la face bleue est sortie 3350 fois, la blanche 3317 fois, et la rouge 3333 fois. La première stratégie a fait gagner le joueur 3348 fois, la deuxième 3285 fois, et la troisième 3349 fois. Il est en effet facile de voir que chaque façon de jouer maintient, à chaque lancer, la probabilité de gain à 1 chance sur 3 !

Un prolongement de l'activité serait de se pencher sur le cas du Loto. On pourra trouver sur internet, ou dans des journaux ou revues, des statistiques sur les sorties des numéros, voire des méthodes à appliquer pour améliorer ses chances de gagner, à partir de ces statistiques. Il s'agira alors d'exercer son esprit critique. Voici quelques liens : [6], [7], [8]. Le site de la Française des Jeux est paradoxal : d'une part il propose des statistiques de sorties des numéros [9], et d'autre part, il propose un jeu interactif pour contrecarrer les conceptions erronées des joueurs et insister sur l'indépendance des tirages [10].

Bibliographie et sitographie

- [1] Girard Jean-Claude, Difficulté et obstacles dans l'enseignement des probabilités, dans Probabilités au lycée, Brochure APMEP n°143
- [2] Fine Jeanne, Probabilités et statistique inférentielle Approche sondage versus approche modèle, Statistique et Enseignement, **1**(2), p. 5-21, téléchargeable sur : <http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/StatEns/issue/view/2>
- [3] Bordier Jacques, Les règles normatives sur les jugements des probabilités, Bulletin AMQ, Vol. XLI, n°3, octobre 2001, téléchargeable sur : <http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/archives/>
- [4] Henry Michel, Emergence de la probabilité et enseignement : définition classique, approche fréquentiste et modélisation, Repères-IREM, n°74, janvier 2009, téléchargeable sur : http://www.univ-irem.fr/www.univ-irem.fr/reperes/articles/74_article_507.pdf
- [5] http://www.france5.fr/emissions/on-n-est-pas-que-des-cobayes/diffusions/31-10-2014_273517
- [6] http://caploto.free.fr/Base_de_connaissances-Cap-Loto/Methodes-Pronostics.php
- [7] http://www.secretsdujeu.com/page/jeux_loto_pronostics.html
- [8] <http://www.lesbonsnumeros.com/loto/statistiques/numeros/>
- [9] <https://www.fdj.fr/jeux/jeux-de-tirage/loto/statistiques>
- [10] <https://www.fdj.fr/jeu-responsable/les-coulisses-du-jeu>

Annexe 1

Retranscription des émissions Le Tricolore

Voici les retranscriptions de deux émissions, en ne gardant que les passages où il est question du lancer de dé.

Symboles utilisés : Ar pour animateur, Ace pour animatrice (ou plutôt speakerine), JR pour Jacques Rouland, C pour candidat(e), NdA pour note de l'auteur.

Emission du 07/08/1981

Animateurs : Jacques Rouland, et un autre (Pierre Bellemare, Jean-Paul Rouland, autre?).

12:16

Le candidat vient de perdre à une question. Il va donc utiliser le dé tricolore.

Ar : « Il va falloir que vous vous rattrapiez en lançant le dé tricolore. On rappelle les sorties. »

Ace : « Le bleu 254 fois, le blanc 201 fois, le rouge 188 fois. »

Ar : « Vous choisissez lequel ? »

C : « Le rouge. »

Ar : « Le rouge, Jacques, on rappelle les sorties peut-être ? »

JR : « Cette semaine le bleu est sorti 8 fois, le blanc est sorti 5 fois, et le rouge 10 fois. Vous maintenez votre choix ? »

C : « Oui. »

(NdA : on était un vendredi.)

[...]

Ar : « Vous prenez le dé et vous le lancez. »

[...]

Ar : « Et non, monsieur, c'est le blanc qui vient de sortir. »

12:41

Une candidate a gagné trois jeux et est restée. Elle vient d'en gagner un quatrième et elle veut partir. Elle doit alors lancer le dé tricolore.

Ar : « Vous allez essayer de partir. On va vous rappeler les sorties. »

Ace : « Le bleu 254 fois, le blanc 202 fois, le rouge 188 fois. »

Ar : « Et dans la semaine Jacques. »

JR : « Oh, dans la semaine, c'est énorme tout ce qui est sorti. [?? inaudible] Le bleu est sorti 8 fois, le blanc 6 fois, et le rouge 10 fois. Aujourd'hui, il n'y a que le blanc qui est sorti.»

(NdA : le dé n'a été lancé qu'une seule fois depuis le début de l'émission!)

La candidate choisit le bleu. Le rouge sort. La candidate reste.

12:51

Toujours la même candidate qui essaie de quitter le jeu.

Ar : « On rappelle les sorties. »

Ace : « Le bleu 254 fois, le blanc 202 fois, le rouge 189 fois. »

C: « Je vais suivre le conseil de Jacques, je prends le rouge. »

(NdA : est-ce que le conseil a été donné en aparté, hors micro?)

[?? inaudible]

JR : « Non, je ne peux pas me permettre. J'ai dit que le rouge sortait souvent, enfin, avec tous ces jours-ci il était sorti 2 fois, donc. Le ?? n'est sorti qu'une fois. »

(NdA : Parle-t-il des deux derniers jours?)

Ar : « Tu as pris des responsabilités très très lourdes. »

[...]

Le rouge sort.

Ar : « Jacques avait raison ! »

Emission du 06/10/1981

Animateurs : Jacques et Jean-Paul Rouland.

12h27

La candidate vient de perdre son troisième jeu. Il va falloir qu'elle se rattrape.

Ar : « Alors, nous allons vous rappeler les sorties si vous le souhaitez. »

?: « Le bleu est sorti 300 fois, le blanc 263 et le rouge 243. Je répète : 300, 263, 243. »

Ar : « Jacques ? »

JR : « Hier, le bleu n'est pas sorti, le blanc est sorti 2 fois et le rouge 1 fois. Que va-t-il se passer ? »

(NdA : On était un mardi, donc ce sont les sorties du lundi.)

Elle choisit le bleu.

JR : « Cela fait quelques jours qu'il n'est pas sorti, le bleu. »

Le bleu sort.

(NdA : Seule fois de l'émission où le dé est lancé.)

Annexe 2

Test du khi-deux

(appliqué aux statistiques de l'émission Le Tricolore)

Le test du khi-deux est un test statistique permettant entre autre de tester l'hypothèse qu'une série de données provienne d'une loi de probabilité définie a priori. On pourra consulter par exemple l'article de Wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Test_du_chi_2.

Concernant l'émission Le Tricolore, nous pouvons nous demander si l'expérience aléatoire réalisée aboutissait bien à trois issues équiprobables. Les données recueillies lors de l'écoute des deux émissions de 1981 vont permettre de réaliser le test du khi-deux pour répondre à cette question.

Nous testons donc l'hypothèse « Le dé est bien équilibré et les trois issues (bleu, blanc, rouge) sont équiprobables. », et devons déterminer si nous validons ou rejetons cette hypothèse. Pour cela il faut choisir un seuil, représentant le risque d'erreur de rejeter notre hypothèse alors qu'elle est vraie. Il est usuel de le fixer à 5%. Nous devons ensuite calculer une distance entre les résultats observés et les résultats théoriques attendus sous notre hypothèse et interpréter ce résultat. Dans notre cas comprenant trois issues, le calcul de cette distance se fait de la manière suivante. Si n est le nombre de lancers de dé réalisés, $n_1, n_2, et n_3$ les effectifs des trois

issues (bleu, blanc et rouge), alors la distance est égale à $D = \sum_{i=1}^3 \frac{(n_i - n/3)^2}{n/3}$. Nous devons

enfin comparer cette distance à une valeur critique lue dans une table de la loi du khi-deux à 2 degrés de liberté (nombre d'issues moins 1). Elle vaut 5,99 dans notre cas. Si D dépasse cette valeur critique, alors nous rejetons notre hypothèse, sinon nous la validons.

Appliquons ce résultat aux deux séries de données dont nous disposons : celles de l'émission du 07/08/1981 et celles du 06/10/1981. Dans le premier cas, à l'issue de l'émission, $n_1=254$, $n_2=202$ et $n_3=190$, et donc $n=646$. On trouve $D \approx 10,75$ ce qui dépasse largement notre valeur critique !

De même, avec les deuxièmes données, on trouve $n_1=301$, $n_2=263$ et $n_3=243$, $n=807$ et $D \approx 6,45$, qui dépasse encore une fois la valeur critique. Ainsi, nous devons rejeter l'hypothèse d'équiprobabilité des issues du dé tricolore. On remarquera que la face bleue est sur-représentée, et la face rouge plus légèrement sous-représentée dans les résultats.

Toutefois, si nous changeons notre seuil et le fixons à 1%, la valeur critique vaut alors 9,21. Nous rejetons encore l'hypothèse à l'issue de la première émission, mais pas après la seconde émission. Comme souvent en statistiques inférentielles, il est difficile d'avoir une opinion complètement tranchée.

En conclusion, nous pouvons remettre en question l'équité de l'expérience aléatoire réalisée lors de l'émission, soit en pensant que le dé n'était pas un dé idéal mais truqué (de façon involontaire ?) à cause de sa fabrication, soit (non exclusif) que les conditions expérimentales des lancers n'étaient pas idéales et réalisées dans les règles de l'art (la faute aux candidats ?).

Annexe 3

Algorithmes de simulation de différentes stratégies de jeu

Présentation

Je présente ici une idée d'activité pouvant être mise en place à partir du lycée, moyennant une adaptation pédagogique pour la mettre réellement en œuvre dans une classe. L'objectif mathématique et didactique principal de l'activité est d'apporter une réponse expérimentale à la question « Peut-on élaborer une stratégie de jeu, dans le contexte de l'émission Le Tricolore, permettant d'augmenter ses chances de réussite lors du lancer du dé ? ».

A défaut de pouvoir réaliser un grand nombre de fois des expériences aléatoires réelles, nous utiliserons les générateurs de nombres pseudo-aléatoires implémentés dans bon nombre de logiciels ou calculatrices. Malgré tout, en procédant ainsi, nous nous plaçons de façon implicite sous les hypothèses suivantes : le dé tricolore est idéal (équiprobabilité de sorties des couleurs), et les lancers sont indépendants les uns des autres. La simulation informatique est donc un palliatif pratique, mais dissimulateur. Il faudrait pouvoir réellement réaliser l'expérience aléatoire (avec un protocole et une exécution rigoureuse) pour aller jusqu'au bout de la démarche que je souhaite mettre en place. Je donne en fin de l'annexe une idée pour y remédier, dans le contexte du Loto national. D'autre part, il faut savoir que dans les logiciels utilisés en classe, le générateur est « pseudo-aléatoire » et non « aléatoire ». Ainsi, le hasard qu'il génère n'est pas « parfait », mais sera suffisant pour nos applications. Il faudrait pouvoir utiliser de vrais générateurs de hasard (True Random Number Generators) par exemple basés sur le bruit atmosphérique, ou la physique quantique, ou des systèmes optiques. Pour en savoir plus, je vous recommande les liens suivants : Wikipedia ([1], [2]), et des sites anglophones ([3], [4]). A noter, les recherches récentes d'une équipe messine du laboratoire LMOPS sur ce sujet ([5]).

Déroulement possible

Dans un premier temps, on pourra rappeler les principes de l'émission Le Tricolore, le rôle du lancer de dé, et le fait que les statistiques de sorties du dé étaient communiquées au joueur. Après l'explication du jeu, chaque élève ou groupe d'élèves choisit une "stratégie" de jeu, dépendant ou non des résultats précédents du lancer de dé. Le but est alors d'élaborer un algorithme correspondant à cette stratégie, et de simuler un grand nombre de parties, en comptabilisant le nombre de parties gagnées par le joueur. Chaque groupe pourra alors comparer ses résultats aux autres, et constater que toutes les stratégies se valent, en comparant leurs fréquences.

Les objectifs visés sont les suivants. En probabilités : simuler des expériences aléatoires, exercer un esprit critique, contrecarrer des idées fausses concernant le hasard et/ou la loi des grands nombres. En algorithmique : décrire un algorithme en langage

naturel, comprendre/compléter/écrire un algorithme, implémenter un algorithme, utiliser des variables, listes, boucles, tests.

Algorithmes

Je vais décrire ici les différents algorithmes pouvant être réalisés, écrits en langage naturel, à faire concevoir complètement ou partiellement par les élèves. Je fais le choix d'utiliser ensuite un logiciel de programmation permettant d'implémenter des « routines » (fonctions ou procédures), à l'instar par exemple du logiciel Xcas, mais pas d'AlgoBox. Ainsi, cela me permet une grande souplesse au niveau de la structure de mes algorithmes.

Algorithme principal : Tirages du dé et application des stratégies de jeu

On considère que l'on va lancer le dé tricolore n fois, que l'on stocke au fur et à mesure les résultats, et que p joueurs vont se confronter. Chacun d'eux va appliquer une stratégie différente, dépendant ou non des statistiques de sorties du dé. On comptabilise les gains de chacun.

```

Entrée : n // nombre de lancers du dé
Variables utilisées : s // liste à trois éléments, représentant les statistiques de sorties du dé
j, j_1, ..., j_p entiers compris entre 1 et 3 // résultat du dé et choix des joueurs
g_1, ..., g_p entiers // gains des joueurs
k // entier
Début
s:=(0,0,0) // initialisation de la liste
j:= nombre entier aléatoire entre 1 et 3 // premier lancer de dé
s(j):=s(j)+1 // on stocke le résultat dans la liste
g_1:=0;...; g_p:=0 // initialisation gains des joueurs
Pour k variant de 2 jusque n faire
  j_1:=stratégie_1(s);...;j_p:=stratégie_p(s) // choix des p joueurs suivant leur stratégie
  j:= nombre entier aléatoire entre 1 et 3 // lancer de dé
  s(j):=s(j)+1 // on stocke le résultat dans la liste
  Si j_1=j alors g_1:=g_1+1 Fin Si // on regarde si les joueurs ont gagné,
  ...
  Si j_p=j alors g_p:=g_p+1 Fin Si // et on comptabilise leurs résultats
Fin Pour
Sortie : liste s et gains g_1, ..., g_p (ou les fréquences de gain g_1/n, ..., g_p/n)
Fin

```

Remarque : J'ai fait le choix de la simplicité, mais on pourrait bien sûr utiliser d'autres boucles *pour* dans l'algorithme lors du traitement des p joueurs (initialisation des gains, appels des stratégies, incrémentation des gains). On pourrait alors ajouter des variables de type liste et adapter la définition et le nom des procédures *stratégie*.

Algorithmes des différentes stratégies des joueurs

Pour chaque joueur on propose un algorithme, correspondant à une procédure ou fonction, selon l'architecture suivante.

```

Nom de la procédure : stratégie_i
Entrée : liste s // résultats statistiques des sorties précédentes du dé
Variables : j // entier de 1 à 3
...autres variables...
Début
..application de la stratégie de jeu, cela aboutit à un entier j...
Sortie : j
Fin

```

La première stratégie pourrait être de ne pas tenir compte des résultats précédents. Cela donne :

```

Nom de la procédure : stratégie_1

```

Entrée : liste s // peut être omis!

Variable : j

Début

j:=nombre entier aléatoire entre 1 et 3

Sortie : j

Fin

Pour notre deuxième stratégie, consistant à jouer la face la plus sortie jusqu'à présent, ce sera :

Nom de la procédure : stratégie_2

Entrée : liste s

Variables : m, j // entiers de 1 à 3

Début

m:=maximum(s) // on suppose que cette fonction existe

j:=1

Tant que s(j) différent de m Faire // on cherche la face étant la plus sortie

j:=j+1

Fin Tant que

Sortie : j

Fin

Pour la troisième stratégie, on remplacera maximum par minimum.

On pourra aussi faire d'autres choix : jouer toujours la même face, choisir alternativement la face 1, puis 2 et enfin 3, jouer la dernière face sortie (il faudrait ici adapter l'algorithme principal pour garder trace du dernier résultat), etc...

J'ai implémenté ces algorithmes sur Xcas, vous pouvez les retrouver dans ce langage sur ma page Web [6].

Prolongements/Aménagements

Un premier aménagement de l'activité pourrait être de ne pas utiliser des algorithmes, mais seulement un tableur. Je ne sais pas si cela est facilement réalisable : avis aux lecteurs.

Un premier prolongement possible est d'enchaîner sur des calculs de probabilités : pour chaque stratégie, la probabilité de gagner est de $1/3$. Il faudra utiliser la notion d'indépendance des lancers pour le démontrer.

Un deuxième prolongement est de se placer dans le contexte d'un dé classique à 6 faces distinctes, les fréquences de gain seront alors de $1/6$ pour chaque joueur ; il est aisé d'adapter les algorithmes précédents à ce cas.

Un dernier prolongement envisageable est de considérer un tirage de Loto. Ici, la difficulté principale est de simuler simplement un tel tirage (choix aléatoire de 5 numéros différents parmi 49). Pour y pallier, on peut utiliser un logiciel ayant une telle procédure déjà implémentée (ou la fournir comme boîte noire aux élèves). Toujours dans ce contexte, on pourrait également envisager d'utiliser le fichier tableur des statistiques historiques du Loto (et accessible sur le site de la Française des Jeux) au lieu de simuler des tirages. Ce serait encore plus judicieux et éviterait le recours aux générateurs pseudo-aléatoires. Toutefois, la mise en œuvre n'est sans doute pas facile à mettre en place.

Pour finir, on pourra étudier avec les élèves les sites internet cités précédemment, proposant des stratégies de choix de numéros au Loto (ou autres jeux), en fonction des statistiques historiques ([7]).

Sitographie :

[1] http://fr.wikipedia.org/wiki/Générateur_de_nombres_aléatoires

[2] http://fr.wikipedia.org/wiki/Générateur_de_nombres_pseudo-aléatoires

[3] <http://www.randomnumbers.info/>

[4] <https://www.random.org/>

[5] http://www.univ-lorraine.fr/sites/www.univ-lorraine.fr/files/CP/cp_lmops_diode_laser.pdf

[6] <http://iecl.univ-lorraine.fr/~Isabelle.Dubois/tricolore/>

[7] <https://www.fdj.fr/jeux/jeux-de-tirage/loto/statistiques>