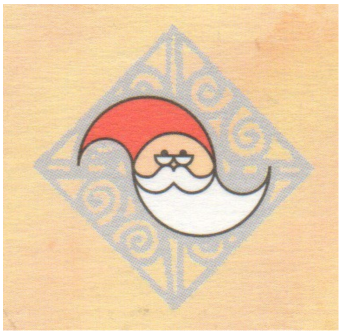
SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 120



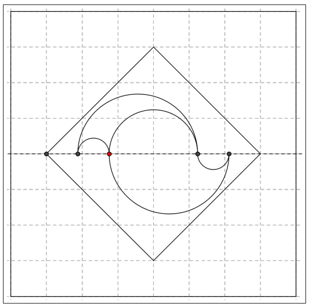
Rappel du défi.

Au dos d'une carte postale achetée au pays du père Noël figure un logo réalisé avec de nombreux demi-cercles et arcs de cercles.

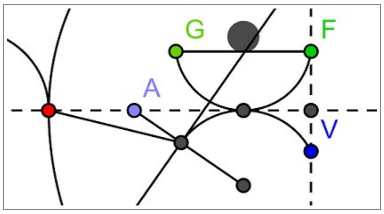
***Redessinez ce logo** en utilisant la règle et le compas ou un logiciel de géométrie.*

Ce défi était beaucoup plus difficile qu'il n'y paraissait au premier abord : c'est sans doute pour cette raison que nous n'avons reçu aucune solution...

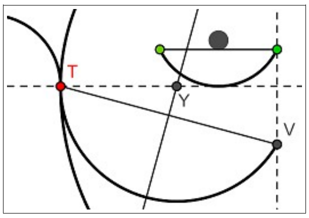
Il était nécessaire, d'une part, d'expliciter un certain nombre d'hypothèses. Et il fallait en outre, pour dessiner la partie supérieure de la moustache, raccorder deux arcs de cercle : cela nécessitait de savoir tracer un cercle tangent d'une part à une droite donnée en un point donné, d'autre part à un cercle donné. Cette compétence faisait partie du bagage des élèves de lycée il y a une cinquantaine d'années, mais est tombée depuis dans l'oubli… même chez les professeurs de mathématiques. Nous la développons en annexe ci-dessous.



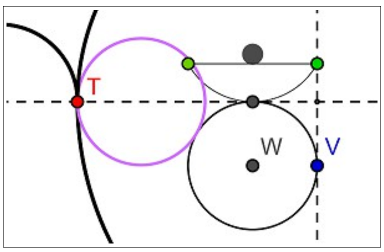
Nous ne donnerons pas ici la totalité du protocole de construction du Père Noël (réalisé avec GeoGebra), mais fournirons quelques indications sur notre démarche. Pour commencer (fig.1), nous sommes partis d'un carré de 8 unités de côté et nous avons émis l'hypothèse que les pointes du carré oblique étaient situées à 1 unité du côté du carré entourant l'image. La position de point rouge a été déterminée de façon approximative : mais ce point est mobile sur l'axe, ce qui permet modifier la taille des demi-cercles.



Pour construire les petits arcs de cercle correspondant aux lunettes, aux yeux, etc. (fig. 2), nous avons placé un certain nombre de points « mobiles » (ils sont en couleur sur la figure) : on peut ainsi les déplacer, ce qui permet de modifier la largeur et le hauteur des lunettes, etc. La partie droite de la figure sera tracée ultérieurement par symétrie par rapport à l'axe vertical central.



La bas de la moustache est l'arc de cercle passant par V et tangent en T à la "verticale" (fig.3).



Il faut maintenant, pour terminer la moustache, construire le cercle mauve tangent en T à la "verticale" et tangent au cercle de centre W et de rayon WV (fig. 3). C'est l'objet de la procédure décrite dans l'annexe ci-dessous.

Nous sommes alors en mesure de terminer la figure... (voir page suivante).

ANNEXE

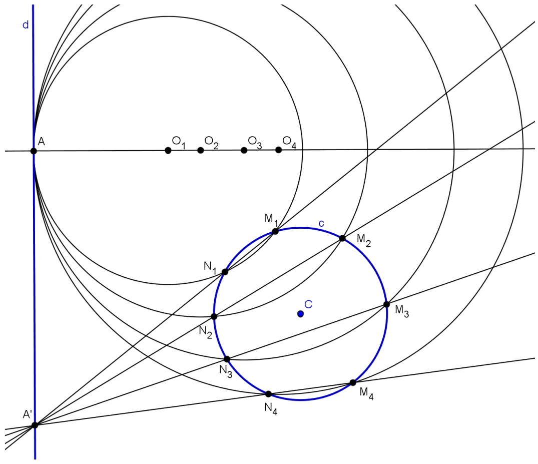
Le problème est le suivant : étant donnés une droite *d*, un point A appartenant à cette droite, et un cercle *c*, déterminer les cercles tangents à la droite *d* en A <u>et</u> au cercle *c*. Sauf cas particuliers, on doit généralement trouver deux cercles solutions.

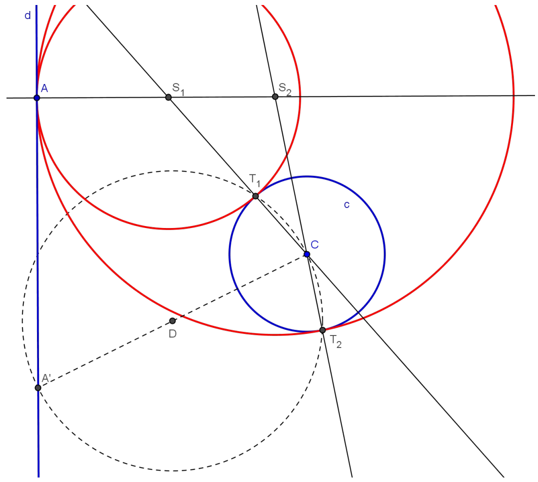
retour au sommaire

Les centres de ces cercles sont nécessairement sur la perpendiculaire en A à d.

Etudions une propriété de cette famille de cercles. Les cordes correspondant aux intersections de ces cercles avec le cercle c se coupent toutes en un même point A’ (sur d). Nous vous laissons le soin de le démontrer. Voir figure de gauche ci-dessous, où nous avons tracé quatre de ces cercles, de centre O_i.

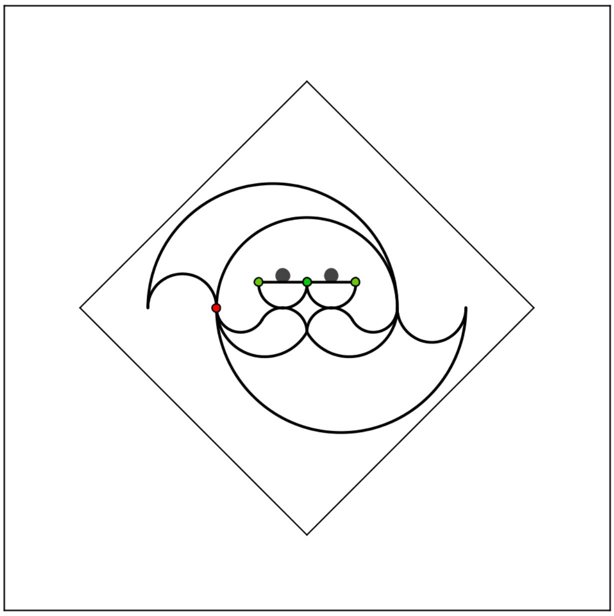
A partir de là, il est facile de déterminer les deux cercles tangents à d et à c : le cercle de centre D (milieu de CA’) donne les points de tangence, d’où les deux cercles tangents... Voir figure de droite ci-dessous.





Bien entendu, nous sommes conscients que cette construction dépasse largement ce qui peut être demandé à un élève de collège, et même de lycée. Nous-mêmes n'avions pas anticipé cette difficulté, et croyions - avant d'avoir essayé - que la tâche demandée était facile. Nostra culpa...

Voici donc la figure finale...



Rappel : les points rouges et verts qui apparaissent sur cette figure permettent de modifier la taille des lunettes, des yeux, des moustaches...

retour au sommaire

DÉFI COLLÈGE n° 121

Il fut un temps où de l'argent était fourni pour un bien qui ne serait disponible que des mois plus tard. Il semble qu'actuellement, la jouissance du bien est plus immédiate.

Nos jeunes lecteurs ignorent sans doute ce qu'est une 4CV. Qu'ils demandent à leurs grands-parents ou consultent http://fr.wikipedia.org/wiki/Renault_4CV .

Le défi : **Comment imaginer un découpage en huit parties de même aire de la silhouette de la 4CV Renault présentée en 1957 dans l'Est Républicain ?** Nous pouvons considérer que les futurs acheteurs étaient attentifs à des mensualisations égales pendant ces huit mois.

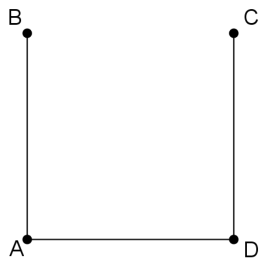
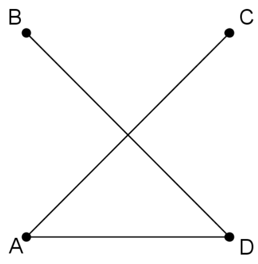
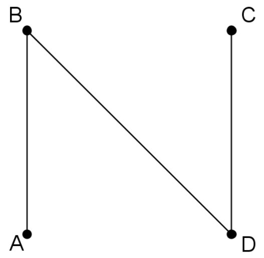
En 2015, les utilisateurs de crédit automobile connaissent des situations différentes de ce qui est exposé ici : on leur précise en particulier le taux du crédit accordé.

N.B. Un franc de 1957 correspond environ à 0,02 euros actuels. Ce qui met la 4CV à près de 8 000 €.

... Et une photo pour que nos jeunes lecteurs puissent mieux se représenter cette voiture.

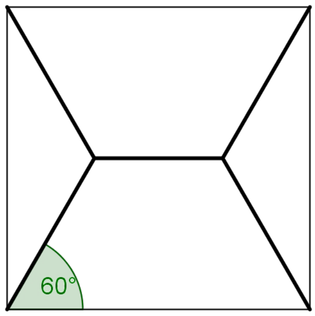
SOLUTION DU DÉFI LYCÉE n°120

Rappel de l'énoncé. Quatre villes (A, B, C et D) sont disposées aux sommets d'un carré.
Pour l'instant, il n'y a aucune route pour les joindre. On voudrait pouvoir visiter successivement ces quatre villes dans un ordre déterminé à l'avance, sans jamais retraverser une ville déjà visitée.
Voici quelques exemples :

		
Si l'on veut réaliser le trajet B→A→D→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→D→A→B, mais aucun autre trajet n'est possible).	Si l'on veut réaliser le trajet B→D→A→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→A→D→B, mais aucun autre trajet n'est possible).	Si l'on veut réaliser le trajet A→B→D→C, on peut construire les 3 routes ci-dessus (ce qui permet également de faire le trajet C→D→B→A, mais aucun autre trajet n'est possible).

Il s'agit de trouver le tracé qui minimise la longueur totale des trajets.

Voici la solution (la même figure ayant subi une rotation d'un quart de tour est évidemment également solution).



Ce problème avait déjà donné lieu à un article d'Hélène MARX paru dans Le Petit Vert n°104 de décembre 2010 : « *Activité introductive à la notion de fonction en classe de 3ème* ».
Nous vous invitons à vous y reporter .

Vous pouvez également consulter les liens suivants :

http://villemin.gerard.free.fr/LogForm/GrChemin.htm#carre

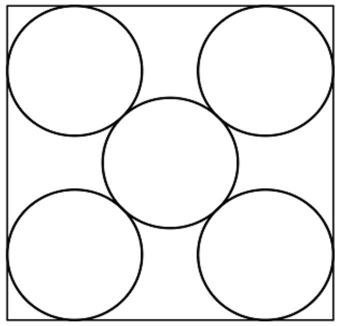
http://mathenjeans.free.fr/amej/edition/9807chem/98adchem.html

http://xavier.hubaut.info/coursmath/app/minima.htm

http://images.math.cnrs.fr/Mathematiques-savonneuses.html

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

DÉFI LYCÉE n° 121



Dans une caisse carrée de 20 cm de côté, on a disposé cinq bouteilles identiques qui rentrent « juste » dans la caisse, comme le montre la figure ci-contre.

Quel est le diamètre de ces bouteilles ?

Vous pouvez généraliser le problème en prenant un carré de x cm de côté...

Envoyez-nous votre solution rédigée, ainsi que les éventuels fichiers (GeoGebra, etc.) que vous auriez eu besoin d'utiliser.

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

THÉOREME
(découvert le 01/04/2015)

$$\forall n\ ,\ n+1=n$$

$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$ d'où, en soustrayant $(2n + 1)$ aux deux membres :

$(n^2 + 1) - (2n + 1) = n^2$.

Soustrayons maintenant $n(2n + 1)$ aux deux membres :

$(n^2 + 1) - (2n + 1) - n(2n + 1) = n^2 - n(2n + 1)$.

Ajoutons $\dfrac{(2n+1)^4}{4}$ aux deux membres :

$$(n^2+1)-(n+1)(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4} = n^2-n(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$$

Les deux membres sont des carrés parfaits :

$$\left((n+1)-\frac{(2n+1)}{2}\right)^2 = \left(n-\frac{(2n+1)}{2}\right)^2$$

d'où : $(n+1)-\dfrac{(2n+1)}{2} = n-\dfrac{(2n+1)}{2}$,

d'où : $\boldsymbol{n+1=n}$. CQFD.

retour au sommaire