LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 122	JUIN 2015

« Des octaèdres réguliers comme s'il en pleuvait » était le titre d'un atelier animé par René Scrève lors de notre Journée Régionale du 11 mars dernier.

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : juin 2015. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.
Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) a tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).
Ce numéro a été tiré à 30 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.

" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.
Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il parait quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).
Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "maths et philo", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève Bouvart, François Drouin, Françoise Jean, Walter Nurdin, Jacques Verdier et Gilles Waehren. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe Walentin.

SOMMAIRE

édito

En mode « examen »

Le bac de maths 2018 devrait imposer une nouvelle génération de calculatrices : celles munies du mode « examen ». Cette décision va permettre de relancer le marché de la calculatrice, notamment pour les deux constructeurs historiques - au détriment des familles qui, comme pour les pulls d'hiver, transmettaient ces instruments du grand frère au petit frère puis au neveu... Ce changement n'est qu'une étape dans le processus de gestion, par l'Éducation Nationale, des outils numériques dans le cadre d'un de ses examens emblématiques : le baccalauréat. Dès le début des années 1990, il était possible de mettre dans la mémoire des calculatrices des quantités de données de plus en plus importantes, parfois des programmes utiles (équations du second degré) ou utilitaires (applications de formules en fonction des données), souvent des aide-mémoire pour le candidat. Puis, on a vu apparaître, dans un souci d'équité, les formulaires ; dont la taille dépassait, pour certaines filières, la longueur du sujet d'examen et dont chaque bachelier de France a possédé, à cette époque, un exemplaire voire plus : une gabegie. Ces formulaires ont disparu depuis 2012, remplacés parfois par une aide ponctuelle dans le sujet, souvent par une calculatrice bien chargée.

À l'heure où notre système éducatif essaie, sans trop savoir comment, d'intégrer les outils numériques, la calculatrice avec mode « examen » est symptomatique de deux problèmes qui ne sont pas des quadratures du cercle mais presque. Le premier est le sens que l'on veut encore donner à notre examen national préféré. Le second tient justement à l'assimilation, par notre système éducatif, des outils numériques. Avec une question piège : quels outils numériques pour le bac ?

Commençons par les outils numériques : leur généralisation est entrée à marche forcée et la volonté politique ne saura se laisser ralentir par les velléités de quelques professeurs, comme d'habitude trop rétifs au progrès. Malheureusement, cette évolution n'a pas été mûrie : mettre une tablette entre les mains de chaque élève ne va pas résoudre ses difficultés et risque même d'en apporter d'autres (panne, manque d'ergonomie...). Les connaissances de beaucoup de professeurs et de politiciens dans le domaine numérique manquent encore trop de profondeur pour mesurer le véritable apport de l'informatique dans les problèmes qu'ils se posent. Les applications en lien avec l'apprentissage proposées par les développeurs sont nombreuses, variées, très belles et donnent sûrement envie de travailler à l'élève, mais sont-elles toutes utiles ? Peut-on enseigner le monde qui nous entoure par leur seul biais d'un écran ?

retour au sommaire

Va-t-on alors évaluer la maîtrise de ces outils lors du bac ? L'algorithmique et la programmation sont en train de s'immiscer dans les programmes de mathématiques à tous les niveaux et c'est une évolution cohérente. Les sujets de bac font apparaître régulièrement des exercices d'algorithmique, mais la calculatrice « examen » permettra-t-elle de tester les algorithmes proposés par le sujet ou par le candidat ? Il est pourtant difficile de dissocier l'algorithme et le programme. Pour ce qui est des aide-mémoire de tout genre enregistrés par le candidat, les calculatrices avec calcul formel permettent déjà, à certains candidats bien nantis, de se passer de formules de dérivation, de calculs de limites ou d'opérations compliquées sur les complexes.

Il reste enfin des collègues pour regretter l'expérience avortée des TP bac en maths qui permettait d'envisager une épreuve écrite sans calculatrice. Cette expérience aurait sûrement mérité d'être prolongée, car elle s'ouvrait sur un nouveau mode d'évaluation qu'on retrouve dans l'esprit des CCF[1] : l'évaluation de la production écrite mais aussi celle du comportement de l'élève lors de l'épreuve, en interaction avec son environnement.

Tous les élèves ne retiennent pas les mêmes connaissances et la recherche, par un moyen ou par un autre, d'un savoir ou d'un savoir-faire a été facilitée par l’accès aux bases de données, que met à notre portée Internet. La recherche d'informations pertinentes dans un monde en réseau saturé de données est aussi une compétence qui mérite d'être évaluée lors d'un examen. Le futur citoyen aura besoin de mobiliser beaucoup de facultés pour accéder à l'information qui le concerne et qui lui sera utile.

Apprenons à nos élèves à faire un usage réfléchi et raisonné des outils numériques pour ce qu'ils nous apportent d'utile et non pour l'apparente facilité qu'ils offrent. Pour ce faire, il faudra sûrement une formation en informatique solide (pour les professeurs et leurs élèves), non pas dans le cadre de l'usage de tel ou tel logiciel, mais de l'ordinateur en lui-même, quelle que soit la forme qu'il revêt (tablettes, smartphones, ordinateur portable, client léger...).

Gilles Waehren,
Président

[1]Contrôle en cours de formation.

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Les membres du Comité pour 2015/2016

Jean-Michel **BERTOLASO (*)**, L.P. du Bâtiment, Montigny, J.Michel.Bertolaso@ac-nancy-metz.fr
Geneviève **BOUVART**, lycée Ernest Bichat, Lunéville, gbouvart@wanadoo.fr
Ghislaine **BURKI**, en disponibilité, tresorier@apmeplorraine.fr
Sébastien **DANIEL**, collège Louis Armand, Petite-Rosselle, sebastien.daniel@rtvc.fr
Fathi **DRISSI**, collège Jean Burger, Moyeuvre-Grande, fathi.drissi@free.fr
François **DROUIN**, retraité, francois.drouin2@wanadoo.fr
Rachel **FRANÇOIS**, école primaire de Coincourt, Rachel.Francois2@ac-nancy-metz.fr
Louisette **HIRIART**, collège Chepfer, Villers-lès-Nancy, lehiriart@gmail.com
Françoise **JEAN**, retraitée, fm.jean@orange.fr
Christelle **KUNC**, collège Chepfer, Villers-lès-Nancy, christelle.kunc@wanadoo.fr
Laurent **MARX**, collège Les Gaudinettes, Marange-Silvange, laurent.marx@ac-nancy-metz.fr
Anas **MTALAA**, collège-lycée N-D.de la Providence, Thionville, anas.mtalaa@gmail.com
Pierre-Alain **MULLER (*)**, lycée Nominé, Sarreguemines, pierre-alain.muller@wanadoo.fr
Walter **NURDIN**, ÉSPÉ de Lorraine, site Nancy, walter.nurdin@univ-lorraine.fr
Valérie **PALLEZ** (*), lycée Stanislas, Villers-lès-Nancy, valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr
Michel **RUIBA**, collège des Hauts de Blémont, Metz, michel.ruiba@ecopains.net
André **STEF**, I.E.C.N., Univ. Lorraine, Vandœuvre, Andre.Stef@univ-lorraine.fr
Daniel **VAGOST**, retraité, daniel.vagost@gmail.com
Jacques **VERDIER**, retraité, jacverdier@orange.fr
Gilles **WAEHREN**, lycée Charles Mangin, Sarrebourg, president@apmeplorraine.fr

Céline **COURSIMAULT (jbcc@pt.lu)**, ancienne présidente, est “invitée permanente” du Comité.

(*) Membres élus au Comité national, donc membres de droit du Comité régional.

Les responsabilités dans la Régionale

Président	Gilles WAEHREN
Vice-président	Michel RUIBA
Président d’honneur	Jacques VERDIER
Trésorière	Ghislaine BURKI
Trésorier adjoint	Daniel VAGOST
Secrétaire	Geneviève BOUVART
Secrétaire adjoint	Sébastien DANIEL
Directeur de publication « Le Petit Vert »	Gilles WAEHREN
Responsable Commission Premier degré	Rachel FRANÇOIS
Responsable Commission Collèges	Michel RUIBA
Responsable Commission Lycées	Geneviève BOUVART
Responsable Commission Lycées professionnels	Jean-Michel BERTOLASO
Responsable Commission Enseignement supérieur	André STEF
Responsable Commission Formation des maitres	Walter NURDIN
Responsable Groupe Histoire	Gilles WAEHREN
Responsable Groupes "Jeux" et "Maths & Arts"	François DROUIN
Responsable Rallye	Pierre-Alain MULLER
Responsable Site Internet	Ghislaine BURKI
Responsable Comité de rédaction du Petit Vert	Jacques VERDIER
Responsable rubrique « Problèmes »	André STEF
Chargé de mission P.A.O. Petit Vert	Christophe WALENTIN
Chargé de mission Brochures	Walter NURDIN
Chargé de mission Bibliothèque	François DROUIN

Chargés de mission Exposition itinérante : Andre.Stef@univ-lorraine.fr (dép.54), joelle.agamis@free.fr (55), michel.ruiba@ecopains.net (57), baliviera.mj@isys.fr (88) et pierre-alain.muller@wanadoo.fr (langues étrangères)

Vérificateurs des comptes : Marie-Claire KONTZLER et Christophe PRÉVOT

Le bilan d'activités et le bilan financier de l'année 2014 ont été envoyés par courriel à tous les adhérents. Ils ont été soumis au vote lors de l'Assemblée Générale du 11 mars 2015, et adoptés à l'unanimité. Ces bilans seront mis en ligne dès que le site sera opérationnel.
L'A.G. a également procédé à l'élection des membres du Comité de la Régionale (tous les candidats ci-dessus ont été élus) et à la nomination des deux vérificateurs des comptes.

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

La Journée régionale du 11 mars 2015

La « traditionnelle » Journée régionale s'est déroulée, comme à l'habitude depuis quelques années, le matin à la Faculté des Sciences et l'après-midi au lycée Callot, dans une ambiance conviviale et riche d'échanges. Environ 140 participants étaient présents (et même beaucoup plus le matin, puisque le conférencier, Arnaud FISHER, avait de son côté invité beaucoup de collègues pour sa conférence « La mesure du possible, ou comment les mathématiques ont su décrire le monde »).

La majorité d'entre eux étaient des enseignants des collèges et des lycées de l'Académie, mais participaient également des professeurs des écoles (deux ateliers leur étaient particulièrement destinés), des enseignants du supérieur, de lycées agricoles, des étudiants en master, etc.

Les quelques photos ci-dessous, plus qu'un long discours, illustrent bien le déroulement de cette journée.

Pour ceux qui n'ont pas pu participer, nous leur donnons rendez-vous le **16 mars 2016**.

La conférence d'Arnaud Fischer

Un repas très convivial

La vente des brochures de l'Apmep

La réunion de la commission lycée

Un atelier « premier degré »

Un atelier de construction d'octaèdres

Dans les pages qui suivent, vous trouverez également les comptes rendus des commissions régionales, qui se sont réunies ce 15 mars, et un article de l'Est Républicain relatant les objectifs de cette journée.

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

La Journée régionale du 11 mars en page « Région » de l'Est Républicain.

Enseignement - Quand les profs participent à une journée régionale de formation et de sensibilisation « Les maths outil du citoyen »

Il est loin le temps des « maths modernes », qui ont fait sécher et dessécher des générations de collégiens. Photo Patrice SAUCOURT

Mais à quoi servent les maths ? À sélectionner ? Sans aucun doute. Les profs de maths l'admettent volontiers. Mais le déplorent quand même. Car cette « vocation » ne contribue pas à redorer le blason d'une discipline à laquelle colle encore la (très) mauvaise réputation des « maths modernes », qui ont fait sécher et dessécher des générations de collégiens dans les années 70.

Pourtant, on ne peut pas dire que les profs de maths conservent les deux pieds dans la même charentaise, quand on voit l'activité et l'enthousiasme déployés par l'antenne lorraine de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public (Apmep), qui compte aussi des enseignants du privé. « Les maths modernes, c'était bon pour les très bons élèves », se souvient Françoise Jean, enseignante à la retraite, et ex-formatrice en IUFM. Qui rappelle par la même occasion, qu'à la même époque, les profs et les chercheurs matheux ont créé un outil qui fait aujourd'hui leur fierté et leur force, à savoir l'Irem, l'institut de recherche en mathématiques. « La réputation des maths modernes nous colle encore un peu à la peau, mais nous nous efforçons de la détricoter en proposant des choses nouvelles, on ne doit pas faire des maths un outil de sélection mais un outil au service du citoyen, forcément confronté à des chiffres, on doit apprendre aux élèves à acquérir un sens critique, à se reposer les questions après un calcul, à vérifier », réagit Gilles Waehren, président depuis l'an dernier de l'association lorraine, qui rassemble 240 enseignants, de la maternelle à l'université.

Il ajoute : « Le calcul n'est pas toujours connecté à des situations réelles, mais on explique dans nos cours comment les maths se vivent aussi au quotidien, que l'algèbre et le calcul littéral sont nécessaires ».

Un art accessible et… ludique

Les maths coupées du monde ? Si les préjugés ont la vie dure, la journée régionale des mathématiques qui a drainé hier à Vandœuvre-lès-Nancy, à la faculté des sciences puis au lycée Jacques Callot, des profs bien au-delà du réseau d'adhérents de l'Apmep, a fourni de multiples armes aux profs pour les tailler en pièces.

Ouverte par une conférence d'Arnaud Fischer, maître de conférences à l'Université de Lorraine sur « la mesure du possible ou comment les mathématiques ont su décrire le monde », la journée s'est poursuivie par une série de commissions pour réfléchir à l'impact des réformes éducatives sur l'enseignement des maths et par des ateliers qui ont permis d'écouter des témoignages de praticiens sur des approches pluridisciplinaires comme « mathématique et numérique, un exemple de liaison CM-6e », « constructions géométriques des peintres et artisans », « les tuiles de Girih et l'art arabo-musulman au service de la notion d'angle et de sa mesure… sans mesurer ».

Les maths ? Tout un art. Qui peut se révéler accessible. Et ludique. Incroyable, non ?

Philippe RIVET (*L'Est Républicain*)

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Comptes rendus des commissions régionales

Les commissions nationales de l'APMEP réfléchissent et débattent des grands sujets de l'Education Nationale liés aux mathématiques. Les commissions régionales permettent d'alimenter leurs réflexions et leurs propositions. Quatre commissions se sont réunies le 11 mars dernier lors de notre journée régionale. Vous trouverez ci-dessous les comptes rendus correspondants.

Commissions école et collège (réunies en une seule)

Une cinquantaine de personnes sont présentes (dont 2 professeurs des écoles).
Avant nos échanges au sujet du Conseil École-Collège, du Socle commun de compétences et de connaissance et de la formation des professeurs, les vidéo conférences APMEP à venir, visibles sur le site national, ont été annoncées : le 19 mars TI Collège, puis d'autres destinées principalement au lycée. Il est rappelé que tout le monde peut s'inscrire. Il est même possible de suivre une conférence en cours ; si on pense arriver en retard, on prévient et on la rejoint.

Conseil École-Collège

Il vise à une continuité efficace des apprentissages, pour un prolongement au collège de projets initiés à l'école primaire, puisque le cycle 3 (palier 2 du socle) comprend le CM1, le CM2 et la 6ème. Il est composé d'autant de professeurs des écoles que de professeurs de collèges.
Sur le terrain, le nombre de réunions, l'organisation et le contenu sont variables suivant les secteurs :
Exemple 1 : Deux commissions ont été scindées en jeux CM2/6ème en mathématiques et évaluations toutes disciplines.
Exemple 2 : Priorité est accordée au français (peut-être en mathématiques l'année prochaine). Une occasion de "réconcilier" les matières aurait été possible (lire un énoncé, comprendre un énoncé…)
Exemple 3 : Travail personnel ; ceux qui y assistent représentent l'ensemble des collègues.
Exemple 4 : Des méthodes de travail à l'école primaires sont comparées à celles du collège (traces écrites, utilisation du cahier de texte…) et des visites du collège sont prévues. Il serait opportun de se fixer des actions possibles à évaluer.
Exemple 5 : Les enseignants essaient de mettre en place un cahier de mathématiques qui suivra les élèves du CM1 à la 3ème. Le collègue de français est allé dans les écoles du secteur (En français, on peut aussi utiliser des couleurs pour les verbes…). Celui de SVT aussi (montrer comment on annote les schémas..). En mathématiques, il est possible de proposer des jeux, exercices de recherches, défis…
Il est rappelé que les expos itinérantes APMEP dans chaque département de l'académie sont propices à une approche par le jeu pour travailler des compétences au programme et que des collègues peuvent être sollicités pour des explications.

Le socle

Il est difficile de réfléchir sur le socle sans avoir la maquette des programmes et rien sur l'évaluation. Au collège, 3 heures d'aide personnalisée, 3 heures transdisciplinaires.
On entend dire qu'une partie de la géométrie serait supprimée en faveur de l'algorithmique dès la 6ème.
De l'histoire des mathématiques et des jeux seront intégrés. Le mot « jeu » est inscrit dans les textes officiels.
Le programme de cycle 4 (5ème, 4ème, 3ème) permettrait de tout faire sur trois ans car tous les élèves ne peuvent pas apprendre la même chose au même moment.
L'évaluation sans note est testée à Ars-sur-Moselle, par exemple. Certains enseignants rédigent les livrets sans note et avec notes parallèlement. Certains enseignants les ont remplis

sans note sur un trimestre ou sur toute la 6ème mais ils ne lisaient pas tous la grille de la même manière. Une évaluation n'est pas forcément une évaluation finale de constat mais elle peut être source de remédiation. L'important est de proposer une remédiation mais il faut revoir le fond pour certains élèves alors qu'il est difficile par manque de temps de faire refaire le programme entièrement. Le problème de l'hétérogénéité se pose lorsque certains élèves doivent revoir une notion, combler des lacunes… alors que les autres doivent continuer à avancer.
Les thèmes de convergences n'ont pas fonctionné, entre autre par manque de cadre institutionnel, donc les heures de programme transdisciplinaire pourraient faire avancer les choses (travail par projet(s), etc.) mais ne serviraient pas forcément à cela non plus de manière efficace.

Le brevet des collèges

Une grande majorité est pour son maintien. Quelques collègues pensent qu'il ne correspond plus au programme de 3ème, d'autres qu'il est un examen de fin d'études au collège et qu'il ne doit pas obligatoirement être une évaluation de l'ensemble des notions étudiées ni des "principales". Le fait de noter des compétences ne fait toujours pas l'unanimité.
Le sujet 2014 a laissé perplexe : 3 exercices pour coller aux compétences plutôt compliquées que complexes pour des élèves fragiles qui ont vite abandonné ; des situations de la vie courante peu convaincantes (au moins pour les enfants des villes : bottes de paille pour isoler un toit).

Formation

• **initiale :** Selon certains étudiants, la transition IUFM / ÉSPÉ s'est opérée dans l'urgence, au détriment des étudiants, les formateurs ne sachant pas quoi leur enseigner. Des questions de taille comme l'hétérogénéité, le socle, l'évaluation devraient été plus traitées à l'ÉSPÉ.

• **continue :** Sur le terrain les professeurs de mathématiques sont ceux qui demandent le moins de stages dans l'académie (12%). Est-ce l'offre qui est insuffisante, pas adaptée, pas "alléchante", … ou sont-ce les profs de maths qui manquent de temps ou se sentent assez "formés" ?

Il est rappelé que les gouters APMEP permettent aux collègues de se retrouver tout au long de l'année pour discuter sur des thèmes de l'actualité ou des activités mises en place dans les classes (pratique, ressources, liens...). Il ne faut pas hésiter à solliciter les membres du comité pour l'organisation, la diffusion de l'information, voire la conception d'un gouter sur un thème donné.

Rachel François et Michel Ruiba

Commission lycée

Environ 35 participants étaient présents à cette commission.

Des constats

• Fracture troisième/seconde

De nombreux lycéens arrivant en seconde ont été déstabilisés par le brevet et ont besoin d'une remise en confiance en seconde. Des professeurs de lycée ne se sont pas adaptés aux élèves venant du collège.
Si le professeur pose une question qui demande un temps de réflexion et que la réponse ne peut pas être immédiate le lycéen tolère rarement ce délai d'attente ; il souhaite une aide complémentaire se sentant en échec. Les prestations orales des élèves sont en nette amélioration ; actuellement on évalue rarement cet oral.

• Fracture seconde/première S puis terminale S

Le rythme de travail et d'apprentissage provoque de nombreuses difficultés auprès d'élèves qui n'ont pas nécessairement choisi la série S par goût pour des études scientifiques. Le recours aux cours particuliers s'amplifie encore.

retour au sommaire

Des pistes et des interrogations

Le fait d'initier davantage à des problèmes de recherche en collège devrait être sensible dans les années futures, l'élève ne se sentant plus en échec s'il ne peut pas fournir une réponse immédiate.

Il est nécessaire de bien cibler les différents types de travail à proposer au élèves en faisant, par exemple, plutôt du travail de recherche en classe et en conservant presque uniquement des exercices d'entraînement à la maison.

Le travail en groupes est un levier intéressant pour plusieurs professeurs de la commission : les élèves sont plus actifs et leurs échanges sont fructueux.

Les classes étant hétérogènes, particulièrement en seconde, il semble nécessaire :
• de bien différencier ses cours,
• de réorganiser l'ensemble des séquences en envisageant, par exemple, des séances de calcul mental, des temps de recherche, …
• de pratiquer d'autres modes d'évaluation en privilégiant l'oral pour certains élèves en réel échec avec l'écrit,
• de prendre en compte les compétences mises en jeu dans les travaux effectués…
• de chercher de nouvelles formes de travail pour motiver les élèves. Comment utiliser le numérique efficacement ? Il y a nécessité de faire une progression commune en classe de seconde dans un établissement donné. Qu'en est-il de la pédagogie inversée ?...

Des questions

Quid de la question ouverte au baccalauréat 2015 ? Il a été décidé de réunir une commission lycée début juillet à Metz pour, en particulier, analyser le sujet de baccalauréat

Geneviève Bouvart

Commission lycée professionnel

Cinq Lycées professionnels étaient représentés ; Richard Cabassut (l'ÉSPÉ de Strasbourg) était également présent, car il appartient à un groupe IREM-LP sur la modélisation.
La discussion s'est faite par rapport aux points qui avaient été abordés l'an passé.

Les thématiques sont vues cette année comme des sujets assez bateaux où peut se caser plein de choses. A priori, ce n'est plus un carcan pédagogique que de les aborder. Quand on fait une préparation de cours, on ne cherche pas forcément dans quelle thématique on est. L'essentiel est d'évoquer un problème concret. Ce qui reste comme contrainte c'est de faire "rentrer dans les cases".

EGLS (Enseignement général lié à la spécialité) : L'exemple d'un établissement de fixer 1,25 h par quinzaine ne permet pas de traiter tout ce qui pourrait l'être. L' EGLS est considéré dans l'emploi du temps comme un cours à part entière.
On s'accorde pour dire que cela dépend des lycées : s'il subsiste une volonté de l'établissement à mettre ce créneau clairement étiqueté ou/et si il y a un réel partage des besoins de l'enseignement professionnel
La répartition des heures affectées est importante pour capter les moyens de faire cet enseignement.

Les Publics en LP

Les Bac Pro : En Bac Pro, si le taux de pression est bon, la classe est facile à gérer. Sans tomber dans le travers que les élèves ont un niveau qui baisse, beaucoup d'élèves de secondes auraient néanmoins le niveau d'élève de CAP.
Les CAP : Quand on a une classe de CAP et une de seconde BP3, on peut avoir une progression commune et on voit aussi que les exigences sont moindres en CAP.
Les 3PP : Ces élèves ne sont pas prioritaires pour rejoindre un CAP et cela pose problème : il faudrait plus de place en CAP pour qu'ils soient ouverts à tout élève qui en aurait le profil, y compris les élèves ne venant pas de Segpa.
Le programme de 3ème est à notre avis très rigide.

retour au sommaire

Les élèves de 3ème ne sont pas forcément préparés à la pédagogie que l'on doit mettre en place en seconde. Pourtant la démarche d'investigation est à faire.
Le socle commun induit une évaluation par compétences, les élèves arrivant en seconde devraient être habitués à ce type d'évaluation et donc de pratique pédagogique (problèmes ouverts, tâches complexes, etc.)

Le besoin d'échanger est grand. Beaucoup de points n'ont pas été traités en profondeur. La Commission LP mérite d'exister pour au moins évaluer nos pratiques et nos ressentis personnels.

Jean-Michel Bertolaso

Commission formation des maitres

Trois documents avaient été transmis aux inscrits.
Le premier, « Stratégie mathématiques », présenté le 4 décembre 2014 par Madame le Ministre Vallaud-Belkacem. Ce document du Ministère décline 10 mesures autour de 3 axes pour tenter de combattre l'innumérisme constaté. Plusieurs propositions de mesures concernent directement la formation.
Le deuxième donne la position de l'APMEP sur ce texte.
Le troisième est une « lettre ouverte aux décideurs », texte écrit par un collectif d'enseignants et d'enseignants-chercheurs de l'ÉSPÉ de Nantes. Cet écrit relate qu'ils sont dans « l'impossibilité de remplir les missions prescrites » pour former les futurs enseignants et dégage des propositions pour y remédier.

7 personnes étaient présentes à la commission.
Elles adhéraient aux constats du texte ministériel et aux intentions de prendre en compte les recherches et innovations menées en France et à l'étranger ainsi qu'au renforcement de la formation initiale et continue des enseignants. Ainsi, le groupe était en accord avec le texte de l'APMEP relatif au document du ministère. Cependant, le doute sur la mise en œuvre est fort. Principalement pour « l'effort » qui serait porté pour la formation des futurs professeurs et des formateurs. Les moyens ne sont pas inscrits et la succession des priorités diverses laisse penser que cette proposition première risque de rester lettre morte.
La place du concours est discutée. Le consensus se fait sur l'allongement d'un an de la formation. Ainsi, le groupe apprécie que le texte ministériel veuille mettre en place des interventions en L2 et L3. Néanmoins certains précisent qu'il sera très difficile d'imposer aux autres parcours universitaires des créneaux où les mathématiques seraient présentes. De plus, le groupe a soulevé qu'il faudrait bien s'entendre sur les aspects présentés en L2 et L3. Soit reprendre les savoirs disciplinaires de base, soit réconcilier les étudiants avec la démarche mathématiques voire scientifique. Au final l'essentiel pour le groupe est de donner « envie » de faire des mathématiques. Cette envie qu'il faut déjà instiller chez les étudiants puisque les enseignants présents savent qu'il est désormais urgent de faire des mathématiques autrement et que la notion de plaisir est alors première.

Le groupe propose également que des stages soient mis en place dès la L1 et que 3h soient consacrées à un pré-stage et 3h à un post-stage.

Le texte du ministère avance également, pour rendre le concours plus attractif, la création d'une option informatique au CAPES de mathématiques. Cette proposition est diversement appréciée. Tout d'abord sur l'efficacité réelle mais également sur le fond. Le groupe ressent qu'il a une pression de plus en plus importante d'utiliser les TUIC (Techniques usuelles de l'information et de la communication) et particulièrement l'informatique. Il ne faudrait pas que l'outil prenne la pas sur la véritable activité mathématiques.

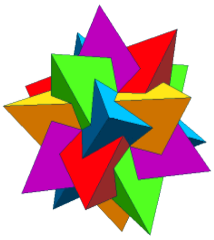
Il semble également qu'un consensus se dégage pour dire que le mi-temps donné aux stagiaires est trop lourd et qu'un tiers-temps serait plus approprié pour dégager de véritables temps de formation et d'analyses des situations menées par les étudiants stagiaires.

Walter Nurdin

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

Le rallye mathématique de Lorraine



Le rallye organisé par la Régionale Lorraine est destiné aux classes de troisième et de seconde de notre académie (et il n'y a pas de frais d'inscription !). Le sujet de l’épreuve est unique et identique pour les deux niveaux. Il comporte 10 questions, plus une question subsidiaire pour départager les éventuels ex-æquo. Pendant l’heure et demie du concours, les élèves se répartissent les exercices, sans oublier de prévoir un temps de mise en commun pour remplir l’unique fiche-réponse de la classe.

Ces 10 questions, pour lesquelles seule la réponse est demandée, sans justification aucune, sont posées de façon aléatoire sans tenir compte de leur difficulté et valent chacune 4 points. La question subsidiaire, quant à elle, consiste en un problème dont la solution devra être rédigée.

Les objectifs de ce rallye sont, à l’image de bien d’autres :

- permettre à tous les élèves d’une classe de participer à une activité mathématique ;
- motiver les élèves par des jeux et des énigmes à résoudre ;
- favoriser la communication et la coopération au sein de la classe.

Le nombre de classes participant au rallye augmente régulièrement (pour cette année, cela correspond à plus de 8000 élèves) :

Année	Collèges		Lycées		Total	
	Etablissements	Classes	Etablissements	Classes	Etablissements	Classes
2015	55	169	31	118	86	287
2014	56	158	26	106	82	264
2013	41	116	26	92	67	208
2012	32	96	19	63	51	159
2011	32	80	16	60	48	140
2010	27	69	18	44	45	113
2009	31	75	21	60	52	135
2008	27	63	17	62	44	125
2007	20	41	20	53	40	94

Cette année, le rallye a eu lieu le jeudi 2 avril. Le sujet est téléchargeable sur :
http://apmeplorraine.fr/doc/Rallye%20Mathématique%20de%20Lorraine%202015.pdf

Palmarès

Pour les collèges

1er prix : 3ème D du collège Le Tertre de Remiremont

2e prix : 3ème 1 du collège Jean Mermoz de Marly

3e prix : 3ème 1 du collège Paul Langevin d'Hagondange

Pour les lycées

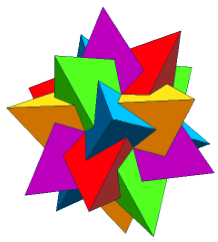
1er prix : 2nde 3 du lycée Fabert de Metz

2e prix : 2nde 1 du lycée Mangin de Sarrebourg

3e prix : 2nde 7 du lycée André Malraux de Remiremont

Un prix spécial est décerné à la classe de 2nde 1 du lycée Saint-Exupéry de Fameck et à la classe de 3ème du collège Jean Moulin d'Uckange qui ont participé ensemble au rallye et ont livré la meilleure production.

Nous vous proposerons, dans le numéro de septembre, quelques informations sur la résolution des divers exercices.



retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

C'était il y a 25 ans, dans le Petit Vert

En feuilletant le numéro 22 du Petit Vert de juin 1990, nous avons été surpris par le nombre de candidats à notre premier rallye (près de 5 000), et par le fait que la remise des prix avait lieu au siège de l'Est Républicain. Étonnante également l'annonce de notre première Journée régionale, « coincée » entre la prérentrée et la rentrée de septembre, et « décentralisée » à La Bolle, dans les Vosges : il y avait déjà une conférence (sur l'évaluation), six ateliers, une soirée animée par le groupe « Jeux » de l'Apmep, et une plage réservée aux initiatives personnelles et échanges informels.
Mais ce dont nous voulons vous faire profiter, c'est un test de géométrie dans l'espace, proposé par Joël Clusaz, alors au lycée de Neufchâteau.
Ce qui nous a plu en relisant cet article, c'est le dispositif pédagogique mis en place avec travail de groupes et échanges entre groupes. Beaucoup d'adhérents l'ont utilisé dans leurs classes.
Ce test nous semble toujours d'actualité en supprimant les référence à l'orthogonalité, qui n'est plus au programme de seconde. Les 9 items sont largement suffisants pour une introduction dynamique et l'activité peut ainsi fonctionner aussi bien.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Quand on aborde la géométrie dans l'espace en classe de seconde, on a peut être trop tendance à se dire que c'est là un domaine des mathématiques que nos élèves ont peu abordé par le passé. Me disant que chaque fois qu'ils écrivent sur une feuille avec un stylo ils font l'intersection d'une droite et d'un plan, et que quand ils ouvrent un livre ils font l'intersection de deux plans, je commence la géométrie dans l'espace en m'appuyant sur le fait qu'ils ont déjà des connaissances dans ce domaine. Profitant des séances de travaux dirigés où j'ai une demi classe pendant 1,5 h, j'organise ma première séance de géométrie dans l'espace ainsi :

Premier temps (30 minutes maximum)

- Je distribue le document en annexe à chaque élève
- Chacun le remplit individuellement.
- Chacun me présente à tour de rôle ses réponses.
- A chaque fois, j'indique le nombre d'erreurs.
- Chacun recommence une seconde fois.

Il est utile d'avoir prévu un transparent avec les réponses pour contrôler rapidement les erreurs.
Deuxième temps (30 minutes)

- Les élèves se regroupent par 4.
- Ils remplissent une grille par groupe.
- Un membre du groupe m'apporte la grille.
- J'indique le nombre d'erreurs.
- Chaque groupe refait une tentative.
- Après avoir donné le nouveau nombre d'erreurs, je demande à chaque membre du groupe de recopier sur sa propre grille les résultats retenus par son groupe.

Troisième temps (15 à 20 minutes)

- Chaque groupe envoie un « émissaire » dans chaque autre groupe pour conforter leurs résultats.
- Chaque émissaire revient dans son groupe d'origine pour remplir une dernière fois la grille.
- J'indique à chaque groupe son nombre d'erreurs.

Quatrième temps (5 à 10 minutes)

- Je traite avec toute la demi classe les items qui sont restés l'objet d'erreurs.

Commentaires

Premier temps :
J'ai été frappé par la rapidité avec laquelle la plupart des élèves venaient me proposer leurs réponses. J'en ai déduit, peut-être hâtivement, qu'ils n'avaient pas fait une lecture assez sérieuse des items proposés, ce qui risquait de faire

perdre de l'efficacité à la mise en groupes. Comme de plus ils ont été assez interloqués par leur nombre de réponses fausses (de 12 à 17), j'ai pu noter que leur deuxième lecture des items était bien plus scrupuleuse, ce qui s'est traduit par une diminution des erreurs (de 9 à 14), et sans qu'aucun ne se soit contenté d'inverser les réponses. J'ajouterai que la toute première fois où j'ai mis en place cette activité, j'ai organisé inutilement un troisième passage : cela a créé chez certains un trouble superflu du fait d'une augmentation de leur nombre d'erreurs.

Deuxième temps :
L'âpreté des débats dans les groupes, la diversité et l'ingéniosité des arguments des uns et des autres, ont vite dissipé le malaise que je ressens à ne pas être acteur dans les apprentissages de mes élèves. Je me suis interrogé sur la pertinence de faire remplir deux fois la grille dans ces mêmes conditions, car le nombre d'erreurs restait stable entre les deux tentatives (entre 5 et 8). A l'heure actuelle, je maintiens cette modalité car elle me semble nécessaire à la bonne marche de l'étape suivante : elle permet à chacun d'avoir bien présent à l'esprit les diverses argumentations qui ont conduit son groupe aux choix faits.

Troisième temps :
C'est l'étape la plus importante car c'est celle où s'ancrent les apprentissages effectués. Il a été intéressant pour moi de noter qu'au premier retour des « émissaires » dans leurs groupes d'origine, c'étaient les exemples et les contre-exemples les plus probants qui avaient été retenus. Il faut aussi noter que le nombre d'erreurs pour tous les groupes des deux demi-classes allait de 1 à 3, que c'étaient toujours les trois mêmes items qui recevaient des réponses erronées, que l'erreur commune à tous a porté sur « une droite est perpendiculaire à un plan si et seulement si elle est perpendiculaire à une infinité de droites de ce plan », les élèves ayant omis d'envisager le cas de droites parallèles.

Quatrième temps :
C'est le point le plus faible de la séquence avec le document utilisé. De même que la liste d'items proposée mériterait d'être recomposée, il faudrait établir une procédure supplémentaire qui conduirait les élèves à établir une liste sans aucune erreur. Ce n'est pas impossible a priori puisqu'il semble que les erreurs commises soient prévisibles. Mais s'il fallait attendre que tout soit parfait pour entreprendre…

Pour conclure, toute cette séquence de cours est basée sur ce que l'on pourrait appeler une évaluation « prétexte ». En apparence, au départ, il s'agit d'évaluer les préacquis des élèves dans un domaine particulier, mais cette évaluation n'est qu'un prétexte à la mise en place d'une situation d'apprentissage (un petit coup de conflit socio-cognitif, un petit coup de métacognition) donnant une illustration à cette idée selon laquelle on n'apprend que ce que l'on sait déjà.

Joël Clusaz

Annexe : le questionnaire proposé

	VRAI	FAUX
Trois points non alignés définissent un plan.		
Deux droites qui n'ont aucun point commun sont parallèles.		
Si deux points d'une droite appartiennent à un plan, la droite est contenue dans le plan.		
Deux droites parallèles appartiennent à un même plan.		
Si une droite est parallèle à une droite d'un plan, elle est parallèle à ce plan.		
Si une droite est parallèle à un plan, elle est parallèle à toutes les droites du plan.		
Si une droite est parallèle à un plan, elle est parallèle à une infinité de droites du plan.		
Par un point, il passe un et un seul plan parallèle à un plan donné.		
Par une droite, il passe une et une seule droite parallèle à un plan donné.		
Deux droites orthogonales de l'espace sont sécantes.		
Si une droite est perpendiculaire à un plan, elle est orthogonale à toutes les droites du plan.		
Si une droite est orthogonale à un plan, elle est perpendiculaire à ce plan.		
Si une droite est orthogonale à deux droites sécantes d'un plan, elle est perpendiculaire à ce plan.		
Si une droite est orthogonale à une infinité de droites d'un plan, elle est perpendiculaire à ce plan.		
Si un plan contient une droite perpendiculaire à un autre plan, ces deux plans sont perpendiculaires.		
Si deux plans sont perpendiculaires, toute droite de l'un est perpendiculaire à l'autre.		
Si deux plans sont perpendiculaires, une droite de l'un peut être parallèle à l'autre.		
Par un point donné, il passe un plan et un seul perpendiculaire à un plan donné.		
Par un point, il passe une et une seule droite perpendiculaire à un plan donné.		
Si deux plans sont perpendiculaires, toute droite parallèle à l'un est perpendiculaire à l'autre.		
Si deux droites sont perpendiculaires, toute parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.		
Si deux droites sont perpendiculaires, toute droite perpendiculaire à l'une est parallèle à l'autre.		

…/…

retour au sommaire

Une utilisation de ce questionnaire

par Michel Bardy, alors au lycée Lapicque d'Épinal (en 1990)

Un mois après avoir abandonné la géométrie de l'espace pour d'autres activités, j'ai proposé ce texte à mes élèves de seconde, histoire de voir si leurs démêlés avec tous ces objets avaient laissé des traces…

En séance de T.D., par groupes de trois, ils devaient se mettre d'accord avant de montrer leur production : je ne leur indiquai alors que le nombre de réponses erronées, et ce autant de fois qu'ils prenaient la décision de venir me voir.

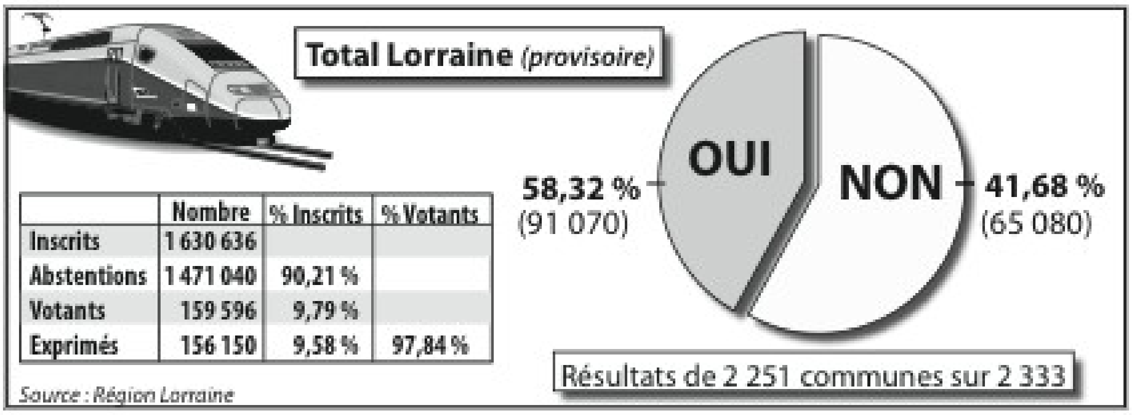
A la suite d'une, ou de deux erreurs, les plus rapides sont arrivés au sans faute en une demi-heure : environ (60% des élèves). Les moins performants ont commencé par 7 à 10 erreurs (eh oui…) et ont mis une heure à rectifier totalement le tir.

Ce test m'a bien plu, notamment par sa large couverture des outils nécessaires de façon courante en géométrie de l'espace. Je l'utiliserai à nouveau, c'est certain, mais cette fois comme test de départ, puis d'arrivée, pour pouvoir dire, publiquement, si l'étude de ce chapitre est utile, car je sais bien que certains en doutent. D'autre part, pour ces passations ultérieures, je pense changer l'ordre des questions, car il m'a semblé que des subtilités de rédaction étaient renforcées par certains voisinages, et poussaient peut être quelques irrésolus à la faute. De toute façon, merci encore à Joël.

MATH ET MEDIA

Résultats du référendum sur la gare de Vandières

Voici un extrait de la présentation des résultats dans le Républicain Lorrain du 2 février 2015.



	Nombre	% Inscrits	% Votants
Inscrits	1 630 636		
Abstentions	1 471 040	90,21 %	
Votants	159 596	9,79 %	
Exprimés	156 150	9,58 %	97,84 %

Manifestement, l'info graphiste a permuté les OUI et les NON. Le plus étonnant, c'est que personne, à la rédaction du journal, ne s'en soit rendu compte... Merci à Laurence qui a, elle, ouvert l'oeil - et le bon -,en ouvrant son journal.

retour au sommaire

VIE DE LA RÉGIONALE

La semaine des maths 2015
Les billets mathématiques de l'APMEP Lorraine

Les contacts pris le 11 mars lors de notre journée régionale avec Philippe RIVET (journaliste à L'EST REPUBLICAIN) nous ont permis d'alimenter une rubrique « Rendez-vous ludique » pendant la semaine des mathématiques (période du 14 au 22 mars).

Sept billets ont été proposés, cinq ont été conservés (l'un de ceux mis de côté l'a été pour des problèmes de couleurs non compatibles avec l'impression noir et blanc du journal, l'autre pour des soucis de droits à propos d'une image utilisée).

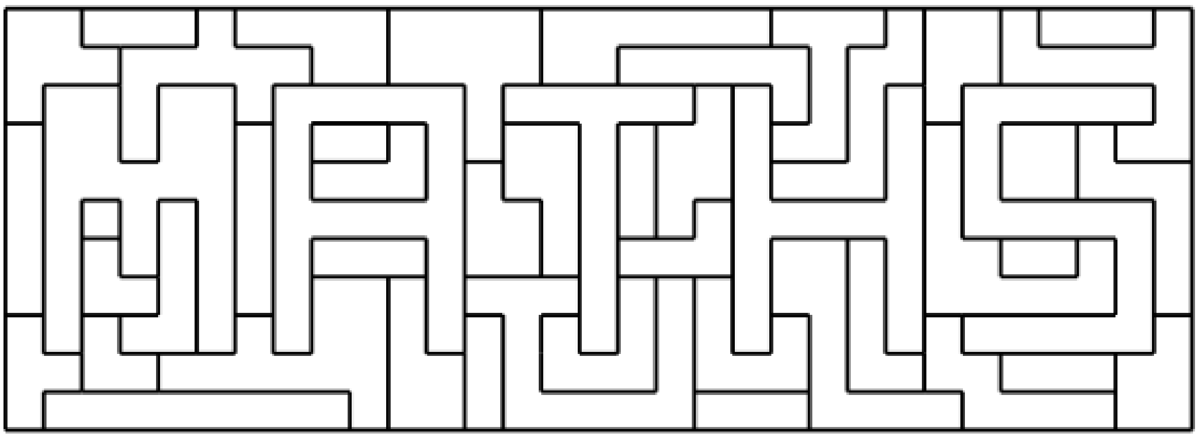
A chaque fois, une enquête du commissaire Girard extraite de nos précédents sujets de Rallye a été complétée par une rencontre « Maths et Arts » ou « Jeux et Maths ». Les solutions à nos défis étaient publiées le lendemain.

Voici pour nos lecteurs quelques couleurs qui n'ont pas pu apparaître dans le journal.

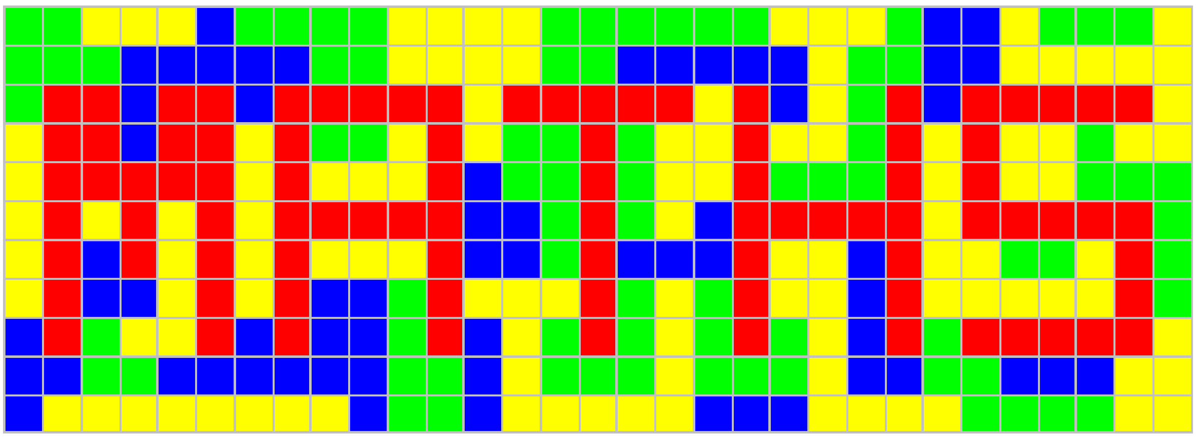
Un peu de coloriage

Coloriez d'une même couleur les lettres formant le mot "MATHS", puis en utilisant le minimum de couleurs, coloriez les zones les entourant. Attention deux zones se touchant par un côté ou une partie de côté doivent être de couleur différente.

Combien de couleurs avez-vous utilisé ?



Voici une solution colorée.



retour au sommaire

Cherchez l'erreur

Dans le journal, les photographies de cette proposition se sont retrouvées de petite taille et en noir et blanc, rendant pratiquement impossible la recherche de l'erreur. Pour nos lecteurs, voici une mise en forme différente et en couleurs…

Au XIXème siècle, des pavés de ciment ont été posés sur le sol de certaines églises. Le même motif géométrique se retrouve dans l'église Notre Dame des Vertus à Ligny en Barrois et dans l'église Saint Michel à Saint-Mihiel.

Dans une des deux églises, le carreleur s'est trompé.

Église de Saint-Mihiel

Église de Ligny en Barrois

Dans quelle église se trouve l'erreur ?

Quelle erreur le carreleur a-t-il commise ? Comment aurait-il pu y remédier ?

Pourriez-vous reproduire le motif du carreau mal placé dans un carré 8×8 ?

Nos propositions ont également été proposées au Républicain Lorrain qui a choisi de ne garder que les enquêtes du commissaire Girard pour ses éditions journalières mais a mis l'ensemble de nos billets sur son site.

Par ailleurs, nos documents ont été mis à la disposition des collègues Professeurs des Écoles de la circonscription de Blainville-sur-l'eau et sont téléchargeables à l'adresse http://www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-circos/ienblainville/spip.php?article573.

Les maths, un jeu d'enfants

Lu dans le Républicain Lorrain du 22 mars 2015, édition de Sarreguemines

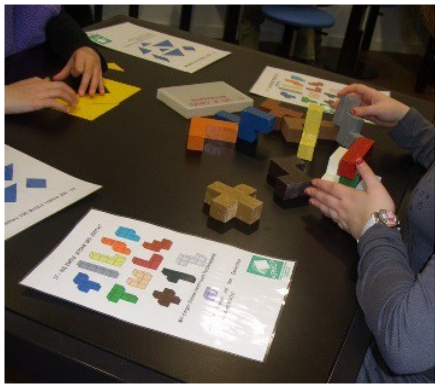
Les cubes Soma, un casse-tête pour ces petits matheux qui ont brillamment réussi. Photo RL

retour au sommaire

La Semaine des mathématiques qui concerne tous les élèves des écoles, collèges et lycées se tient cette année scolaire du 14 au 22 mars. C'est la 4e édition de la manifestation et le thème retenu est "*Les mathématiques nous transportent*".
A l'école biculturelle de la Blies, les deux classes de CM1-CM2, soit 56 élèves, ont relevé le défi ce jeudi matin. Les écoliers ont tous participé à deux ateliers animés par les enseignants Aurélie Ullrich, Patrick Abel, la directrice Aline Pfeiffer et le conseiller pédagogique de Sarreguemines-ouest Fabrice Niederlaender.
Dans le premier atelier, il fallait assembler, retrouver des figures, respecter des consignes, faire différentes combinaisons. Les enfants ont ainsi pu "jouer" avec Les carrés de Mac-Mahon, le jeu de Hip, les Dominos, les Combis entre autres. Le deuxième atelier a investi le gymnase de l'établissement. Les élèves, par équipes de quatre, ont joué avec un grand jeu de l'oie. En fonction des cases, les CM1 et CM2 étaient confrontés à différentes épreuves comme trouver des énigmes, résoudre de petits problèmes, travailler sur les carrés magiques ou encore remplir des grilles de sudoku.

Note de la rédaction du Petit Vert : cette école avait déjà emprunté notre expo « Objets mathématiques » l'an dernier, et Pierre-Alain y avait fait la promotion des « mallettes » de jeux conçues par notre Régionale Apmep et financées par le CME-57. Les quatre jeux cités, et seize autres, figurent dans la brochure « Avec notre exposition Jeux mathématiques ».





Nos photos : les Pentaminos, les Carrés de Mc Mahon et les Pentacs.

Rappel : Pour emprunter l'expo « Objets mathématiques » dans votre établissement, contactez :
Andre.Stef@univ-lorraine.fr (dép.54),
joelle.agamis@free.fr (55),
michel.ruiba@ecopains.net (57),
baliviera.mj@isys.fr (88),
ou pierre-alain.muller@wanadoo.fr (expo en langues étrangères).

retour au sommaire

DANS NOS CLASSES

Ma première MOOC

(Massive Open Online Course = cours en ligne ouvert aux masses)

Par Geneviève BOUVART
Lycée Ernest Bichat, Lunéville

PAP (plateforme d'accompagnement pédagogique), pédagogie inversée, FOAD sont au goût du jour. Mais de quoi s'agit-il ?

En lisant le café pédagogique, j'apprends qu'une formation à distance va se mettre en place entre la Toussaint et Noël. Le sujet est : *Enseigner et former avec le numérique en mathématiques*. A la lecture des noms des personnes qui encadrent cette formation (Michèle Artigues, Viviane Durand-Guerrier, Gilles Aldon, Luc Trouche, Fabrice Vandebrouk,…) je suis convaincue du sérieux de l'aventure et m'inscris. C'est une bonne opportunité pour réfléchir à ces problèmes. Il est précisé que cette formation durera quatre semaines à raison de quatre heures par semaine.

Une semaine zéro est proposée pour s'assurer que l'on dispose du matériel et des connaissances logicielles nécessaires. Tout va bien.

Le thème de la première semaine est donné : galerie d'instruments, galerie d'usages et didactique des mathématiques. Nous avons accès à trois vidéos que je visionne avec attention. Cette lecture est suivie d'un quizz. Voici ma première confrontation à la réalité. Je ne sais pas à brûle-pourpoint répondre aux questions posées. Heureusement le texte des vidéos est téléchargeable et, armée de mon surligneur, j'analyse avec plus d'attention les textes donnés. Je retourne au quizz, une forme de questionnaire qui me gêne un peu car les réponses proposées sont au nombre de trois : oui, non, c'est discutable. J'aurais envie de discuter de tout mais ce n'est pas possible !

En parallèle de ce cours théorique nous devons bâtir un projet à déposer sur une plate-forme Moodle et à partager avec ceux qui sont intéressés. En consultant la plate-forme je trouve un projet très proche de celui que je voulais déposer : la pédagogie inversée. L'objectif est de créer des ressources numériques afin de développer la curiosité et stimuler l'intérêt des élèves pour les mathématiques. Je m'associe donc à ce projet et commence à bâtir une séquence sur les vecteurs en classe de seconde.

« *Le principe de la pédagogie inversée est simple : mettre à disposition des élèves, des ressources numériques (vidéos, podcast, animations, etc.) accessibles en ligne et consultables à la maison, au CDI, mais aussi en classe. L'utilisation à distance de ressources numériques permet à chaque élève d'accéder à des connaissances en fonction de ses besoins, de faire des retours, des pauses s'il n'a pas compris une partie de l'information et y revenir lorsqu'il le souhaite (remédiation, révision, etc.).*

Le temps de classe est prioritairement consacré aux apprentissages, l'élève se trouve en situation d'activité (il n'écoute plus ou ne recopie plus un cours) : il est responsable et davantage impliqué car il travaille en groupe pour rédiger une trace écrite, une synthèse… »
(http://www.cafepedagogique.net/lemensuel/lenseignant/sciences/physiquechimie/Pages/2013/144_1.aspx)

Je suis convaincue du fait que l'élève doit se poser des questions pour apprendre, qu'il doit confronter ses interrogations et ses éventuelles réponses avec ses camarades, que c'est de ces débats, de ses échanges avec ses pairs que les savoirs deviendront plus solides… Mais je dois aussi produire des « capsules », de petites vidéos pas trop longues pour ne pas ennuyer l'élève et aussi des vidéos qui présentent un problème, qui amènent l'élève à se questionner. Forte de mon expérience face aux vidéos je m'interroge sur leur contenu. Qu'est-ce que les élèves vont retenir de ces vidéos ? Comment les amener à s'interroger à l'issue de leur projection ? Jusqu'où je dois aller ? Dois-je parler de propriétés géométriques, de parallélogrammes, … ? Je m'en tiens à une présentation imagée, une situation de référence, à évoquer ultérieurement lorsque l'élève ne sait plus ce qu'est un vecteur. Je préfère ne pas aborder l'analyse géométrique du problème pour la faire vivre en classe.

retour au sommaire

Il me faut aussi trouver un logiciel pour enregistrer mes vidéos. Un jeune collègue me propose d'utiliser Screen-o-Matic. Face à la simplicité de cet outil je me lance dans la production. Après quelques heures d'enregistrement sur GeoGebra, voici ma première capsule : https://www.youtube.com/watch?v=WCCnRSuHHXY

Je demande à mes élèves de visionner cette vidéo et je leur laisse suffisamment de temps pour qu'ils puissent le faire chez eux ou au lycée. Malheureusement les élèves ne peuvent pas avoir accès à YouTube au lycée (je ne l'avais pas anticipé) et plusieurs élèves de ma classe de seconde n'ont pas accès à internet chez eux. Lors de la première séance sur les vecteurs la moitié de la classe seulement a regardé la capsule. Je prends donc trois minutes en début de séance pour visionner cette vidéo. Je n'ai jamais vu les élèves aussi concentrés ! Effet de la nouveauté ? Je leur exprime mon étonnement. Ils me répondent que, moi je peux répéter autant de fois qu'ils le désirent alors que la vidéo ne passe qu'une seule fois. S'ensuit une séance « classique » où l'on s'interroge sur les configurations rencontrées. Je réitère une deuxième séance sur le même processus avec les coordonnées de vecteurs (https://www.youtube.com/watch?v=d1K0nYXY3Ac). Il est bien trop tôt pour faire un bilan du travail avec les élèves. Cependant tous les élèves ont su utiliser par la suite une image dynamique de la translation et n'ont pas eu de difficultés pour comprendre qu'un vecteur pouvait avoir plusieurs représentants. L'idée de la cabine de téléphérique était utilisée par les élèves pour se souvenir de la notion de vecteur. Diversifier ses approches est utile mais le temps mis pour réaliser une vidéo est-il raisonnable ?

Quand nous avons commencé le chapitre de géométrie dans l'espace les élèves m'ont demandé où était la vidéo. Malheureusement, d'une part la réalisation d'une vidéo est très chronophage, d'autre part les vidéos que l'on peut télécharger ne me satisfont pas et je ne peux pas les modifier aisément. De plus pour la géométrie dans l'espace j'avais un souci technique pour dynamiser mes figures avec GeoGebra.

Et ma MOOC ? Entre temps les semaines de MOOC se sont écoulées et les quatre heures par semaine ont été multipliées par ?? (Un nombre strictement supérieur à 1)

J'ai continué de visionner des vidéos, faire des quizz, échanger sur une plate-forme Moodle avec des dossiers partagés sur Dropbox et des échanges de mail directs. Nous sommes une vingtaine sur le même projet et dans le laps de temps accordé nous n'avons pas réussi à bâtir un projet commun, chacun ayant son idée de construction de séquences et du rôle des vidéos, ses problèmes matériels et ses problèmes de gestion du temps. Un temps d'échanges et de travail en présentiel aurait, sans aucun doute, permis d'aller plus vite et plus loin dans la construction commune

Au moment où les formations sont rares et où il est difficile de laisser sa classe pour partir en formation, cette formation à distance, très bien construite et réfléchie, est pertinente. Elle évite une perte de temps en déplacements et laisse l'enseignant se consacrer à sa formation au moment où il le souhaite. De plus les échanges entre collègues peuvent être enrichissants. Le questionnement du formateur était prévu dans cette formation mais il n'avait pas accès à tous les documents que nous échangions car seulement la personne qui avait déposé le projet initial pouvait déposer des documents. Pour l'instant, faute de temps, de structuration il est difficile de s'y retrouver.

Tous les nouveaux outils dont élèves et professeurs peuvent disposer ouvrent de nombreux champs d'investigation. Il est nécessaire qu'une réflexion pédagogique et didactique se mette en place pour ne pas seulement succomber à la mode.

retour au sommaire

MATHS ET PHILO

SOPHISTIQUE,
pour le meilleur et pour le pire…

Par Didier Lambois,
Lycée Ernest Bichat, Lunéville

« Je connais un homme, Protagoras, qui avec sa science a gagné plus d'argent que n'en ont touché Phidias[1] *avec ses chefs-d'œuvre et dix autres sculpteurs avec lui »,* voilà ce qu'affirme Socrate dans l'un des dialogues de Platon[2].

Les hommes qui réussissent suscitent toujours l'admiration, mais une admiration souvent teintée de jalousie et de haine : c'est trop beau pour être honnête ! Protagoras, le plus célèbre des sophistes, est dans ce cas, mais à travers lui c'est toute la sophistique qui est mise en procès. Admirée et décriée, superbe et honteuse, la sophistique ne cesse en effet de faire débat parmi les penseurs. Mais qu'appelle-t-on précisément « sophistique » ?

Dans un sens premier les sophistes doivent être définis comme étant ceux qui détiennent le savoir, l'habileté (*sophia*) et qui font profession de l'enseigner. Les sophistes se définissaient eux-mêmes comme des éducateurs, des « maîtres de sagesse ». La sophistique cherche donc à instruire, elle cherche à élever les hommes, à les rendre supérieurs. Il n'y a bien sûr rien de déshonorant à ce métier, nous sommes bien placés pour le savoir.

Mais il nous faut tenir compte du contexte historique pour comprendre les dérives et les perversions de cet enseignement sophistique. Fini l'aristocratie ! Fini le privilège du sang ! Nous sommes à Athènes, dans une cité qui se veut démocratique, et le pouvoir est accessible à tous ! Ce qui importe alors c'est de se donner les moyens d'accéder au pouvoir, et pour ce faire, la rhétorique est essentielle. Il faut savoir prendre la parole, savoir discourir, savoir se défendre et savoir vaincre son interlocuteur. L'art de parler et de persuader est décisif en politique ; c'est toujours le plus habile orateur, le plus persuasif qui l'emporte, et tous les coups sont permis.

Ainsi l'enseignement sophistique se détourne de la vérité et de la vertu pour se mettre au service du pouvoir et de l'argent. Les sophistes enseignent principalement l'art de convaincre, et ils font payer très cher cet enseignement[3]. Il ne s'agit plus d'apprendre à progresser vers la vérité, la science, il s'agit d'apprendre à imposer sa vérité. Il ne s'agit plus d'avoir raison, de dire vrai, mais il s'agit d'avoir raison de son adversaire. Les joutes oratoires deviennent un sport national et les sophistes sont des coachs très recherchés.

---

[1] Phidias est le plus célèbre des sculpteurs grecs. Ses œuvres étaient si renommées dans l'Antiquité que l'une d'entre elles, le Zeus chryséléphantin, d'or et d'ivoire, fait partie des «Sept merveilles du monde». Les frises du Parthénon, sculptées sous sa direction, représentent l'art classique grec à son apogée. C'est en son honneur que la lettre grecque phi (ϕ) fut choisie pour désigner le nombre d'or.

[2] Ménon, 91d.

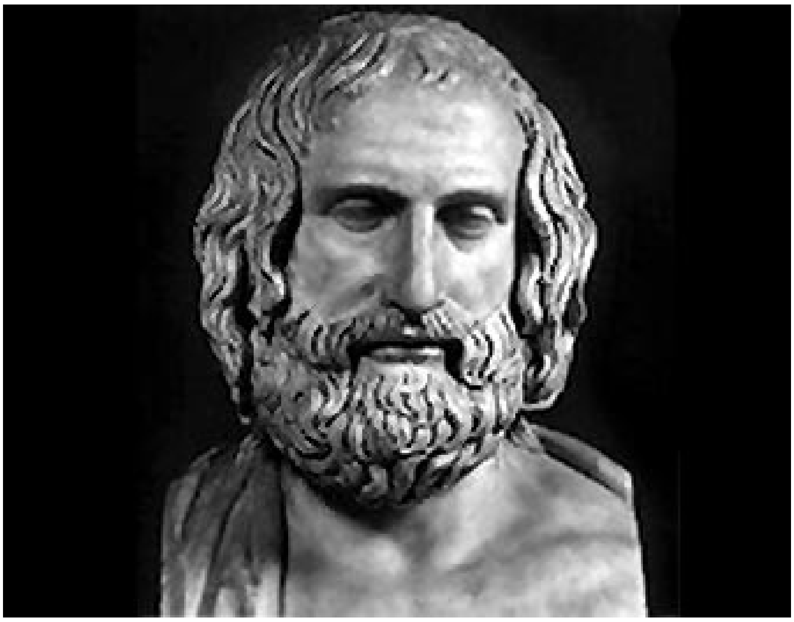
[3] Diogène Laërce rapporte qu'un des élèves de Protagoras, Evathlos, effaré par la somme qu'il devait à Protagoras, essaya de ne pas le payer en prétextant que la rémunération dont ils étaient convenus était conditionnée par le premier succès qu'il pourrait remporter au tribunal. Face à cela Protagoras lui dit : « Cher Evathlos, tu n'as aucun moyen de t'en sortir, puisque je t'assigne tout de suite au tribunal : si les magistrats te donnent tort, tu devras me payer parce que tu as perdu, si au contraire ils te donnent raison, tu devras me payer parce que tu as gagné. »

retour au sommaire

De la fortune des sophismes

La sophistique domine la vie intellectuelle des cinquante dernières années du V° siècle av. J.-C. La recherche de la vérité est occultée, on ne cherche plus que le succès. Cette finalité n'a bien sûr rien de noble mais la sophistique est-elle pour autant sans vertus ? Certes elle se joue de la vérité, elle s'en moque, mais pour dérouter, pour déstabiliser, elle joue avec la raison, elle imagine, elle invente des arguments fort séduisants. Ce sont ces arguments captieux, ces arguments qui semblent concluants et qui ne le sont pas, certains paradoxes, que nous qualifions aujourd'hui de sophismes. Mais ce faisant, les sophistes apportent un souffle

nouveau à la vie de l'esprit et ils contraindront des penseurs comme Aristote à redéfinir les règles de la rhétorique et de la logique. Innovations, réussite sociale, il n'en fallait pas plus pour déplaire à l'aristocratie bien pensante et conservatrice d'Athènes. Protagoras avait fait fortune mais vers soixante-dix ans la fortune lui tourna le dos. Un procès lui fut intenté parce qu'il avait osé écrire : « *Pour ce qui est des dieux, je n'ai aucune possibilité de savoir s'ils existent, ni s'ils n'existent pas* ». La sophistique ne permettant pas de gagner à tous les coups, surtout face à la mauvaise foi, Protagoras fut condamné et dut s'enfuir ; il mourut, dit-on, en faisant naufrage alors qu'il était poursuivi par les trirèmes athéniennes. Ce n'est pas de chance… Protagoras n'a pas été condamné pour s'être joué de la vérité mais parce qu'il voulait être sincère et dire vrai… Est-ce à dire que la vérité gène plus que les sophismes ?



Protagoras

Note de la rédaction : le comité de rédaction du Petit Vert a décidé de proposer, dans chaque numéro, un exemple de « sophisme mathématique ». Vous les retrouverez dans la rubrique Problèmes et défis.

DANS NOS CLASSES

VOLUMES DE PYRAMIDES

Par Clara RAGOT et Émilie MARTIN-DUPAYS
Collège Maurice Barrès, Charmes
D'après *The Mathematics Teacher*, janvier 2001

Nous vous proposons ici une activité qui nous a été soufflée par le comité de rédaction de l'APMEP, et tout particulièrement François Drouin qui l'avait mise en œuvre en un temps où l'usage du tableur en classe n'était pas généralisé. Nous avons retravaillé les énoncés élèves et élaboré l'analyse. Elle fait suite à divers articles publiés dans les derniers numéros du Petit Vert (défi lycée n°119 et rubrique Maths et Médias des n^os^ 120 et 121).

Intention

Trouver la formule permettant de calculer le volume d'une pyramide. Faire le lien entre le volume du prisme droit et celui de la pyramide de même base, même hauteur et mettre en avant le fameux coefficient qui paraît sortir de nulle part pour les élèves.

Prérequis

Définition d'une pyramide.

Utilisation du tableur.

Objectifs selon la fiche d'objectifs distribuée en début d'année aux élèves

M Manipuler, construire, mesurer, calculer : chercher, émettre une conjecture.

R Raisonner, démontrer.

Gd2 Modifier une feuille de calcul, insérer une formule avec un tableur.

N6 Utiliser le calcul littéral pour résoudre un problème.

Gm2 Calculer des volumes.

Contexte

L'expérimentation se déroule dans trois classes de 4ème du collège de Charmes, classé en RRS (bientôt en REP). Émilie a en charge 2 classes et Clara une seule.
L'effectif de la classe de Clara permet de prendre en charge la diversité des élèves : les élèves d'ULIS n'étant pas inclus en mathématiques, il reste 20 élèves.

Déroulement prévu et analyse a priori

- **1ère partie : But de l'activité et premiers calculs**

1) présentation du but et visualisation – classe dialoguée

Lecture avec la classe des deux premiers paragraphes du document élève (annexe 0).
Afin de faire expliciter le 2ème paragraphe en gras, le professeur aura construit des « pyramides » de cubes de base un polygone non carré, donc contenues dans un prisme droit non cubique (annexe 1). Puis il montrera des « pyramides » de cubes comme celles dessinées sur le document élève (élèves en groupes, constructions déjà prêtes, une série par groupe – voir photos en annexe 2). Il s'agit de faire en sorte que les élèves, d'une part, visualisent les pyramides et d'autre part, fassent le lien avec la forme générale de la formule qui sera trouvée en fin d'activité, c'est-à-dire que les élèves passent bien du prisme au cube (et inversement).

retour au sommaire

2) Production d'une 1ère formule – temps en groupes puis mise en commun

Pourquoi en groupes ? Pourquoi donne-t-on les constructions ?
On distribue à chaque groupe les premiers empilements. Les élèves peuvent construire une pyramide de cubes de hauteur 4 si certains ont encore besoin de visualiser et échanger entre eux. La mise en mots peut leur permettre d'avancer dans leur recherche, de formaliser leur comptage.
On ne donne pas le tableau tout de suite pour ne pas les influencer. Nous voulons tester leur prise d'initiative : feront-ils des essais sans que le professeur ne les y incite ? Sont-ils capables de s'engager seuls dans une démarche par tâtonnement, une phase d'observation, bref dans une recherche ? De telles activités (production d'une formule) ont déjà été réalisées en classe auparavant : activité les mosaïques notamment, tirée du document d'accompagnement *Du numérique au littéral*.

Aides prévues
Prends des exemples et calcule les volumes (figures 1 et 2).
Continue tant que tu ne trouves pas la façon de calculer.
Donner alors le tableau.
Ecris une formule.

Quant à la conjecture, rien n'apparait de concordant, si ce n'est que le quotient diminue. On s'attend à ce genre de conjecture imprécise. Le professeur fera remarquer que cela ne donne toujours pas le volume d'une « pyramide » de cubes… il nous faut continuer pour « affiner » la conjecture !

- ## 2ème partie : Une nouvelle formule, vers le volume d'une pyramide

Pour convaincre les élèves que cette formule est juste et qu'elle a bien un fondement, on utilise six pyramides de cubes bien empilées (voir annexe 3).
La question 1 permet aux élèves de s'approprier la formule.
Pourquoi utiliser le tableur ?
Deux séances sur tableur ont déjà été réalisées, dont notamment une qui permet de prendre en main une feuille de calcul et d'en comprendre l'intérêt. Nous utilisons pour cela toujours le fichier intitulé *Formule* tiré de *Le tableur au collège*[2]. Faire manipuler une feuille de calculs aux élèves avec l'utilisation de formules est au programme de 4ème.
Le tableur est d'une part une aide à la conjecture, d'autre part utile pour un calcul rapide avec des grands nombres. Cela a un vrai intérêt ici car le calcul n'est pas évident et surtout long à la main et fastidieux à la calculatrice. On ne revient pas sur l'intérêt du tableur dans le travail sur le calcul littéral pour la production et l'utilisation de formules.

Aides pour la question 2 en binôme sur tableur
Les exposants sont à expliciter : écrire au tableau *5^3 est traduit par 5^3*.
Si la difficulté réside dans le fait d'écrire des formules : le professeur renvoie à l'activité *Formule* afin que l'élève se rappelle qu'on commence par le signe = et qu'on utilise le nom des cellules.

Mise en commun et institutionnalisation
Il est prévu de revenir sur le dernier tableau en insistant sur les résultats de la dernière colonne. Nous nous attendons à des propositions de conjectures par les binômes, mais sans réelle formule de calcul du volume. Une phase en classe dialoguée permettra d'y parvenir.
Nous prévoyons d'utiliser les solides des annexes 1 et 2 afin d'obtenir la formule générale : passer de *côté* x *côté* x *côté* à *aire base* x *hauteur*. Il sera également utile de s'appuyer sur une pyramide et un prisme droit non cubique de même hauteur et même base.

[2] *Le tableur au Collège*, Chouanière B., Didry D., Millet C., Thinus N., Thiry M., IREM de Lorraine, 2004

retour au sommaire

Déroulement réel et analyse a posteriori

- **Expérimentation dans les classes d'Émilie**

Séance 1 : six groupes dans une classe et six groupes dans l'autre.

Première classe

Trois groupes ont trouvé la formule, un l'a écrite ; trois autres groupes sont arrivés à $1^2 + 2^2 + 3^2$ sans formaliser dans le cas général.

Deuxième classe

Tous les groupes ont trouvé sur des exemples $4\times4 + 3\times3 + 2\times2 + 1$, mais ils ont eu des difficultés à passer au cas général car la formule est à « l'envers » (commence par le côté final).

Un seul groupe a réussi à écrire la formule : $1 + 2\times2 + 3\times3 + \ldots + n\times n$, mais sans voir l'écriture avec les carrés !

La mise en route a été difficile dans cette classe, la généralisation leur semblait trop abstraite malgré le matériel donné. Ils ne voyaient pas à quoi servaient les cubes de cubes et effectivement, faut-il vraiment leur donner ? Il est intéressant de les montrer au départ, mais il n'y a pas d'intérêt à ce qu'ils les aient pour la manipulation. Sur des exemples, ils n'ont pas de problèmes, mais dès qu'on veut aller plus loin, c'est difficile.

La partie d'explication au départ a pris du temps, certains ont eu des difficultés à comprendre pourquoi on introduisait aussi des prismes droits et pas que des cubes.

Dans la question : « Peux-tu trouver une méthode pour calculer le volume d'une telle « pyramide » de cubes quelle que soit la longueur du côté ? », l'expression « quelle que soit la longueur du côté » a posé problème à certains. Une reformulation a été nécessaire, en introduisant des exemples de côtés plus grands.

Séance 2

- Reprise en classe entière et explicitation de la formule à l'aide de la manipulation : on ajoute un étage de $n\times n$ à chaque étape. L'introduction de la lettre n n'a pas posé de problème, elle est venue naturellement lorsqu'on a dit un grand nombre, « n'importe lequel ».
- Remplissage du tableau et conjecture qui ne permet pas de conclure.

Les élèves ont alors bien compris et ont même trouvé seuls (en classe dialoguée) qu'on allait devoir prendre des longueurs de côtés plus grandes pour essayer d'aboutir à quelque chose.

- Explication de la nouvelle égalité pour faire moins de calculs.

Un élève qui a des difficultés et un suivi particulier n'avait toujours pas compris et il a donc manipulé pendant une grande partie de l'heure. Il a construit toutes les pyramides jusqu'à celle de côté de base 5 et il a calculé leur volume en comptant les cubes un à un. Il a alors compris que chaque pyramide était formée de la précédente avec un étage en plus, mais il n'a pas compris la façon de calculer par multiplication.

Séance 3

- Quelques rappels rapides à l'oral sur ce que nous étions en train de faire ;
- Correction du test de la formule pour $n = 10$;
- Tableur, remplissage du tableau.

Dans certains groupes, il a fallu revoir avec eux comment écrire une formule et surtout comment l'étendre.

Un élève en grande difficulté et qui ne fait généralement pas grand-chose, a réussi seul à compléter le tableau avec les formules.

retour au sommaire

Séance 4 : Bilan de l'activité avec écriture de la formile du volume

En classe dialoguée et avec sous les yeux la feuille de calcul d'un groupe de la classe vidéo projetée au tableau, nous avons étudié les résultats obtenus afin d'émettre la conjecture. Celle-ci n'avait été trouvée que dans peu de groupes car l'arrondi au millième n'avait pas été fait pour une grande majorité. Très vite, avec cet arrondi, les élèves ont vu la conjecture.
Concernant le passage à la formule du volume de la pyramide, cela a été assez simple. J'ai été surprise par la vitesse à laquelle certains élèves avaient fait le rapprochement entre 0,333 et 1/3.

- **Expérimentation dans la classe de Clara**

Séance 1 : une demi-heure pour la première partie

La partie classe dialoguée a pris du temps, le temps nécessaire pour que les élèves s'approprient l'énoncé et le but de l'activité. Il a été nécessaire de rappeler le volume d'un prisme droit, noté au tableau afin de bien mettre en avant que s'il y a un lien entre le volume du prisme droit et celui de la pyramide, nous aurons trouvé une méthode pour calculer ce dernier.
La reformulation en classe dialoguée de « Peux-tu trouver une méthode pour calculer le volume d'une telle "pyramide" de cubes quelle que soit la longueur du côté ? » permet d'ajouter au tableau, à l'énoncé vidéo projeté : « pour 2, pour 3, pour 4, etc., pour 1 000, pour 10 000 ? ». C'est-à-dire qu'on ne dit pas d'introduire une lettre, mais au vu des activités déjà réalisées en classe, le passage à « n'importe quel nombre », puis à la lettre sera facilité.
Lors de la recherche en groupes est apparu un parasitage non anticipé : des élèves essayaient dès ce premier temps de faire le lien entre volume de pyramides et volume de cubes. Les constructions distribuées en sont surement la cause. Leur distribuer des pyramides est intéressant car les élèves manipulent, et comme nous l'avions prévu, peuvent en construire d'autres (côté de longueur 4). Mais il n'est pas souhaitable de construire les cubes. Leur montrer de telles constructions est indispensable, mais il ne vaut mieux pas leur laisser.
Les aides prévues *Prends des exemples et calcule les volumes (figures 1 et 2)* et *Continue tant que tu ne trouves pas la façon de calculer* ont été utiles, auxquelles j'ai ajouté, afin que les élèves trouvent une méthode de calcul : *comment passer de compter à calculer ?*
A la fin de la séance, tous les élèves avaient trouvé une méthode, mais seul un élève avait écrit une formule.
La mise en commun a lieu sur la méthode, sans lettre. Le dialogue permet de passer de « 1 000, 10 000 » à « n'importe quel nombre » et presque naturellement à l'idée d'introduire une indéterminée. La classe se met d'accord sur le fait qu'il faille écrire une formule pour la prochaine fois.
Au final, le tableau n'a pas été distribué.

Séance 2 : une séance écourtée plus difficile

La séance a débuté par les questions concernant le DM à rendre quelques jours après. Ce temps fut assez long (presque 20 min).
Reprise de l'activité, les élèves rappellent le but et les différentes étapes déjà réalisées : *on veut savoir comment calculer le volume d'une pyramide, à partir du volume du prisme droit de même base, même hauteur. Pour l'instant, on a trouvé une méthode pour calculer le volume d'une pyramide de cubes.*
Le tableau est distribué, il est utile pour se replonger dans les calculs, et ainsi pour l'écriture de la formule. Comme prévu, la conjecture ne donne rien et la nouvelle formule est introduite. Les élèves en perçoivent l'intérêt au vu du nombre d'opérations effectuées. Pour la séance suivante, les élèves doivent tester cette nouvelle formule.

retour au sommaire

Séance 3 : tableur et conjecture

Reprise de l'activité : les rappels sont longs, de plus en plus longs puisque des étapes se sont ajoutées, mais ils apparaissent nécessaires, indispensables pour ne pas perdre le fil rouge.
Correction du test de la nouvelle formule, puis passage sur tableur, en binômes.
Toutes les aides ont été utilisées. La feuille *Formule* est sortie pour certains : se souvenir du signe égal (en général les élèves s'en souviennent bien), de l'intérêt de l'utilisation de formules (calculer plus rapidement avec la recopie des formules). L'intérêt de recopie est vite perçu, mais certains élèves essaient de recopier une valeur numérique sans formule. Avoir sous les yeux cette feuille d'aide permet aux élèves de comprendre leur erreur et le fait qu'ils doivent écrire le nom des cellules.
Tous les binômes ont rédigé une conjecture, mais plus ou moins précise. Un binôme a trouvé le coefficient 1/3.
Problèmes rencontrés

- Compléter le tableau à la main se révèle être long et fastidieux.
- Les élèves et moi-même avons totalement oublié d'arrondir au millième… Le passage à 1/3 s'en est trouvé plus délicat.

Séance 4 : institutionnalisation et prolongement

Comme pour les séances précédentes, un rappel de toutes les étapes est nécessaire. Une feuille de calculs d'un binôme est vidéo projetée, et comme prévu, nous nous concentrons sur la dernière colonne pour que la classe se mette d'accord sur une conjecture, après proposition des différents binômes. Les pyramide et prisme droit non cubique de même base, même hauteur se révèlent bien indispensables pour exprimer correctement le volume d'une pyramide quelconque.
L'annexe 4 est présentée aux élèves : elle leur permet de prendre conscience que les questionnements qui ont lieu dans leur classe de mathématiques existent dans le reste du monde !

Bilan et réajustements proposés

Après les expérimentations, nous nous rendons compte de certains points à améliorer :

- Montrer les cubes et les pyramides de cubes associées est nécessaire, mais il faudrait distribuer aux groupes, pour qu'ils manipulent, uniquement les pyramides de cubes.
- Le dernier tableau ne sert à rien : ils l'ont sur l'écran de l'ordinateur et perdent beaucoup de temps pour le remplir. Il n'y a aucun intérêt à le leur faire recopier, d'autant que les élèves se concentrent sur la copie au lieu de réfléchir à la conjecture. On pourrait imaginer leur imprimer une fois qu'ils l'ont complété sur la feuille de calcul.

Dans l'ensemble, les élèves ont bien compris et surtout retenu la formule avec la division par trois. Notre but est atteint. L'activité a pris du temps, mais elle est très riche et permet de faire le lien entre beaucoup de notions. Elle est utile également pour montrer à quoi peut ressembler une recherche en mathématiques : parfois les premières observations ne mènent pas à une conjecture acceptable, il faut se tourner vers d'autres outils et continuer la recherche en explorant d'autres pistes.

Annexe 0 : Document élève, 1ère partie

Construire une vraie pyramide avec des cubes n'est pas possible, mais nous pouvons nous en approcher en construisant des « pyramides » de cubes telles celles dessinées ci-dessous.
Nous allons comparer le volume de la « pyramide » de cubes avec le volume du prisme qui a même base et même hauteur. Nous nous intéressons ici au cas particulier où le prisme est un cube.

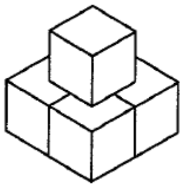


figure 1

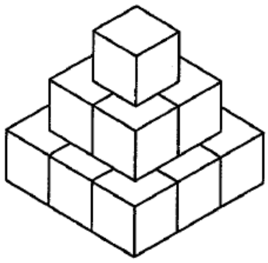


figure 2

La figure 1 montre une « pyramide » de cubes ayant une base carrée de côté 2 et une hauteur égale à 2. La figure 2 montre une « pyramide » de cubes ayant une base carrée de côté 3 et une hauteur égale à 3.

Peux-tu trouver une méthode pour calculer le volume d'une telle « pyramide » de cubes quelle que soit la longueur du côté ?

On revient au but de l'activité : comparer ce volume avec celui du cube qui contient la « pyramide » (même base et même hauteur).

Complète le tableau.

Longueur du côté de la base et hauteur de l'empilement	Volume du cube qui contient la « pyramide » de cubes	Volume de la « pyramide » de cubes	Volume de la « pyramide » divisé par le volume du cube qui contient l'empilement, arrondi au millième
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

Peux-tu émettre une conjecture à propos de la comparaison ? ....
....

retour au sommaire

Annexe 0 : Document élève, 2ème partie

Il nous faut continuer les calculs avec des « pyramides » de cubes beaucoup plus grandes.
Si le côté est n, le volume de la pyramide de cubes est obtenu en calculant la somme

……….

Les mathématiciens ont prouvé que cette somme était égale à $\frac{1}{6}\times n\times(n+1)\times(2n+1)$.

C'est-à-dire que $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{1}{6}\times n\times(n+1)\times(2n+1)$

1. Vérifie pour $n = 10$ que cette égalité est vraie :

……….

……….

2. A l'aide du tableur, complète le tableau ci-dessous en utilisant la nouvelle formule.
Pour cela, ouvre le fichier *Volume pyramide* dans Commun sur serveur → Math → 4ème → Tableur.
Une fois ouvert, enregistre-le dans Groupes → Travail → Mathématiques en le nommant nom1&nom2_pyramide.

Longueur du côté de la base et hauteur de l'empilement	Volume du cube qui contient la « pyramide » de cubes	Volume de la « pyramide » de cubes	Volume de la « pyramide » divisé par le volume du cube qui contient l'empilement, arrondi au millième
10			
20			
100			
500			
1 000			
5 000			
10 000			
100 000			
1 000 000			

Appelez le professeur.

Quelle conjecture peux-tu émettre ?

……

……

……

Comment calculer le volume d'une pyramide ?

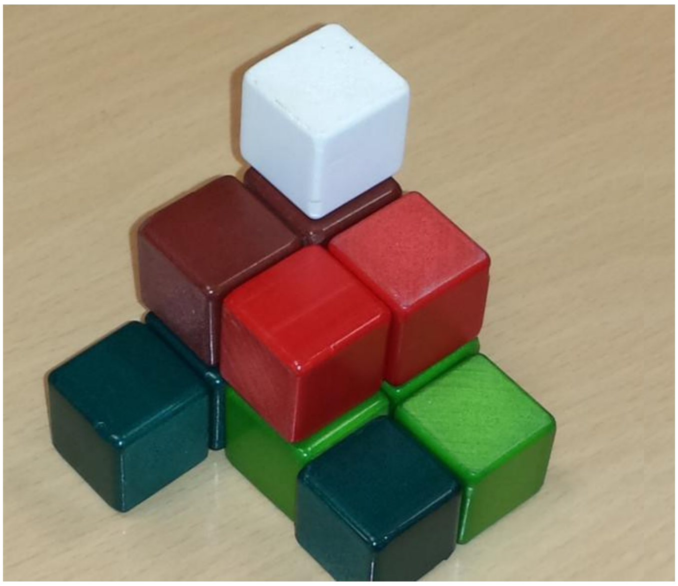
……

……

……

retour au sommaire

Annexe 1

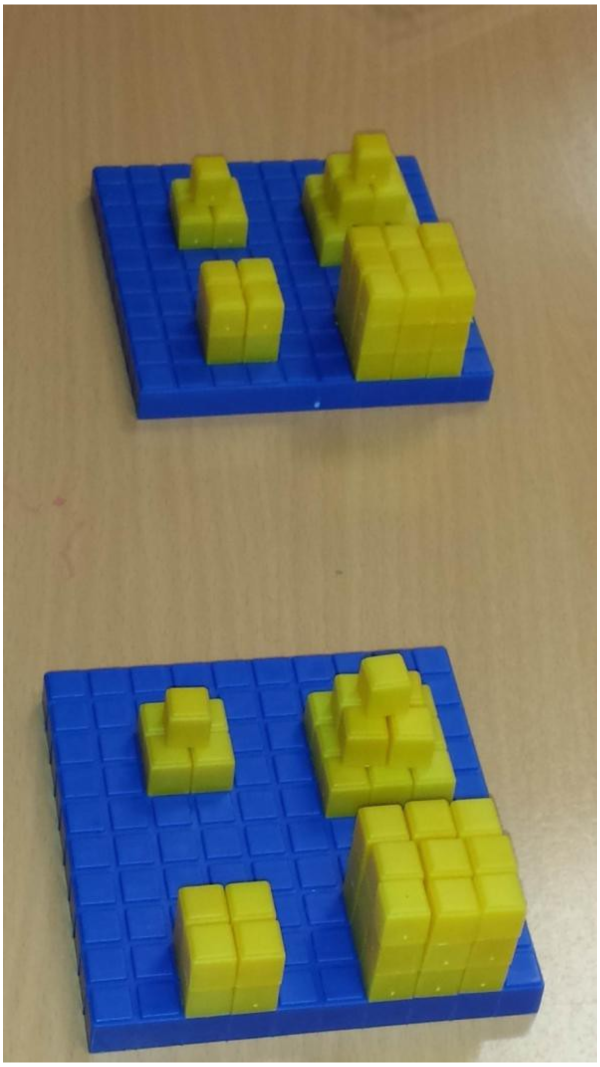


« Pyramide » de cubes de base un polygone non carré

Prisme droit non cubique qui contient cette « pyramide » de cubes.

Annexe 2

« Pyramides » de cubes distribuées aux groupes

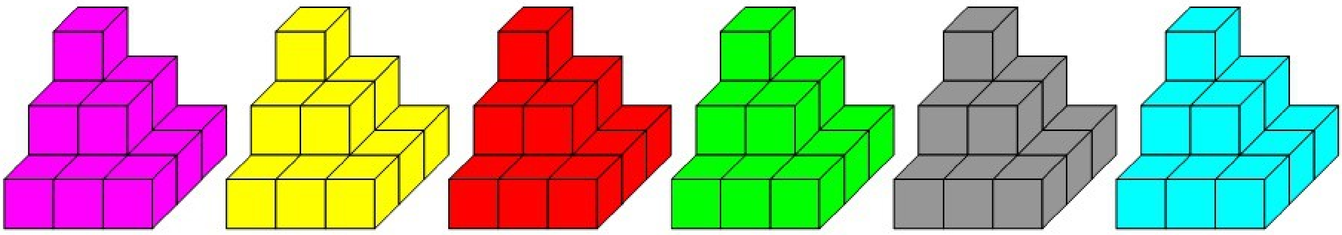


retour au sommaire

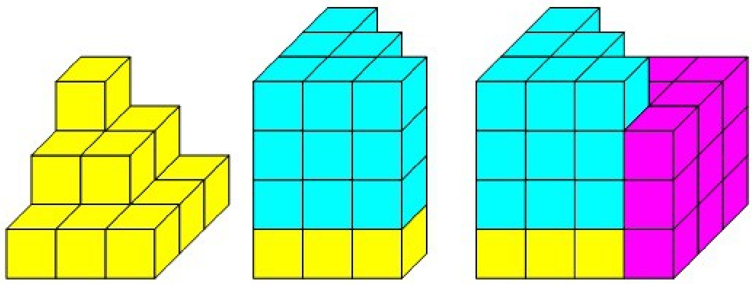
Annexe 3 : Pour comprendre une origine possible de la formule utilisée

(merci à François Drouin)

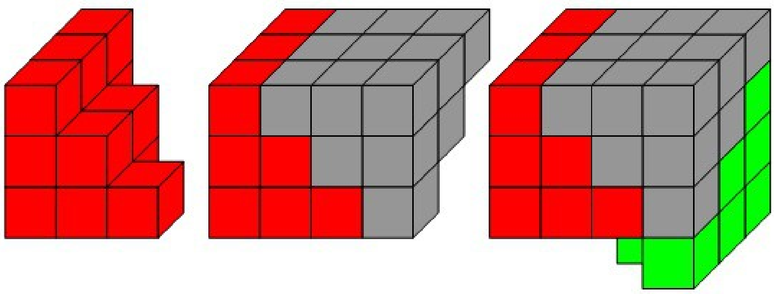
Les six pièces



Assemblage de trois pièces



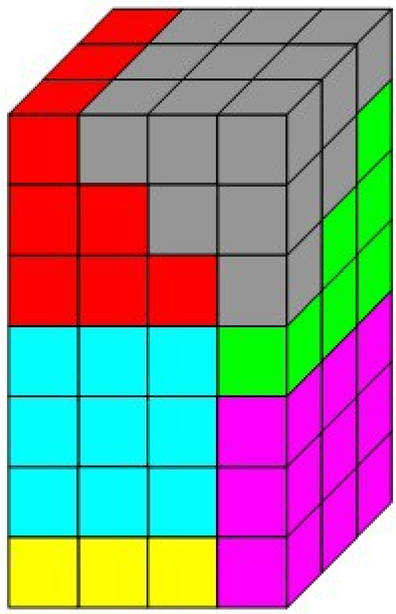
Assemblage des trois autres pièces



Assemblage des six pièces

Cet assemblage m'aide à me persuader que

$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{1}{6}\times n\times(n+1)\times(2n+1)$$



Annexe 4 : En liaison avec notre étude

Cette annexe était la copie de l'article « *Empilements de balles et de litas lituaniens* » publié dans la rubrique Maths&Médias du Petit Vert n°121 (mars 2015), pages 25-26. Elle est téléchargeable sur http://apmeplorraine.fr/pv/PV121.pdf.

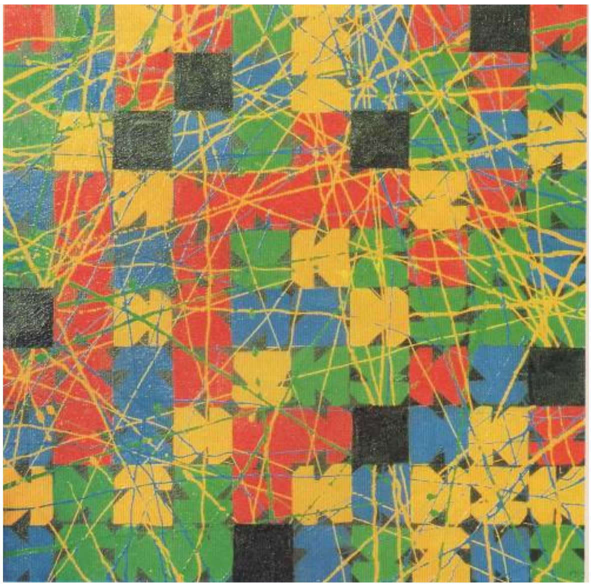
retour au sommaire

MATHS ET ARTS

Gestion artistique des pourcentages

En 1994, le calendrier de la Fédération Nationale de l'O.C.C.E. (Office Central de la Coopération à l'École) était illustré par des tableaux créés par des élèves de 5ème SEGPA (C.E.S. Victor Hugo de Bourges). Leurs œuvres faisaient partie d'un travail sur les pourcentages et ont été exposées dans le toit de la Grande Arche de la Défense en octobre 1993.
Les deux premiers exemples faisaient partie des billets proposés à l'Est Républicain pour la Semaine des Mathématiques de mars 2015. Ils n'ont pu être intégrés, les couleurs des créations des élèves n'étaient guère compatibles avec le « noir et blanc » utilisé par le journal. Nos propositions ont été transmises à un journaliste du Républicain Lorrain qui ne les a pas fait paraître dans son quotidien, mais les a mises en téléchargement sur leur site.

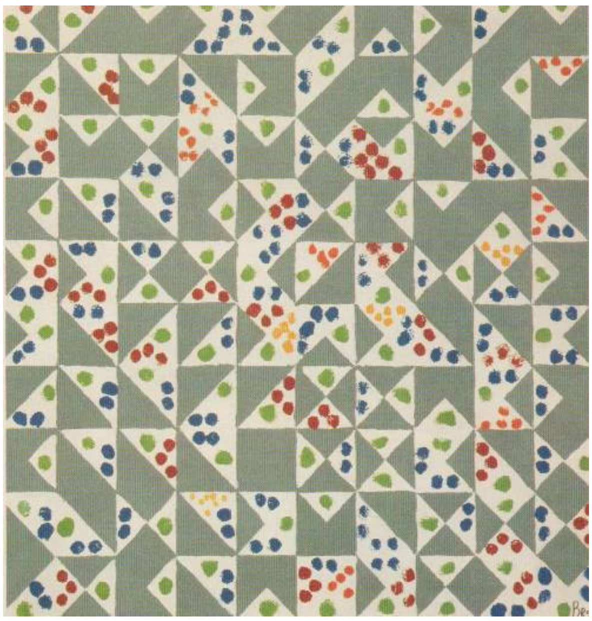
Un premier exemple



Allo !

8 % des français n'ont pas le téléphone.
1991 Paquita M.

Un deuxième exemple

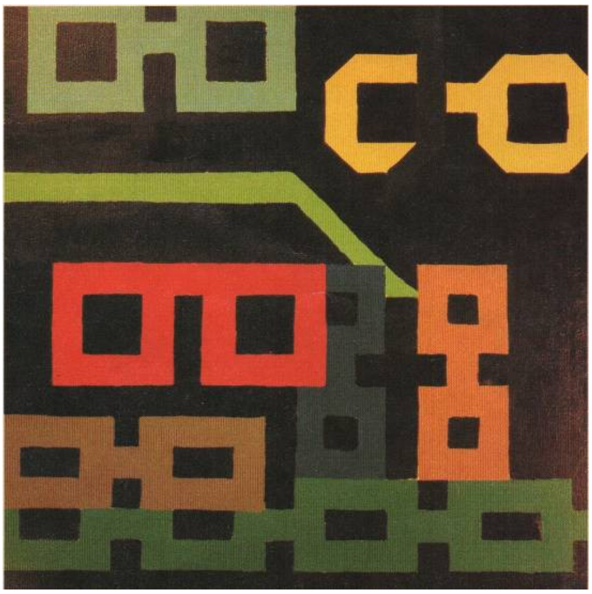


N'hésitez-pas

Sur toutes les familles françaises :
50 % ont 0 enfant
22 % ont 1 enfant
18 % ont 2 enfants
7 % ont 3 enfants
2% ont 4 enfants
0,7 % ont 5 enfants
0,3 % en ont 6 et plus
1991 Bruno R.

retour au sommaire

Un troisième exemple

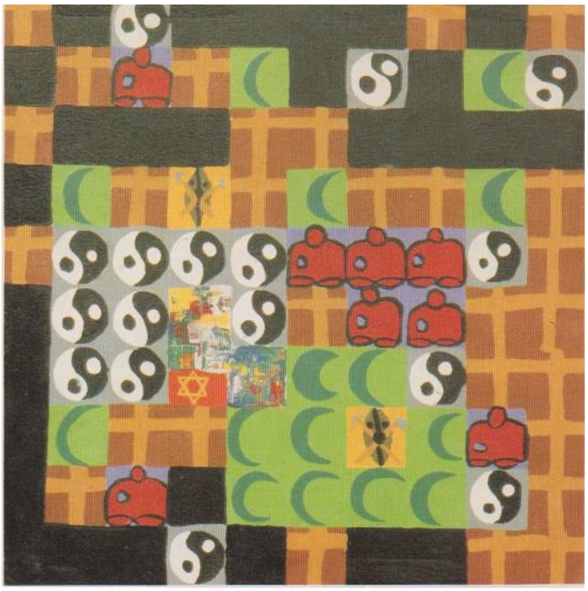


J'en suis fier !

43 % des français portent des lunettes.

1991 – Mickaël B.

Un quatrième exemple



Je crois, tu ne crois pas, il…

28 % des terriens sont chrétiens
16 % sont hindouistes
15% sont musulmans
8 % sont bouddhistes
2 % sont animistes
0,3 % sont juifs
2,7 % croient en d'autres religions
28 % ne croient en rien

1992 Florence B.

Un cinquième exemple

retour au sommaire

Couleurs d'adultes

Dans les couleurs de l'arc en ciel, 13 % des femmes préfèrent le rouge, 17 % l'orange, 5 % le jaune, 30 % le vert, 35 % le bleu, 0 % le violet.

Dans les couleurs de l'arc en ciel, 52 % des hommes préfèrent le rouge, 20 % l'orange, 12 % le jaune, 8 % le vert, 8 % le bleu, 0 % le violet.

Couleurs d'ados

Dans les couleurs de l'arc en ciel, 12 % des filles préfèrent le rouge, 2 % l'orange, 5 % le jaune, 26 % le vert, 21 % le bleu, 34 % le violet.

Dans les couleurs de l'arc en ciel, 18 % des garçons préfèrent le rouge, 3 % l'orange, 9 % le jaune, 24 % le vert, 30 % le bleu, 16 % le violet.

Et en classe ?

Faire émerger les choix des élèves de Bourges pour représenter ces pourcentages dans chacune des œuvres.

Réaliser d'autres enquêtes ou en utiliser d'autres dont les résultats sont connus, pour créer des visualisations « esthétiques » des résultats obtenus. Cela apportera un brin de créativité contrastant avec ce qui est habituellement obtenu par les tableurs grapheurs. Ces créations transmises à notre régionale (contact@apmeplorraine.fr) pourront donner l'envie de se lancer dans une future brochure « Maths et Arts » régionale.

Une première lecture des exemples extraits du calendrier

Premier exemple : Un carré 10×10 a été utilisé. Les 8 carrés noirs représentant les Français n'ayant pas le téléphone ont été disposés, semble-t-il, de manière aléatoire. La créativité des élèves s'est portée sur les 92 carrés restants, reliés par des traits jaunes.

Deuxième exemple : Un carré 10×10 a été utilisé. Dans les 100 petits carrés, les diagonales permettent de visualiser des quarts de carré, des demi carrés ou des trois quarts de carré. Les zones grises représentent les familles sans enfants. Les nombres d'enfants par familles sont représentés par des points de couleurs dans les quarts de carrés non grisés. « 0,7 % » et « 0,3 % » ont été considérés comme « 0,75 % » et « 0,25 % ». Le placement des morceaux de carrés a été fait de manière aléatoire.

Troisième exemple : A priori un carré 20×20 a été utilisé, la reproduction du calendrier ayant rogné les bords du tableau. Les zones noires représentent les Français ne portant pas de lunettes. Les zones colorées représentent les Français portant des lunettes, l'agencement de ces zones n'est pas dû au hasard, on y retrouve des dessins de morceaux de montures.

Quatrième exemple : Un carré 10×10 a été utilisé. Les carrés noirs représentent ceux qui ne croient en rien. Divers symboles ont été utilisés pour schématiser les différentes croyances des Terriens. Le placement des carrés a été fait de manière aléatoire ; « 2,7 % » et « 0,3 % » sont représentés en utilisant des carrés incomplets.

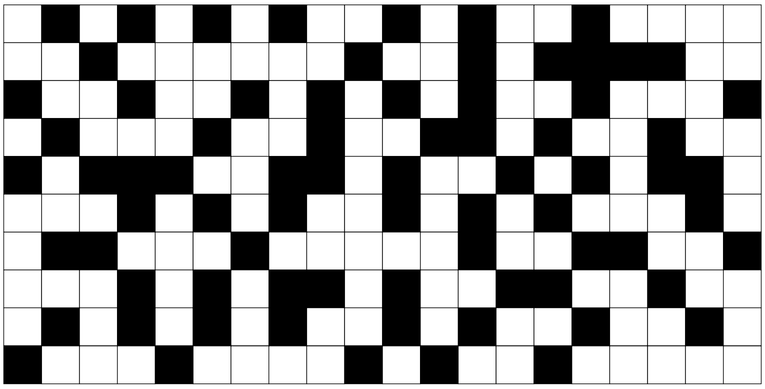
Cinquième exemple : Un carré 10×10 a été utilisé. Une diagonale est tracée, permettant d'utiliser 100 demi carrés de chaque côté de la diagonale. Le placement des demi carrés a été fait de manière aléatoire.

Remarque : Le placement aléatoire de zones représentant une proportion a été utilisé par François Morellet dans des œuvres telles que

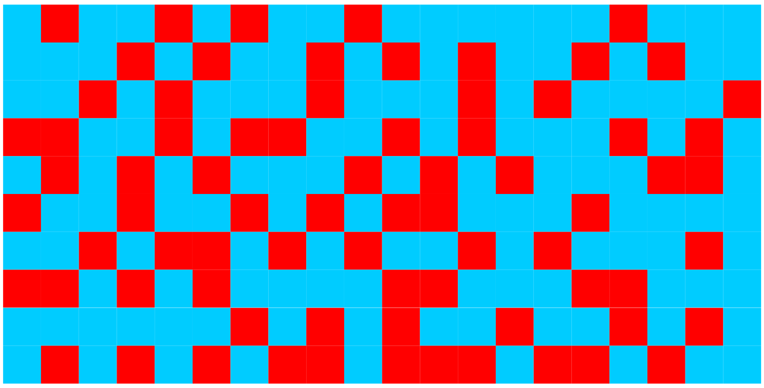
1 carré jaune sur 2 blancs, fond noir
http://dbprng00ikc2j.cloudfront.net/work/image/114509/qg7swq/4.jpg

40% rouge 40% vert 10% orange 10% jaune
http://www.smak.be/tentoonstellingen_afbeeldingen/morellet01_web.jpg

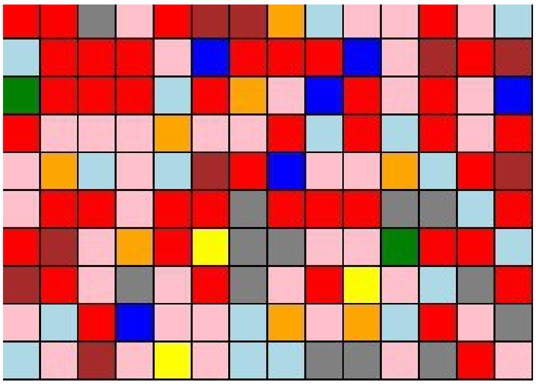
Il y a quelques années, ce qu'avait fait François Morellet avait inspiré les représentations ci-dessous. L'aspect aléatoire du placement des couleurs avait été géré selon l'inspiration du moment. L'outil informatique a évolué et permet certainement une toute autre gestion.



37,5% noir, 62,5% blanc (proportions 'voyelles/consonnes' du prénom « FRANÇOIS »).



37,5% rouge, 62,5% bleu (proportions 'voyelles/consonnes' du prénom « FRANÇOIS »).



Voici une visualisation des inscrits à la récente journée A.P.M.E.P. Lorraine de mars 2015 : 18 enseignants du premier degré public (bleu turquoise), 43 enseignants de collège public (rouge), 38 enseignants de lycée public (rose), 9 enseignants de lycée professionnel public (brun), 6 enseignants de l'enseignement privé (bleu), 8 enseignants du supérieur (orange), 2 enseignants de l'enseignement agricole (vert), 13 retraités (gris) et trois divers (jaune). Chaque participant est représenté, des pourcentages pourraient aussi être utilisés.

Voici un algorithme permettant ce remplissage aléatoire (merci à Stéphanie et Gilles Waehren).

Nom : StatJR2015
Fonction : Afficher de façon aléatoire des carrés de couleurs représentant les participants à la JR 2015
Entrées : donnees : tableau [1..9] d'entiers
couleurs : tableau [1..9] de chaînes
Sortie : - *(une image)*
Déclaration : places : tableau [1..n] de tableaux [1..2] d'entiers
cote : entier *(côté du carré)*
taille : entier *(effectif total)*
choix : entier *(valeur du caractère à afficher)*
Début
donnees ← [18, 43, 38, 9, 6, 8 , 2, 13 , 3]
couleurs ← ['turquoise', 'rouge', 'rose', 'brun', 'bleu', 'orange', 'vert', 'gris', 'jaune']
places ← [ ] *(tableau vide)*
cote ← 20
taille ← somme(donnees)
pour i **allant de** 1 **à** taille **faire :**

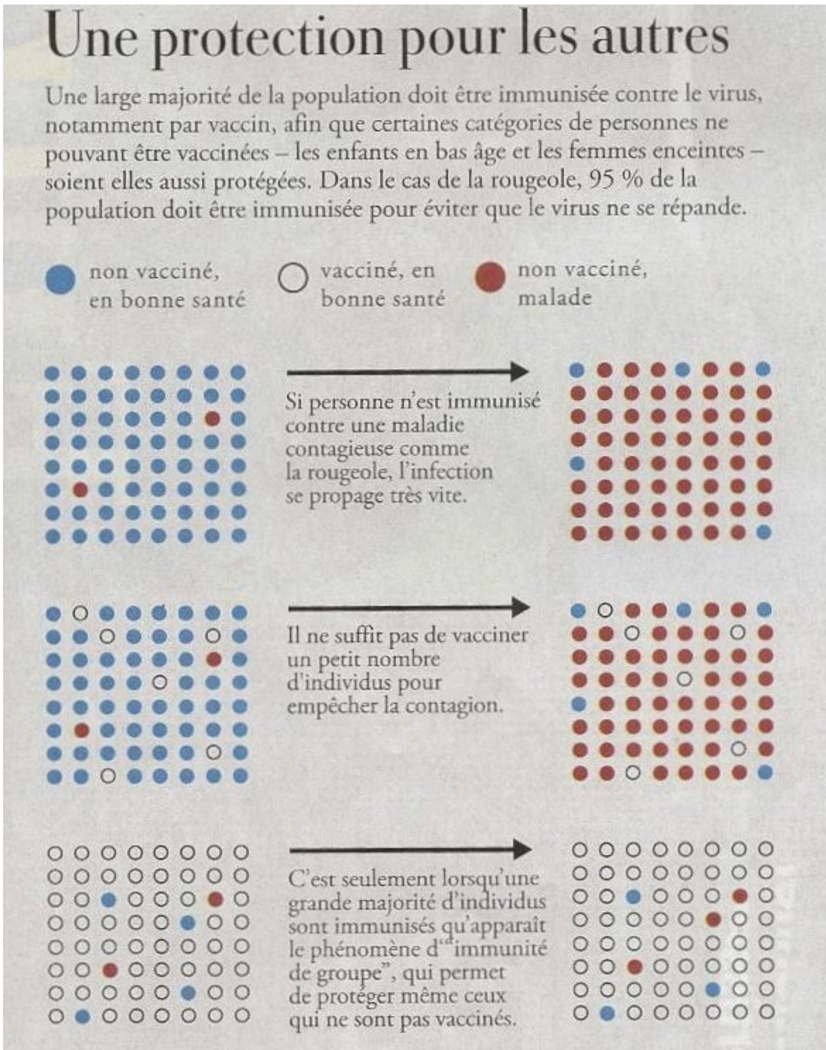
```
        |     x ← entier_aléatoire(1,14)
        |     y ← entier_aléatoire(1,10)
        |     place ← [x,y]    (coordonnées du carré à placer)
        |     tant que place est dans places faire :
              (on change de place tant que la place choisie est occupée)
        |     |     x ← entier_aléatoire(1,14)
        |     |     y ← entier_aléatoire(1,10)
        |     |     place ← [x,y]
        |     finTantque
        |     ajouter place à places
        |     choix ← entier_aléatoire(1,taille(donnees)) (on choisit l'un des 9 effectifs au hasard)
        |     tant que donnees[choix]=0 faire :
              (on change de valeur tant que celle choisie est nulle)
        |     |     choix ← entier_aléatoire(1,taille(donnees))
        |     finTantque
        |     donnes[choix] ← donnes[choix]-1
        |     afficher un carré de côté cote et de couleur couleur[choix] à l'emplacement (x,y)
      finPour
Fin
```

Une dernière remarque

Dans « Courrier International » n°1270 (26 février au 5 mars 2015), un infographiste utilise le placement aléatoire de points sur un réseau carré pour visualiser des proportions.

Les pourcentages sont visualisés sur un réseau de 8x8 points et non sur un réseau 10x10.

Le fait que ni les alignements, ni les dispositions symétriques n'aient été privilégiés, fournit un aspect esthétique à ces représentations et montre l'aspect parfois imprévisible de la diffusion des infections.



retour au sommaire

MATHS ET ARTS

Une porte à Bouquemont (Meuse)

par François DROUIN

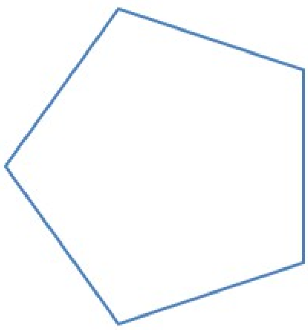
Le menuisier a pris le temps de découper un motif peu commun.

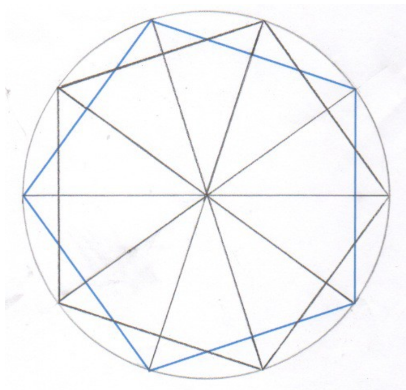
Quels tracés a-t-il pu faire ?

Cette question pourra être posée à des élèves de troisième après leur étude des polygones réguliers.

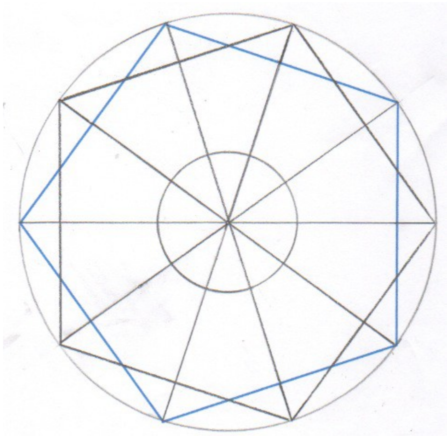
Le motif ayant cinq branches et présentant cinq axes de symétrie, un pentagone régulier a très certainement été tracé. La méthode utilisée est sans doute celle qu'a fait vivre Rachel François dans sa classe (Petit Vert n° 120). Un décagone régulier pourrait avoir été utilisé, mais son tracé à la règle et au compas est obtenu à partir d'un pentagone régulier.

En classe, les élèves utiliseront sans doute les possibilités de GeoGebra. Personnellement, j'ai utilisé un pentagone issu des formes de base de la partie dessin de mon traitement de texte. Au fur et à mesure de l'avancement de ma construction, je me suis rendu compte qu'il me fallait le faire pivoter d'un quart de tour. Les étapes décrites ont pour point de départ un tel pentagone.





J'ai retrouvé le centre du cercle passant par les cinq sommets en traçant les axes de symétrie du pentagone et j'ai tracé un second pentagone régulier.

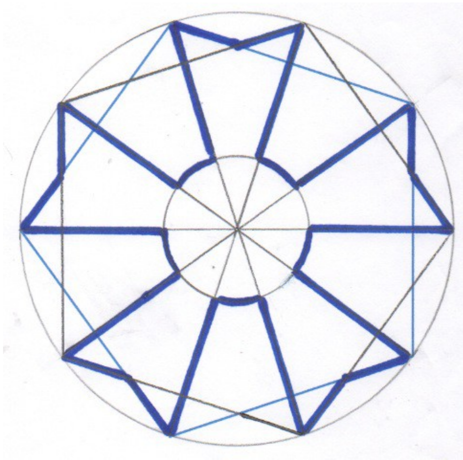


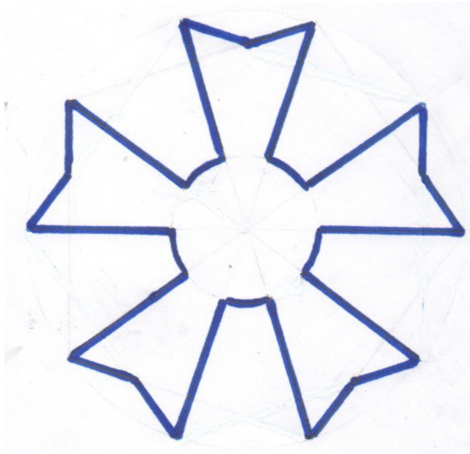
Des mesures prises sur la photo m'ont fait remarquer que le diamètre du cercle intérieur était très proche du tiers du diamètre du cercle passant par les sommets du pentagone.

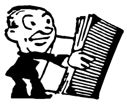
Des élèves auront peut-être besoin de se convaincre que cette proportion repérée sur la photo se retrouve également sur le motif de la porte et pourra donc aussi être utilisée pour le dessin à réaliser.

retour au sommaire

Des alignements repérés sur la photo (et donc existant sur la porte) permettent l'achèvement du dessin du motif. Certains d'entre eux semblent approximatifs, il faut tenir compte des imprécisions dues au découpage du bois. Il est noter que ce découpage a été facilité par l'assemblage de deux planches : leur jonction servant d'axe de symétrie du motif.





MATH &  MEDIA

Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi - et surtout - les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr .

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

Les oreilles sont-elles des dents ?

Vu sur une publicité.

En reconnaissance immédiate (subitizing[1]), je perçois les quatre oreilles.

Pour dénombrer les dents, je me persuade par des regroupements deux par deux qu'il y a quatorze dents dans une « longueur » et dix dents dans une « largeur ».

$14\times2 + 10\times2 = 48$.

Ce document intéressera peut-être d'autres lecteurs que les futurs Professeurs des Écoles…

Voir également sur Wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Petit_beurre (paragraphe Décoration)

[1] http://www.uvp5.univ-paris5.fr/TFM/AC/AffFicheT.asp?CleFiche=1103&Org=QUTH

retour au sommaire

Des gagnants au SUPERENALOTTO

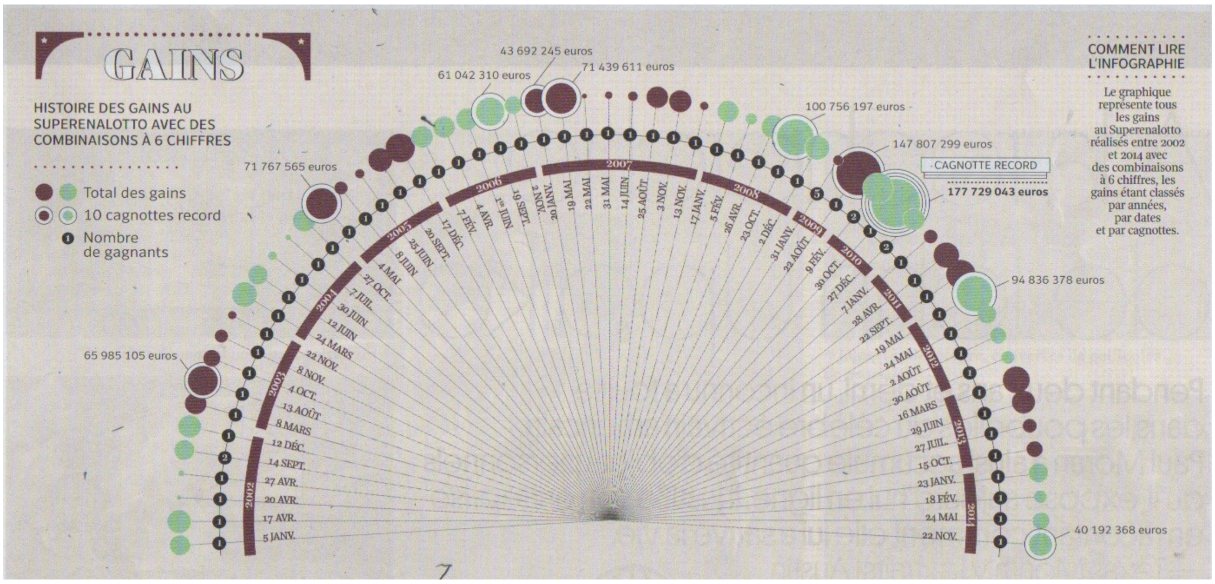
Dans son numéro 1267 du 12 au 18 février 2015, "Courrier International" évoque une infographie publiée dans "La Lettura". Ce supplément du "Corriere della Sera" publie chaque dimanche une infographie originale. Celle-ci est consacrée aux chances de gagner le gros lot au SuperEnalotto, l'équivalent italien du Super Loto. Nous reproduisons ci-dessous une partie de cette infographie, dont l'esthétique originale nous a en effet beaucoup plu.


Tous les perdants ont tenté leur chance

Logiquement, la probabilité de gagner au Super Loto italien est faible. Mais, vu le nombre de joueurs, on trouve toujours des vainqueurs.

La première phrase est à mettre en écho avec un ancien slogan de la Française des Jeux : « *100% des gagnants ont tenté leur chance* ». Une phrase a retenu l'attention d'un lecteur : « *Logiquement, la probabilité de gagner au Super Loto est faible. Mais vu le nombre de joueurs, on trouve toujours des vainqueurs* ».

Cette phrase est justifiée par le graphique ci-dessous.



On y constate qu'il n'y a, la plupart du temps, qu'un seul gagnant, parfois deux, et exceptionnellement cinq gagnants. Mais n'aurait-il pas été plus prudent d'affirmer que du 5 janvier 2002 au 22 novembre 2014, il y a toujours eu au moins un gagnant ?

Cependant, en y regardant de plus près, et en faisant attention aux dates, on constate que leur répartition n'est pas régulière. Nous nous sommes alors demandé si l'infographie ne présentait que les seules dates où la "cagnotte" a été gagnée : cela nous semble confirmé par le fait que la "cagnotte record" apparaisse le 30 octobre 2010, après plus de 8 mois sans avoir été gagnée.
Renseignements pris sur le Net, il y a trois tirages du SuperEnalotto par semaine (les mardis, jeudis et samedis), et cela depuis 1997. Le graphique ne présente donc bien que les tirages où la cagnotte a été gagnée.

Une phrase qui a attiré notre attention, "***Logiquement, la probabilité de gagner au Super Loto italien est faible. Mais, vu le nombre de joueurs, on trouve toujours des vainqueurs***", est quasiment vraie si on considère tous les gagnants, même d'une somme minime : la probabilité doit être pratiquement égale à 1 (c.à.d. qu'il est quasi-impossible que tous les joueurs aient choisi une combinaison perdante). Mais quasi-impossible n'est pas impossible au sens mathématique du terme.

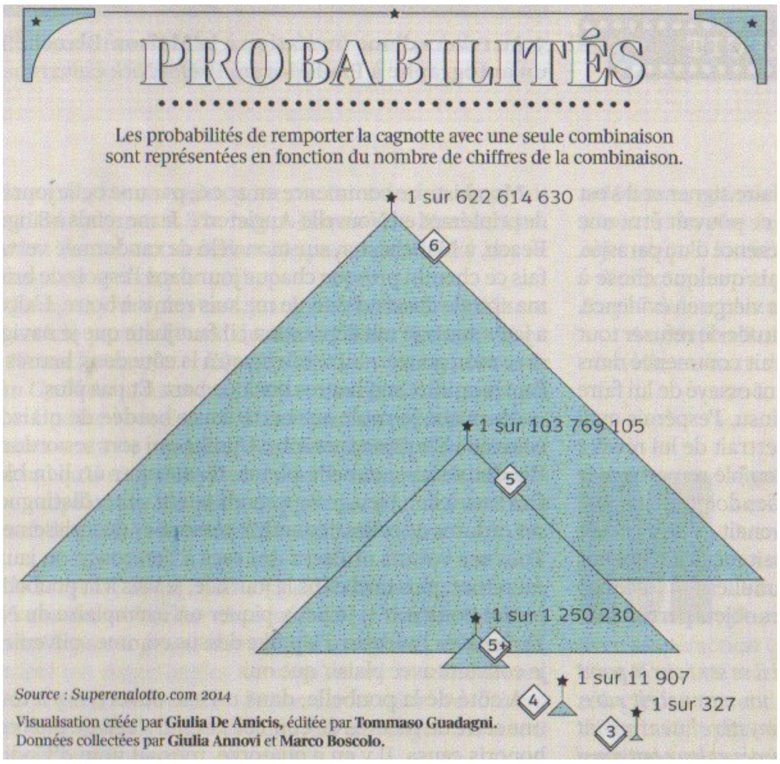
retour au sommaire

Par contre, il est bien vrai que tous les perdants avaient effectivement tenté leur chance !!!

Par ailleurs, dans ce même article publié par "La Lettura", il y est dit : « *Les statistiques montrent que les chances de trouver la bonne combinaison (1 sur 622 millions) sont beaucoup plus faibles que celles de se faire heurter par l'astéroïde Apophis (1 sur 45 000), dont la trajectoire croise régulièrement l'orbite terrestre.* ».
De quoi faire réfléchir nos élèves sur les probabilités…

Cependant, en regardant le graphique ci-dessous, sur lequel la probabilité de gagner avec une combinaison de 6 chiffres est exactement six fois moindre que la probabilité de gagner avec une combinaison de 5 chiffres, nous avons eu des doutes sur la représentation graphique utilisée. L'aire du triangle « 6 » ne devrait-elle pas être égale à 6 fois l'aire du triangle « 5 » ?

Or, en mesurant de façon assez précise, on constate que cette aire « 6 » n'est que le triple de l'aire « 5 ». L'infographiste a commis une erreur fréquente chez nos élèves : le rapport des longueurs aurait dû être $\sqrt{6}$ (environ 2,45) alors qu'il n'est ici que de 1,75. Le triangle « 5 » est donc surdimensionné par rapport au triangle « 6 ».
N.B. Cette infographie ne parvient pas des données du site "supernalotto.com", mais de "La Lettura".



Pour plus de détails sur le fonctionnement de ce jeu, et en particulier le calcul des probabilités de gains, voir http://it.wikipedia.org/wiki/SuperEnalotto
et http://www.superenalotto.com/probabilita-di-vincita.asp

Voir aussi l'article original de "La Lettura" :
http://lettura.corriere.it/il-6-al-superenalotto-piu-raro-di-un-asteroide/

Cent jours d'école, ça se compte

Depuis la rentrée, la classe Mirabelle faisait tomber, dans un bocal, un cube bleu par jour de classe. Dix cubes bleus ont donné un cube rouge, jusqu'au jour où dix cubes rouges se sont transformés en un cube vert. Vous l'aurez compris, ce gros cube vert signifie : aujourd'hui est notre centième jour de classe .
Une manière ludique d'aborder la numération, qui a été fêtée par toute l'école.
Pour l'occasion, le boulanger a fabriqué trois superbes brioches, représentant le nombre 100.
Les élèves ont aussi composé des collections de 100 : 100 bouchons, 100 petites pâtes, 100 grains de riz, 100 petits élastiques, 100 g de farine, 100 pailles, 100 petits cailloux, 100 brins d'herbe et même, pour la classe de maternelle, 100 barres de chocolat !
En fin de journée de classe, tous les élèves ont partagé les brioches et les parents ont pu parcourir les collections exposées dans la cour de l'école.

Vosges-matin, 13 mars 2015, rubrique « Docelles »

ENVOYÉ PAR CLAIRE R., ADHÉRENTE VOSGIENNE (ÉCOLE PRIMAIRE)

Région ALCA, suite

Lu dans l'Est Républicain du 15 avril 2015 (voir encadré ci-dessous). Les calculs que nous avions publiés dans le Petit Vert n°121 de mars dernier (pages 26 à 29) sont donc confirmés (et nous n'avions pas la puissance de calcul de l'IGN !). L'Est Républicain nomme ce centre de gravité « épicentre » : est-ce la prémonition d'un séisme qui viendra tout bouleverser ?

Les modes de calcul des ordinateurs de l'IGN sont absolument formels : l'épicentre de la toute nouvelle région ALCA (Alsace-Lorraine-Champagne-Ardenne) est situé... à l'angle des rues Jeanne d'Arc et Strasbourg, au carrefour du centre de Void-Vacon, petite commune meusienne au bord de la RN4 Paris-Strasbourg, à moins d'une cinquantaine de kilomètres à l'ouest de Nancy. *(E.R. 15/04/2015)*

retour au sommaire

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

Le Tricolore, Pierre Bellemare et des lancers de dé

Par Isabelle Dubois, ÉSPÉ de Lorraine

Anecdote de départ

Mon aventure a commencé lors d'une discussion avec mon collègue Armand Maul, Professeur des Universités, spécialiste des statistiques. J'étais venue l'interroger sur certaines méthodes de son domaine, et, de fil en aiguille, il me fit part d'une anecdote, remontant au début des années 80. Il faisait en ce temps là des trajets en voiture le midi et écoutait Europe 1 en conduisant. Une émission, « Le Tricolore », était alors diffusée, présentée notamment par Pierre Bellemare. Des candidats pouvaient gagner de l'argent en répondant à des questions, et un dé jouait un rôle dans ces gains. En effet, le résultat du lancer du dé, qui ne comportait que des faces bleues, blanches ou rouges – tricolore, donc –, permettait de rattraper un candidat ayant mal répondu. Pour cela, le candidat devait prédire le résultat du dé.
Ce qui avait étonné et choqué Armand était qu'avant chaque lancer, des statistiques sur les résultats des précédents lancers étaient données au candidat ! Autant porter crédit à toutes les méthodes permettant de gagner au loto à partir des résultats des tirages précédents.

Je décidai alors de mener l'enquête...

Archives de l'INA

J'ai débuté mes recherches auprès de l'INA (Institut National de l'Audiovisuel), qui dispose de fonds archivés, au sein de sa structure appelée l'Inathèque. Toute personne voulant y faire des recherches peut aller consulter ses archives concernant la télé, la radio, et les web médias. Il faut toutefois montrer patte blanche, et présenter un réel projet. A noter pour nos lecteurs qu'un enseignant ayant un projet de recherche de documents pour nourrir ses enseignements peut faire appel à l'Inathèque. Il existe plusieurs lieux de consultation, les plus proches de la Lorraine étant situés à Strasbourg et à Paris. Pour des raisons de commodité, et pour avoir accès à toutes les archives, je choisis d'aller sur Paris, au sein de la Bibliothèque Nationale de France. Il faut pour cela prendre rendez-vous, se faire accréditer par l'INA, obtenir une carte de lecteur, et payer des droits d'entrée ! J'avoue que ces formalités ont un peu entamé ma demi-journée de recherche. J'avais toutefois au préalable questionné par mail une responsable des archives, et je savais exactement ce qui existait et ce qu'il me fallait consulter.
Munie de ma carte rouge de la BNF, je pus ainsi me rendre au rez-de-jardin, antre des chercheurs de ce magnifique bâtiment (presque digne de la bibliothèque de Borges ou de celle du Nom de la Rose), puis dans la salle P, « INA-CNC », située juste entre la Tour des Lois et la Tour des Nombres – pas loin donc des ouvrages de mathématiques, mais je n'ai pas eu le temps d'y faire un saut –. Là, j'étais attendue, un poste de consultation (ordinateur) et une imprimante furent mis à ma disposition. Je ne pouvais toutefois pas enregistrer les émissions de radio (la loi n'autorisant aucune copie de documents), et je dus donc noter dans un traitement de texte les informations recueillies, puis les imprimer.

A l'écoute de l'émission « Le Tricolore »

La responsable m'avait donné les renseignements suivants : l'émission a été diffusée du 26 janvier 1981 au 13 août 1982, les jours de la semaine entre 12h et 13h. Seules quatre émissions ont été conservées à l'INA, celles du 07/08/81, 06/10/81, 15/01/82 et sans doute celle du 16/01/82. Pour cette dernière, on m'avait dit qu'elle était datée du 13/08/82, mais, à son écoute, il était clair que l'on était en plein hiver, et j'ai a priori repéré la date du 16/01 (comme quoi, même les meilleurs archivistes peuvent commettre une erreur). Les archives disposent en fait de CD contenant une journée entière d'enregistrement. Heureusement, les outils de lecture et d'écoute sont performants, et j'ai souvent utilisé la touche d'accélération.

Un petit mot sur la nostalgie qui peut vous submerger à ces moments là : entendre d'anciennes publicités (il me semble bien être tombée sur Mammouth), et les voix de Jacques et Jean-Paul Rouland, et surtout Pierre Bellemare, que d'émotions ! J'avais 10 ans en 1981....

retour au sommaire

Plusieurs heures d'écoute intensive m'ont permis de noter les éléments suivants (les retranscriptions partielles des émissions sont données en Annexe 1) :
- Le lancer de dé sert à rattraper un candidat n'ayant pas répondu à une question, ou à quitter le jeu en partant avec ses gains. Si le candidat se trompe dans la prédiction de la couleur sortie, il perd dans le premier cas, et il est contraint de rester et continuer à répondre à des questions dans le second cas.
- Le candidat lance le dé, et il y a trois issues possibles, la couleur bleue, blanche ou rouge. Il semble que ce soit un dé classique à 6 faces, mais aucune indication ne ressort sur sa taille, son matériau de fabrication et sa constitution.
- Dans les deux émissions de 1981, avant le choix du candidat sur la couleur à sortir ou le lancer, des statistiques sont données sur les sorties des trois couleurs depuis le début de l'émission, depuis le début de la semaine, voire de l'émission en cours.
- Dans les deux émissions de 1982, le principe de jeu pour les candidats reste globalement inchangé, mais plus aucune statistique n'est donnée. D'autre part, des changements ont eu lieu dans l'émission concernant le type de questions posées, les lots et l'organisation de l'émission.

Tous ces éléments m'ont amenée à m'interroger :
- Comment était le dé ? Peut-on vraiment savoir s'il était équilibré ?
- Dans quelles conditions se déroulaient les lancers du dé ? Y avait-il suffisamment de place pour le faire rouler, dans sa main ou sur la table ?
- Qui a eu l'idée de fournir les statistiques de sorties du dé ? Qui récoltait les données ? Jusqu'à quand ces statistiques ont-elles été récoltées ?
- Quand et pourquoi a-t-il été décidé d'abandonner l'annonce des statistiques ? Qui l'a fait ? Y a-t-il eu des remarques d'auditeurs à ce sujet ?
- Est-ce que les animateurs savaient que cela n'apporte rien de donner les statistiques de sorties du dé ? Pourquoi était-il souvent conseillé de miser sur la couleur la moins sortie ? (remarqué dans les émissions écoutées, et témoignage d'Armand Maul)

Qui pourrait répondre à ces questions ? Ma foi, Pierre Bellemare ! N'a-t-il pas une mémoire exceptionnelle de tout ce qui a trait à la radio et la télévision ?

A la recherche de Pierre Bellemare

Pierre – permettez que je l'appelle par son prénom – fut finalement assez facile à joindre. Par discrétion et respect envers lui, je ne divulguerai pas de quelle façon j'ai pu le contacter, et ne vous donnerai ni son e-mail, ni son numéro de téléphone personnel, même sous la torture. Je tiens à le remercier pour sa disponibilité – lorsque je l'ai contacté, il travaillait encore beaucoup, en particulier sur Europe 1 –, pour sa réponse immédiate et son intérêt. Un grand merci aussi à sa femme qui m'a arrangé un rendez-vous téléphonique avec lui, un samedi matin, après sa semaine de travail sur Paris.

Je pense que vous imaginez dans quel état d'excitation et d'émotion je pouvais être ! Je me suis préparée au mieux, en vue de cette conversation avec un Dieu vivant de notre monde médiatique. Il fut extrêmement sympathique et chaleureux au téléphone, sa voix (ahh!!) égale

à celle que l'on connaît bien, mais finalement, un peu trop bavard ! J'avais du mal à en placer une, d'autant plus que j'étais assez intimidée.

Les confidences de Pierre

Autant vous le dire tout de suite : je n'ai obtenu aucune information concernant l'émission Le Tricolore. Pourtant, Pierre y avait mis du sien, avant mon coup de fil : il a fouillé dans sa mémoire, a interrogé « sa collaboratrice » de toujours... mais rien, aucun souvenir. Il ne se rappelait même plus du titre de l'émission ! (Pourtant, on en trouve trace sur internet, avec un petit google.)

Il était déçu de ne pouvoir m'apporter des informations et s'est rattrapé en me parlant de sa plus grande fierté en terme d'émission de jeu radio, « Le Sisco », faisant intervenir lui aussi le hasard, mais de façon très perfectionnée et qui avait fait l'objet d'études sérieuses préalables à son lancement. Si cela intéresse nos lecteurs, cela pourra faire l'objet d'un prochain article dans le Petit Vert.

En conclusion, Pierre m'incita à interroger d'autres personnes (Jean-Paul Rouland ?), ou les archives de la radio. Je n'ai pas essayé de contacter d'autres animateurs de l'époque (qui peut rivaliser avec la grande forme de Pierre Bellemare ?), mais ai tenté ma chance auprès des archives d'Europe 1. « Malheureusement, aucun exemplaire de cette émission n'a été conservé dans nos archives. Désolée de ne pouvoir vous aider, » a été la réponse apportée. Fin de l'histoire.

Et si on parlait mathématiques ?

Il est temps de revenir sur les concepts mathématiques et conceptions probabilistes en jeu dans cette histoire.

Nous supposerons dans un premier temps que le dé du jeu est classique, et qu'il comporte deux faces bleues, deux faces blanches et deux faces rouges. Ainsi, il y a équiprobabilité entre les différentes couleurs de sortie. D'autre part, les lancers sont supposés être indépendants les uns des autres, lorsqu'ils sont effectués dans des conditions standards (on fait rouler le dé, on le « mélange » bien dans ses mains). Sous ce modèle mathématique idéal, il est impossible de prévoir le résultat du prochain lancer de dé, même si l'on a connaissance des résultats des lancers précédents, quel que soit leur nombre : la probabilité de sortie de chaque couleur est d'exactement une chance sur 3. Cela paraît sûrement évident à nos lecteurs, mais cela peut entrer en conflit avec des conceptions probabilistes « naturelles », notamment chez les jeunes enfants. Je l'ai modestement constaté lors d'ateliers de la fête de la science, et cela reste un fait vérifié (cf [1], p.41). En effet, chez des élèves du primaire, ou du début du collège, et sûrement chez des adultes également, le « lanceur » de dé a des idées préconçues ou pense avoir une influence sur le lancer, souvent de par son expérience des jeux de société. Il arrive que les enfants croient qu'il est plus difficile d'obtenir un 6 (voire le contraire, si le joueur pense qu'il est souvent gagnant), parce que c'est une valeur remarquable pour le jeu. Avoir connaissance de statistiques de lancers précédents peut influencer également cette conception naturelle. Un premier « réflexe » est de miser sur la face qui est jusque là la plus sortie, puisqu'elle semble la plus « forte ». Je reviendrai là-dessus plus loin, car cette idée n'est parfois pas si idiote que cela.
La seconde idée, plus élaborée et qui sera sûrement le fruit d'adultes, est de miser sur une face qui est la moins sortie, puisque cette face a un « retard » à combler, par rapport aux autres faces. Cet argument peut même se trouver conforté lorsque l'on a un bagage mathématique probabiliste et que l'on connaît la loi des grands nombres vulgarisée, par exemple telle qu'on l'enseigne en troisième ou seconde (cf [2], p. 11-13 question 5).

En effet, pour des lancers de dés, on dit par exemple aux élèves que « plus la taille de l'échantillon (de résultats de sortie du dé) est grande, plus la fréquence d'obtention d'une face donnée se stabilise vers 1/6 ». Cela peut être à cause de ce genre d'argument que l'on a pu constater dans l'émission Le Tricolore qu'il était souvent conseillé au candidat de miser sur la couleur la moins sortie. Cette loi des grands nombres est ainsi paradoxale ! Pour aller plus loin, il faut déjà en avoir un énoncé rigoureux, et comprendre pourquoi elle ne permet pas de déduire qu'une face doit « combler son retard de sortie », toujours en invoquant l'hypothèse d'indépendance des expériences aléatoires successives, et par des simulations et expérimentations numériques. On pourrait d'ailleurs préférer proposer aux élèves un énoncé de la loi forte des grands nombres. On consultera à ce propos, et sur tous les aspects didactiques de l'enseignement des probabilités, les travaux de Michel Henry, par exemple [4].

Revenons sur l'idée de miser sur la face la plus sortie. Si l'on se rend compte qu'une telle face est sortie « très souvent » par rapport aux autres, il peut être judicieux de remettre en cause nos hypothèses de départ, à savoir que le dé est idéal. Le dé peut par exemple être truqué volontairement, ou involontairement par des défauts dans sa fabrication. Ainsi, une face peut avoir une probabilité plus grande de sortie, et il est alors opportun de miser sur celle-ci. Il faudra encore une fois avoir recours aux mathématiques pour décider s'il est pertinent de remettre en cause la probité du dé, par exemple par un test du khi-deux (cf Annexe 2).

Le modèle mathématique retenu présuppose l'indépendance des différents lancers de dés, hypothèse peu naturelle pour nombre de personnes. Les mathématiciens peuvent-ils démontrer que cette hypothèse est nécessairement vérifiée ? Non, pas formellement. On pourra lire avec intérêt l'article [3] sur ce sujet, s'intéressant aux conceptions erronées en probabilité.
Pour finir, un petit mot sur les conditions dans lesquelles se réalise l'expérience, à savoir l'action du lancer de dé. Là encore, lorsque l'on invoque le modèle mathématique, on suppose que les lancers se réalisent idéalement. Dans la pratique, il peut en être autrement. Dans la façon de prendre le dé, et si ce dernier n'est pas bien « mélangé », le lanceur peut influer sur la probabilité de sortie des faces. Bien entendu, il n'est pas du tout certain que le joueur puisse contrôler et anticiper son rôle dans ce cas. On pourra regarder avec intérêt l'émission «On n'est pas que des cobayes», diffusée sur France 5 (cf [5], émission du 31/10/14, « Peut-on gagner aux dés à tous les coups ?), pour illustrer cette manipulation du lancer de dé. Je termine par la conviction que certaines personnes peuvent avoir d'influencer le résultat du dé, par l'intervention de leur fluide, de leur chance, ou toute pensée « surnaturelle ». Je crains que les mathématiques ne puissent pas les contredire, surtout si cette pensée magique est invoquée très ponctuellement, à l'occasion d'un lancer ou deux. En effet, les mathématiques définissent un modèle idéal de la réalité d'une expérience aléatoire, modèle que l'on peut remettre en cause si l'on peut répéter plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions, ce qui ne se produit pas dans ces cas là. Lorsque nous jouons, mettons les mathématiques de côté, et laissons nous donc rêver et imaginer que notre souffle magique sur le dé et notre concentration vont faire sortir le chiffre tant attendu nous permettant de gagner ! Qui sait ?

Une idée d'activité de simulation et d'algorithmique en lien avec Le Tricolore

J'aimerais terminer par une activité pouvant être proposée au niveau lycée ou au delà, et permettant d'entériner le fait que connaître les résultats de sorties d'un dé ne peut pas permettre de prévoir le résultat du lancer suivant. L'activité n'est pas donnée clé en main et n'a pas été testée, je suggère juste des pistes possibles.

L'idée est de simuler un grand nombre de lancers de dés, de stocker au fur et à mesure les résultats obtenus, et de simuler un joueur pariant sur le prochain résultat, suivant trois stratégies. La première stratégie du joueur est de choisir le résultat suivant de façon aléatoire

(et équiprobable), la seconde de choisir la face la plus sortie jusque là, et la troisième la face la moins sortie. Pour chaque stratégie, on décompte le nombre de coups gagnants (c'est-à-dire lorsque le joueur a bien « deviné » le résultat du dé suivant), et on compare les résultats obtenus. Bien entendu, le dé simulé sera supposé idéal et on utilisera un générateur pseudo-aléatoire. D'autre part, pour être en accord avec la thématique de cet article, je choisis de considérer un dé « tricolore ». Il serait facile de transposer les simulations avec un dé classique et s'intéresser à la sortie des 6 faces usuelles. En Annexe 3, on trouvera plus de détails sur l'activité proposée, ainsi que les algorithmes correspondants, écrits en langage naturel. On remarquera qu'il serait également aisé d'implémenter d'autres stratégies de joueurs.

Voici un exemple de résultats obtenus : sur 10000 parties (lancers de dé), la face bleue est sortie 3350 fois, la blanche 3317 fois, et la rouge 3333 fois. La première stratégie a fait gagner le joueur 3348 fois, la deuxième 3285 fois, et la troisième 3349 fois. Il est en effet facile de voir que chaque façon de jouer maintient, à chaque lancer, la probabilité de gain à 1 chance sur 3 !

Un prolongement de l'activité serait de se pencher sur le cas du Loto. On pourra trouver sur internet, ou dans des journaux ou revues, des statistiques sur les sorties des numéros, voire des méthodes à appliquer pour améliorer ses chances de gagner, à partir de ces statistiques. Il s'agira alors d'exercer son esprit critique. Voici quelques liens : [6], [7], [8]. Le site de la Française des Jeux est paradoxal : d'une part il propose des statistiques de sorties des numéros [9], et d'autre part, il propose un jeu interactif pour contrecarrer les conceptions erronées des joueurs et insister sur l'indépendance des tirages [10].

retour au sommaire

Bibliographie et sitographie

[1] Girard Jean-Claude, Difficulté et obstacles dans l'enseignement des probabilités, dans Probabilités au lycée, Brochure APMEP n°143

[2] Fine Jeanne, Probabilités et statistique inférentielle Approche sondage versus approche modèle, Statistique et Enseignement, **1**(2), p. 5-21, téléchargeable sur :
http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/StatEns/issue/view/2

[3] Bordier Jacques, Les règles normatives sur les jugements des probabilités, Bulletin AMQ, Vol. XLI, n°3, octobre 2001, téléchargeable sur :
http://archimede.mat.ulaval.ca/amq/archives/

[4] Henry Michel, Emergence de la probabilité et enseignement : définition classique, approche fréquentiste et modélisation, Repères-IREM, n°74, janvier 2009, téléchargeable sur :
http://www.univ-irem.fr/www.univ-irem.fr/reperes/articles/74_article_507.pdf

[5] http://www.france5.fr/emissions/on-n-est-pas-que-des-cobayes/diffusions/31-10-2014_273517

[6] http://caploto.free.fr/Base_de_connaissances-Cap-Loto/Methodes-Pronostics.php

[7] http://www.secretsdujeu.com/page/jeux_loto_pronostics.html

[8] http://www.lesbonsnumeros.com/loto/statistiques/numeros/

[9] https://www.fdj.fr/jeux/jeux-de-tirage/loto/statistiques

[10] https://www.fdj.fr/jeu-responsable/les-coulisses-du-jeu

Annexe 1

Retranscription des émissions Le Tricolore

Voici les retranscriptions de deux émissions, en ne gardant que les passages où il est question du lancer de dé.
Symboles utilisés : Ar pour animateur, Ace pour animatrice (ou plutôt speakerine), JR pour Jacques Rouland, C pour candidat(e), NdA pour note de l'auteur.

Emission du 07/08/1981

Animateurs : Jacques Rouland, et un autre (Pierre Bellemare, Jean-Paul Rouland, autre?).

12:16
Le candidat vient de perdre à une question. Il va donc utiliser le dé tricolore.
Ar : « Il va falloir que vous vous rattrapiez en lançant le dé tricolore. On rappelle les sorties. »
Ace : « Le bleu 254 fois, le blanc 201 fois, le rouge 188 fois. »
Ar : « Vous choisissez lequel ? »
C: « Le rouge. »
Ar : « Le rouge, Jacques, on rappelle les sorties peut-être ? »
JR : « Cette semaine le bleu est sorti 8 fois, le blanc est sorti 5 fois, et le rouge 10 fois. Vous maintenez votre choix ? »
C: « Oui. »
(NdA : on était un vendredi.)
[…]
Ar : « Vous prenez le dé et vous le lancez. »
[…]
Ar : « Et non, monsieur, c'est le blanc qui vient de sortir. »

12:41
Une candidate a gagné trois jeux et est restée. Elle vient d'en gagner un quatrième et elle veut partir. Elle doit alors lancer le dé tricolore.
Ar : « Vous allez essayer de partir. On va vous rappeler les sorties. »
Ace : « Le bleu 254 fois, le blanc 202 fois, le rouge 188 fois. »
Ar : « Et dans la semaine Jacques. »
JR : « Oh, dans la semaine, c'est énorme tout ce qui est sorti. [?? inaudible] Le bleu est sorti 8 fois, le blanc 6 fois, et le rouge 10 fois. Aujourd'hui, il n'y a que le blanc qui est sorti.»
(NdA : le dé n'a été lancé qu'une seule fois depuis le début de l'émission!)

La candidate choisit le bleu. Le rouge sort. La candidate reste.

12:51
Toujours la même candidate qui essaie de quitter le jeu.
Ar : « On rappelle les sorties. »
Ace : « Le bleu 254 fois, le blanc 202 fois, le rouge 189 fois. »
C: « Je vais suivre le conseil de Jacques, je prends le rouge. »
(NdA : est-ce que le conseil a été donné en aparté, hors micro?)
[?? inaudible]
JR : « Non, je ne peux pas me permettre. J'ai dit que le rouge sortait souvent, enfin, avec tous ces jours-ci il était sorti 2 fois, donc. Le ?? n'est sorti qu'une fois. »
(NdA : Parle-t-il des deux derniers jours?)
Ar : « Tu as pris des responsabilités très très lourdes. »
[…]
Le rouge sort.
Ar : « Jacques avait raison ! »

Emission du 06/10/1981

Animateurs : Jacques et Jean-Paul Rouland.

12h27
La candidate vient de perdre son troisième jeu. Il va falloir qu'elle se rattrape.
Ar : « Alors, nous allons vous rappeler les sorties si vous le souhaitez. »
?: « Le bleu est sorti 300 fois, le blanc 263 et le rouge 243. Je répète : 300, 263, 243. »
Ar : « Jacques ? »
JR : « Hier, le bleu n'est pas sorti, le blanc est sorti 2 fois et le rouge 1 fois. Que va-t-il se passer ? »
(NdA : On était un mardi, donc ce sont les sorties du lundi.)
Elle choisit le bleu.
JR : « Cela fait quelques jours qu'il n'est pas sorti, le bleu. »
Le bleu sort.
(NdA : Seule fois de l'émission où le dé est lancé.)

Annexe 2

Test du khi-deux

(appliqué aux statistiques de l'émission Le Tricolore)

Le test du khi-deux est un test statistique permettant entre autre de tester l'hypothèse qu'une série de données provienne d'une loi de probabilité définie a priori. On pourra consulter par exemple l'article de Wikipedia : http://fr.wikipedia.org/wiki/Test_du_χ² .

Concernant l'émission Le Tricolore, nous pouvons nous demander si l'expérience aléatoire réalisée aboutissait bien à trois issues équiprobables. Les données recueillies lors de l'écoute des deux émissions de 1981 vont permettre de réaliser le test du khi-deux pour répondre à cette question.

Nous testons donc l'hypothèse « Le dé est bien équilibré et les trois issues (bleu, blanc, rouge) sont équiprobables. », et devons déterminer si nous validons ou rejetons cette hypothèse. Pour cela il faut choisir un seuil, représentant le risque d'erreur de rejeter notre hypothèse alors qu'elle est vraie. Il est usuel de le fixer à 5%. Nous devons ensuite calculer une distance entre les résultats observés et les résultats théoriques attendus sous notre hypothèse et interpréter ce résultat. Dans notre cas comprenant trois issues, le calcul de cette distance se fait de la manière suivante. Si *n* est le nombre de lancers de dé réalisés, n_1, n_2 et n_3 les effectifs des trois issues (bleu, blanc et rouge), alors la distance est égale à $D=\sum_{i=1}^{3}\frac{(n_i-n/3)^2}{n/3}$. Nous devons enfin comparer cette distance à une valeur critique lue dans une table de la loi du khi-deux à 2 degrés de liberté (nombre d'issues moins 1). Elle vaut 5,99 dans notre cas. Si *D* dépasse cette valeur critique, alors nous rejetons notre hypothèse, sinon nous la validons.

retour au sommaire

Appliquons ce résultat aux deux séries de données dont nous disposons : celles de l'émission du 07/08/1981 et celles du 06/10/1981. Dans le premier cas, à l'issue de l'émission, $n_1=254$, $n_2=202$ et $n_3=190$, et donc n=646. On trouve $D\approx 10{,}75$ ce qui dépasse largement notre valeur critique !
De même, avec les deuxièmes données, on trouve $n_1=301$, $n_2=263$ et $n_3=243$, n=807 et $D\simeq 6{,}45$, qui dépasse encore une fois la valeur critique. Ainsi, nous devons rejeter l'hypothèse d'équiprobabilité des issues du dé tricolore. On remarquera que la face bleue est sur-représentée, et la face rouge plus légèrement sous-représentée dans les résultats.

Toutefois, si nous changeons notre seuil et le fixons à 1%, la valeur critique vaut alors 9,21. Nous rejetons encore l'hypothèse à l'issue de la première émission, mais pas après la seconde émission. Comme souvent en statistiques inférentielles, il est difficile d'avoir une opinion complètement tranchée.

En conclusion, nous pouvons remettre en question l'équité de l'expérience aléatoire réalisée lors de l'émission, soit en pensant que le dé n'était pas un dé idéal mais truqué (de façon involontaire ?) à cause de sa fabrication, soit (non exclusif) que les conditions expérimentales des lancers n'étaient pas idéales et réalisées dans les règles de l'art (la faute aux candidats ?).

Annexe 3

Algorithmes de simulation de différentes stratégies de jeu

Présentation

Je présente ici une idée d'activité pouvant être mise en place à partir du lycée, moyennant une adaptation pédagogique pour la mettre réellement en œuvre dans une classe. L'objectif mathématique et didactique principal de l'activité est d'apporter une réponse expérimentale à la question « Pouvait-on élaborer une stratégie de jeu, dans le contexte de l'émission Le Tricolore, permettant d'augmenter ses chances de réussite lors du lancer du dé ? ».

A défaut de pouvoir réaliser un grand nombre de fois des expériences aléatoires réelles, nous utiliserons les générateurs de nombres pseudo-aléatoires implémentés dans bon nombre de logiciels ou calculatrices. Malgré tout, en procédant ainsi, nous nous plaçons de façon implicite sous les hypothèses suivantes : le dé tricolore est idéal (équiprobabilité de sorties des couleurs), et les lancers sont indépendants les uns des autres. La simulation informatique est donc un palliatif pratique, mais dissimulateur. Il faudrait pouvoir réellement réaliser l'expérience aléatoire (avec un protocole et une exécution rigoureuse) pour aller jusqu'au bout de la démarche que je souhaite mettre en place. Je donne en fin de l'annexe une idée pour y remédier, dans le contexte du Loto national. D'autre part, il faut savoir que dans les logiciels utilisés en classe, le générateur est « pseudo-aléatoire » et non « aléatoire ». Ainsi, le hasard qu'il génère n'est pas « parfait », mais sera suffisant pour nos applications. Il faudrait pouvoir utiliser de vrais générateurs de hasard (True Random Number Generators) par exemple basés sur le bruit atmosphérique, ou la physique quantique, ou des systèmes optiques. Pour en savoir plus, je vous recommande les liens suivants : Wikipedia ([1], [2]), et des sites anglophones ([3], [4]). A noter, les recherches récentes d'une équipe messine du laboratoire LMOPS sur ce sujet ([5]).

Déroulement possible

Dans un premier temps, on pourra rappeler les principes de l'émission Le Tricolore, le rôle du lancer de dé, et le fait que les statistiques de sorties du dé étaient communiquées au joueur.
Après l'explication du jeu, chaque élève ou groupe d'élèves choisit une "stratégie" de jeu, dépendant ou non des résultats précédents du lancer de dé. Le but est alors d'élaborer un algorithme correspondant à cette stratégie, et de simuler un grand nombre de parties, en comptabilisant le nombre de parties gagnées par le joueur. Chaque groupe pourra alors comparer ses résultats aux autres, et constater que toutes les stratégies se valent, en comparant leurs fréquences.

Les objectifs visés sont les suivants. En probabilités : simuler des expériences aléatoires, exercer un esprit critique, contrecarrer des idées fausses concernant le hasard et/ou la loi des grands nombres. En algorithmique : décrire un algorithme en langage

retour au sommaire

naturel, comprendre/compléter/écrire un algorithme, implémenter un algorithme, utiliser des variables, listes, boucles, tests.

Algorithmes

Je vais décrire ici les différents algorithmes pouvant être réalisés, écrits en langage naturel, à faire concevoir complètement ou partiellement par les élèves. Je fais le choix d'utiliser ensuite un logiciel de programmation permettant d'implémenter des « routines » (fonctions ou procédures), à l'instar par exemple du logiciel Xcas, mais pas d'AlgoBox. Ainsi, cela me permet une grande souplesse au niveau de la structure de mes algorithmes.

Algorithme principal : Tirages du dé et application des stratégies de jeu

On considère que l'on va lancer le dé tricolore *n* fois, que l'on stocke au fur et à mesure les résultats, et que *p* joueurs vont se confronter. Chacun d'eux va appliquer une stratégie différente, dépendant ou non des statistiques de sorties du dé. On comptabilise les gains de chacun.

Entrée : n // nombre de lancers du dé
Variables utilisées : s // liste à trois éléments, représentant les statistiques de sorties du dé
j, j_1,... , j_p entiers compris entre 1 et 3 // résultat du dé et choix des joueurs
g_1,..., g_p entiers // gains des joueurs
k // entier
Début
s:=(0,0,0) // initialisation de la liste
j:= nombre entier aléatoire entre 1 et 3 // premier lancer de dé
s(j):=s(j)+1 // on stocke le résultat dans la liste
g_1:=0;..; g_p:=0 // initialisation gains des joueurs
Pour k variant de 2 jusque n faire
j_1:=stratégie_1(s);....;j_p:=stratégie_p(s) // choix des p joueurs suivant leur stratégie
j:= nombre entier aléatoire entre 1 et 3 // lancer de dé
s(j):=s(j)+1 // on stocke le résultat dans la liste
Si j_1=j alors g_1:=g_1+1 Fin Si // on regarde si les joueurs ont gagné,
...
Si j_p=j alors g_p:=g_p+1 Fin Si // et on comptabilise leurs résultats
Fin Pour
Sortie : liste s et gains g_1,..., g_p (ou les fréquences de gain g_1/n, ..., g_p/n)
Fin

Remarque : J'ai fait le choix de la simplicité, mais on pourrait bien sûr utiliser d'autres boucles *pour* dans l'algorithme lors du traitement des *p* joueurs (initialisation des gains, appels des stratégies, incrémentation des gains). On pourrait alors ajouter des variables de type liste et adapter la définition et le nom des procédures *stratégie.*

Algorithmes des différentes stratégies des joueurs

Pour chaque joueur on propose un algorithme, correspondant à une procédure ou fonction, selon l'architecture suivante.
Nom de la procédure : stratégie_i
Entrée : liste s // résultats statistiques des sorties précédentes du dé
Variables : j // entier de 1 à 3
….autres variables...
Début
..application de la stratégie de jeu, cela aboutit à un entier j...
Sortie : j
Fin

La première stratégie pourrait être de ne pas tenir compte des résultats précédents. Cela donne :
Nom de la procédure : stratégie_1

retour au sommaire

Entrée : liste s // peut être omis!
Variable : j
Début
j:=nombre entier aléatoire entre 1 et 3
Sortie : j
Fin

Pour notre deuxième stratégie, consistant à jouer la face la plus sortie jusqu'à présent, ce sera :

Nom de la procédure : stratégie_2
Entrée : liste s
Variables : m, j // entiers de 1 à 3
Début
m:=maximum(s) // on suppose que cette fonction existe
j:=1
Tant que s(j) différent de m Faire // on cherche la face étant la plus sortie
j:=j+1
Fin Tant que
Sortie : j
Fin

Pour la troisième stratégie, on remplacera maximum par minimum.
On pourra aussi faire d'autres choix : jouer toujours la même face, choisir alternativement la face 1, puis 2 et enfin 3, jouer la dernière face sortie (il faudrait ici adapter l'algorithme principal pour garder trace du dernier résultat), etc...
J'ai implémenté ces algorithmes sur Xcas, vous pouvez les retrouver dans ce langage sur ma page Web [6].

Prolongements/Aménagements

Un premier aménagement de l'activité pourrait être de ne pas utiliser des algorithmes, mais seulement un tableur. Je ne sais pas si cela est facilement réalisable : avis aux lecteurs.

Un premier prolongement possible est d'enchaîner sur des calculs de probabilités : pour chaque stratégie, la probabilité de gagner est de 1/3. Il faudra utiliser la notion d'indépendance des lancers pour le démontrer.
Un deuxième prolongement est de se placer dans le contexte d'un dé classique à 6 faces distinctes, les fréquences de gain seront alors de 1/6 pour chaque joueur ; il est aisé d'adapter les algorithmes précédents à ce cas.
Un dernier prolongement envisageable est de considérer un tirage de Loto. Ici, la difficulté principale est de simuler simplement un tel tirage (choix aléatoire de 5 numéros différents parmi 49). Pour y pallier, on peut utiliser un logiciel ayant une telle procédure déjà implémentée (ou la fournir comme boite noire aux élèves). Toujours dans ce contexte, on pourrait également envisager d'utiliser le fichier tableur des statistiques historiques du Loto (et accessible sur le site de la Française des Jeux) au lieu de simuler des tirages. Ce serait encore plus judicieux et éviterait le recours aux générateurs pseudo-aléatoires. Toutefois, la mise en œuvre n'est sans doute pas facile à mettre en place.

Pour finir, on pourra étudier avec les élèves les sites internet cités précédemment, proposant des stratégies de choix de numéros au Loto (ou autres jeux), en fonction des statistiques historiques ([7]).

Sitographie :

[1] http://fr.wikipedia.org/wiki/Générateur_de_nombres_aléatoires

[2] http://fr.wikipedia.org/wiki/Générateur_de_nombres_pseudo-aléatoires

[3] http://www.randomnumbers.info/

[4] https://www.random.org/

[5] http://www.univ-lorraine.fr/sites/www.univ-lorraine.fr/files/CP/cp_lmops_diode_laser.pdf

[6] http://iecl.univ-lorraine.fr/~Isabelle.Dubois/tricolore/

[7] https://www.fdj.fr/jeux/jeux-de-tirage/loto/statistiques

retour au sommaire

VU SUR LA TOILE

Des agglos pour l'algo

L'algorithmique arrive au collège. Vous en faisiez surement sans le dire. Je vais essayer de proposer quelques briques pour construire des séquences d'approche. Beaucoup d'initiatives existent déjà pour donner du sens et de la matière à cette dimension des mathématiques dont la genèse se confond avec celle des mathématiques elles-mêmes (algorithmes de Babylone ou d'Euclide pour ne pas les nommer). Les Anglais pratiquent cela dès l'école primaire, depuis 6 ou 7 ans maintenant. En France, de nombreux chercheurs en informatique essaient de montrer que leurs sujets d'étude peuvent revêtir des aspects compréhensibles par tous.
Le site de l'Académie de Créteil met à disposition des activités accessibles dès la petite section :
http://www.ia94.ac-creteil.fr/mater/apprentissages/maths/nombre_jeux_maths_ps_fiche01.htm
en travaillant sur l'enfilage de perles (le codage) ou des enchaînements plus sportifs.
« Images des Maths » fournit d'ailleurs le détail d'une activité sur les colliers :
http://images.math.cnrs.fr/La-magie-des-colliers-de-perles-de.html.
Enfin, cette page personnelle fournit un document support pour des exercices de suites algorithmiques ou de méthodes de recherche :
http://pernoux.pagesperso-orange.fr/logique.pdf .
L'INRIA soutient le site de ressources « pixees » (https://pixees.fr/?cat=40) pour enseigner l'informatique dès le plus jeune âge. On y trouvera notamment un document qui rend compte d'une expérience d'informatique débranchée en CM1, près de Lyon :
https://pixees.fr/wp-content/uploads/2015/04/projet-informatique-debranchee.pdf.
Les deux collègues ont repris les propositions de Martin Quinson, déjà présentées lors d'ateliers à notre journée régionale, mais le document propose aussi un lien vers le projet anglais « CS Unplugged » (http://csunplugged.org/activities/) qui regorge d'activités d'algorithmique sans ordinateur, téléchargeables en français ; par exemple ce jeu de bataille navale pour comprendre les algorithmes de recherche :
http://csunplugged.org/wp-content/uploads/2014/12/06_fr_Algorithmes_de_recherche.pdf.

Pour ceux qui ne se sont jamais inscrits, le concours du Castor Informatique propose des exercices ludiques pour lesquels il n'est nul besoin de savoir coder ou même écrire un algorithme. Le concours a lieu en novembre et vous pouvez déjà entrainer vos élèves avec les sujets des années passées : http://castor-informatique.fr/ . Ce concours est notamment une initiative de France IOI, association dont le but est de promouvoir l'informatique auprès des plus jeunes : http://www.france-ioi.org/.

L'INRIA met également en ligne la revue « Interstices » :
https://interstices.info/jcms/jalios_5127/accueil dont la vocation est de donner l'accès au plus grand nombre, à la culture des sciences du numérique. Le site est très interactif en raison du grand nombre d'applets disponibles. Une rubrique est consacrée à l'algorithmique ludique : https://interstices.info/jcms/c_28567/ludique , et permet de jouer avec des problèmes comme celui du voyageur de commerce :
https://interstices.info/jcms/c_37686/le-probleme-du-voyageur-de-commerce.

Enfin, j'ai regroupé, sur le blog créé pour mes élèves d'ISN, quelques liens donnant accès à des jeux vidéos pour apprendre l'informatique :
http://isnmangin2014.blogspot.fr/2014/09/des-liens-pour-travailler-seul.html.
Je me permets d'y ajouter « Lightbot » qui est très facile à manipuler et dont la difficulté est très progressive :
http://www.kongregate.com/games/Coolio_Niato/light-bot?acomplete=light.

gilles.waehren@wanadoo.fr

retour au sommaire

Solution du problème n° 121

Au sujet de 2048

proposé par André Stef

Ce jeu est bien connu sur différents supports informatiques (PC, smartphones,...), du moins au moment où est rédigé ce problème.

Le jeu comporte 16 cases, sur lesquelles peuvent être posées des tuiles de différentes valeurs (2,4,8, ... 2^k ,...). Le jeu est la répétition de deux phases de jeu successives :

- A plusieurs reprises : deux tuiles de même valeur peuvent se transformer en une seule tuile de valeur double sur une des deux cases et rien sur l'autre case (qui devient alors libre). En pratique il y a des conditions supplémentaires de position et de déplacement pour que les tuiles puissent se transformer mais cela n'aura pas d'incidence dans ce problème.
- Puis une tuile nouvelle, de valeur 2 ou 4, apparaît sur une case libre (au hasard).

La position de départ est que toutes les cases sont libres.
Le jeu s'arrête lorsqu'il n'y a plus de case libre au moment où une nouvelle tuile devrait aparaître.

La valeur maximale que peut porter une tuile à ce jeu est alors 131 072. On peut trouver ce résultat sur internet, et, bien sûr, vérifier que ce qu'énonce internet sur ce sujet est correct !

Tout au long de la partie un score est affiché : on part de 0 et on ajoute au fur et à mesure les valeurs des tuiles obtenues par transformation ; par exemple deux tuiles de valeur 8 se transforment en une tuile de valeur 16 et fournissent 16 points. On n'obtient pas de point pour l'apparition d'une tuile.

Enoncé du problème : Quel est le score maximal possible au jeu de 2048 ?

Solution proposée par André Stef

La page "2048" (en anglais) de Wikipedia du 17/04/2015 indique un score maximal de 3 932 156 (sans preuve) alors que cette même page fournit un lien vers un article (en anglais,https://bytebucket.org/sivaramambikasaran/my_notes/raw/d594b562aa7d75f6fce6e48310c4068ba0094c8c/2048_game/2048.pdf) de Sivaram Ambikasaran indiquant un score maximal de 3 932 100 (et le démontrant).
Le magazine de la Régionale APMEP de Lille, Convergence 40, de juin 2014, (http://www.apmep5962.fr/cvg/Convergences40-juin2014.pdf) annonce un score maximal de 3 932 160 (avec indices de démonstration),

On démontre ci-dessous en français, que la valeur est 3 932 100. L'idée est la même que dans l'article de Sivaram Ambikasaran mais la rédaction est ici plus détaillée.
On procèdera par récurrence sur le nombre n de cases disponibles, généralisant ainsi le problème et nous appliquerons le résultat à la valeur n=16.

Exemples

n=1. Le score maximal est 0. Il n'est pas possible de fusionner des tuiles. La valeur maximale de tuile est alors 4 (arrivée d'une tuile "4" avant blocage).

retour au sommaire

n=2. On se convaincra que le score maximal est 12 et la tuile maximale est 8. Cela correspond par exemple à la suite de tuiles suivantes (sur chaque ligne : en fond jaune les fusions nouvelles et en vert la tuile nouvelle arrivant ensuite).

score		
0	2	
0	2	2
4	4	4
12	8	2ou4

n=3. On se convaincra que le score maximal est 56 et la tuile maximale est 16.

score			
0	2		
0	2	2	
4	4	2	
4	4	2	2
8	4	4	2
16	8	2	
16	8	2	2
20	8	4	**4**
28	8	8	2
44	16	2	
44	16	2	2
48	16	4	**4**
56	16	8	2ou4

Cas général

On définit :

- A_n le score maximal possible avec n cases, la question du problème est de déterminer A_{16} . On a $A_1=0\,;A_2=12\,;A_3=56$.
- a_n le score maximal pour obtenir la tuile de hauteur maximale avec n cases et aucune autre tuile à côté avant apparition d'une nouvelle tuile.

On a $a_1=0\,;a_2=12\,;a_3=44$.

retour au sommaire

score		
0	2	
0	2	2
4	4	4
12	8	2ou4

score			
0	2		
0	2	2	
4	4	2	
4	4	2	2
8	4	4	2
16	8	2	
16	8	2	2
20	8	4	4
28	8	8	2
44	16	2	

On définit b_n , le score maximal pour obtenir la tuile de hauteur maximale, en n'utilsant que des tuiles de "2" (et pas de "4") avec *n* cases et aucune autre tuile à côté avant apparition d'une nouvelle tuile.

On a $b_1=0\,;b_2=4\,;b_3=16$

score		
0	2	
0	2	2
4	4	2

score			
0	2		
0	2	2	
4	4	2	
4	4	2	2
8	4	4	2
16	8	2	

Par définitions, on a $b_n \leq a_n$.

On définit α_n la valeur maximale que l'on peut obtenir en utilisant *n* cases et β_n la valeur maximale que l'on peut obtenir en utilisant *n* cases en n'utilisant que la tuile "2". Le lecteur pourra se convaincre que $\alpha_{n+1}=2\times\alpha_n$ et $\beta_{n+1}=2\times\beta_n$ ce qui fournit $\alpha_n=2^{n+1};\beta_n=2^n$.

Valeur de b_n. Il s'agit d'obtenir la tuile de valeur $\beta_n=2^n$. Pour ce faire, on construit deux fois une tuile de taille $\beta_{n-1}=2^{n-1}$ (utilisant *n*-1 cases pour la première tuile puis *n*-1 pour la seconde en laissant la *n*-ème occupée par la première tuile construite). Puis on fusionne ces deux tuiles (pour un gain de $2\times b_{n-1}=2^n$). Ainsi $b_n=2b_{n-1}+2^n$

Par un procédé quelconque, quitte à le montrer par récurrence, on a $b_n=(n-1)2^n$ pour tout entier naturel *n* non nul.

retour au sommaire

Valeur de a_n. Il s'agit d'obtenir la tuile de valeur $\alpha_n = 2^{n+1}$. Pour ce faire, on construit deux fois une tuile de taille $\alpha_{n-1} = 2^n = \beta_n$ (utilisant n cases pour la première tuile, ce qui peut être fait en utilisant uniquement des tuiles de taille "2", puis n-1 pour la seconde en laissant la n-ème occupée par la première tuile construite, ce qui nécessitera l'introduction d'une tuile de "4", au moins). Puis on fusionne ces deux tuiles. Ainsi $a_n = b_n + a_{n-1} + 2^{n+1}$.

Utilisant alors l'expression de b_n, on obtient alors la formule de récurrence $a_n = a_{n-1} + (n+1)2^n$ pour tout entier naturel n non nul.

Valeurs numériques et comparaison

n	$b_n = (n-1)2^n$	$a_n = a_{n-1} + b_n + 2^{n+1}$	$b_{n+1} = 2 \times b_n + 2^{n+1}$	$a_n - b_{n+1}$
1	0	$a_1 = 0$	4	-4
2	4	12	16	-4
3	16	44	48	-4
4	48	124	128	-4

Ce tableau permet de conjecturer la formule $a_n = b_{n+1} - 4 = n\ 2^{n+1} - 4$, ce que l'on démontre sans difficulté par récurrence.

Valeur de A_n

Il reste à sommer $A_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{k=1}^{n} (k\ 2^{k+1} - 4)$.

La technique est au choix. On peut, par exemple, écrire

$$A_n = 2A_n - A_n = -4n + \sum_{k=1}^{n} k\ 2^{k+2} - \sum_{k=1}^{n} k\ 2^{k+1} = -4n + \sum_{k=2}^{n+1} (k-1)2^{k+1} - \sum_{k=1}^{n} k\ 2^{k+1} = etc...$$

On établit que $A_n = (n-1)(2^{n+2} - 4)$.

NB : A défaut de l'établir directement, on peut le faire par récurrence.

Ainsi $A_{16} = 3\ 932\ 100$.

Analyse de l'erreur possible de l'article de Convergence

Il est probable (ce que confirme la remarque 9 de l'article) qu'il n'ait pas été tenu compte de l'obligation d'incorporer une tuile de "4" de temps en temps, quinze fois en tout (avant le dernier coup, qui ne modifie pas le score), ce qui a chaque fois un "cout" de 4 (faute de réaliser la fusion "2+2").

Ainsi l'erreur revient à remplacer à tort a_{n-1} par b_n dans la formule $a_n = b_n + a_{n-1} + 2^{n+1}$.

On obtient alors un écart total de 60 avec le résultat.

Erreur possible de l'article de Wikipedia : Aucune idée si ce n'est que c'est un article sur Internet (même si c'est Wikipedia).

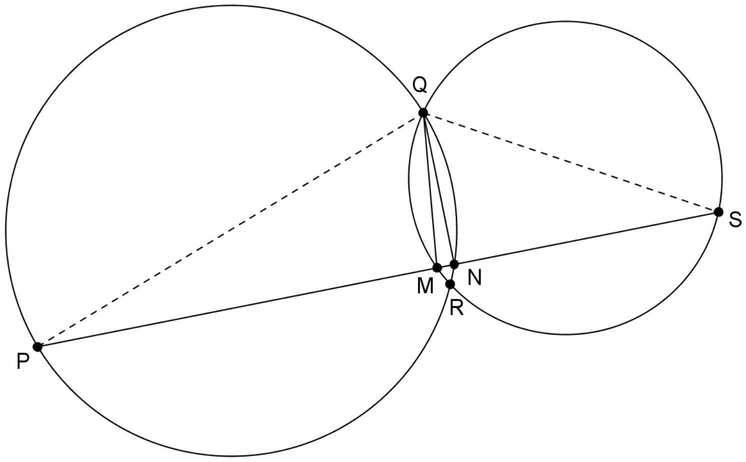
Note : à moins d'une homonymie toujours possible Sivaram Ambikasaran est professeur adjoint *(assistant professor)* à l'université de New York (voir son site www.cims.nyu.edu/~sivaram/, mais sa note sur "2048" n'y est pas citée).

La rubrique « Problèmes » a un nouveau responsable : André STEF. Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

LE SOPHISME DU TRIMESTRE

La définition de sophisme dans le dictionnaire Robert est la suivante : « *Argument, raisonnement faux malgré une apparence de vérité* ». Pour étudier ces sophismes, il est recommandé de faire les figures « à main levée », même si elles ne sont pas tout a fait exactes. L'usage de logiciels de géométrie dynamique est absolument proscrit.
Le Petit Vert vous proposera régulièrement des sophismes, comme celui qui suit. Envoyez toute nouvelle proposition à jacverdier@orange.fr.

Théorème : **D'un point extérieur à une droite, on peut mener deux perpendiculaitres à cette droite.**



Soient deux cercles quelconques de diamètres respectifs QP et QS, sécants en Q et R.

La droite PS coupe le cercle de diamètre QS en M et le cercle de diamètre QP en N.

L'angle $\widehat{\mathrm{PNQ}}$ est inscrit dans le demi-cercle de diamètre PQ, et $\widehat{\mathrm{SMQ}}$ dans le demi-cercle de diamètre SQ : ce sont donc deux angles droits.

On en conclut que QM et QN sont tous deux perprendiculaires à PS.

Le théorème est démontré : on a « abaissé » de Q deux perpendiculaires distinctes à la droite PS.

Ce sophisme est extrait d'un ouvrage de Hawkes, Luby et Touton, « New plane geometry », publié à New-York chez Ginn en 1917. Disponible sur Google Books (moyennant finances!).

ERRATUM

A la dernière page du dernier Petit Vert (n°121), une faute de frappe est venue perturber la « subtilité » du raisonnement dans la démonstration de ce « théorème » : $\forall n,\ n+1=n$ (qui est également un sophisme, au sens défini ci-dessus).
Dans cette démonstration, nous avions écrit, par quatre fois, (n^2+1) au lieu de $(n+1)^2$, ce qui avait comme inconvénient de « cacher » l'erreur de raisonnement, qui n'était pas cette faute de calcul...
Voici la bonne version.

Au départ, $(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$
d'où, en soustrayant $(2n+1)$ aux deux membres, $(n+1)^2 - (2n+1) = n^2$.
Soustrayons maintenant $n(2n+1)$ aux deux membres :
$(n+1)^2 - (2n+1) - n(2n+1) = n^2 - n(2n+1)$.
Ajoutons $\frac{(2n+1)^4}{4}$ aux deux membres : $(n+1)^2-(n+1)(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4} = n^2-n(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$
Les deux membres sont des carrés parfaits : $\left((n+1)-\frac{(2n+1)}{2}\right)^2 = \left(n-\frac{(2n+1)}{2}\right)^2$
d'où $(n+1)-\frac{(2n+1)}{2} = n-\frac{(2n+1)}{2}$, d'où : ***n* +1 = *n***. C.Q.F.D.

Avec toutes nos excuses,
et merci à François Soulard d'avoir débusqué cette erreur.

retour au sommaire

Problème du trimestre n°122

"Il était une fois un Bûcheron et une Bûcheronne qui avaient sept enfants tous Garçons. L'aîné n'avait que dix ans, et le plus jeune n'en avait que sept. On s'étonnera que le Bûcheron ait eu tant d'enfants en si peu de temps ; mais c'est que sa femme allait vite en besogne, et n'en faisait pas moins que deux à la fois …"

Au sujet du Petit Poucet

proposé par André Stef

"Il était une fois un Bûcheron et une Bûcheronne qui avaient sept enfants tous Garçons. L'aîné n'avait que dix ans, et le plus jeune n'en avait que sept."

Voici les deux premières phrases de l'histoire du Petit Poucet de Charles Perrault, conte plutôt bien connu. Le rapport avec le Petit Vert vient de la troisième phrase:

"On s'étonnera que le Bûcheron ait eu tant d'enfants en si peu de temps ; mais c'est que sa femme allait vite en besogne, et n'en faisait pas moins que deux à la fois…"

Un mathématicien pourra avoir (et a eu) cette idée bizarre de chercher quelles ont pu être les naissances possibles. Ainsi cela a pu être dans l'ordre des jumeaux, puis des triplés puis des jumeaux (qu'on codera (2,3,2)) ou des triplés puis des jumeaux puis à nouveau des jumeaux (3,2,2) ,...

Question 1: Enoncer toutes les naissances possibles répondant aux contraintes formulées.

question 2: Généralisation. Le nombre d'enfants n'est plus 7 mais un paramètre entier n. Dénombrer le nombre de naissances possibles en fonction de n.

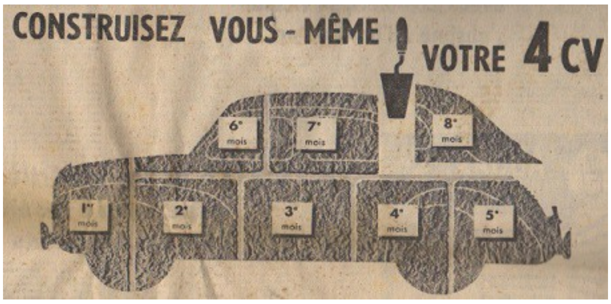
La rubrique « Problèmes » a un nouveau responsable : André STEF. Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂ ⁂

Il faut avoir foi en certaines choses. La vie n'est pas assez longue pour faire la preuve mathématique de toute chose avant d'y croire.

Thomas Hardy

SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 121

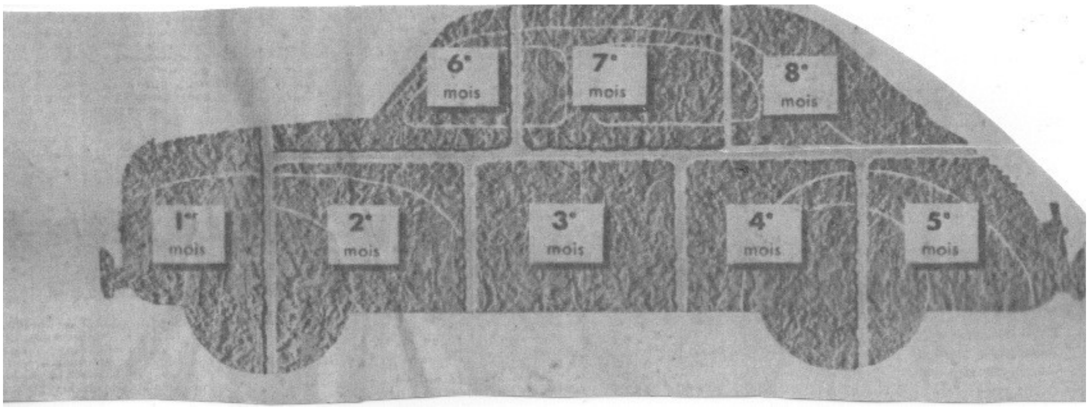


Rappel du défi proposé : **Comment imaginer un découpage en huit parties de même aire de la silhouette de la 4 CV Renault présentée en 1957 dans l'Est Républicain ?** (voir image ci-contre).

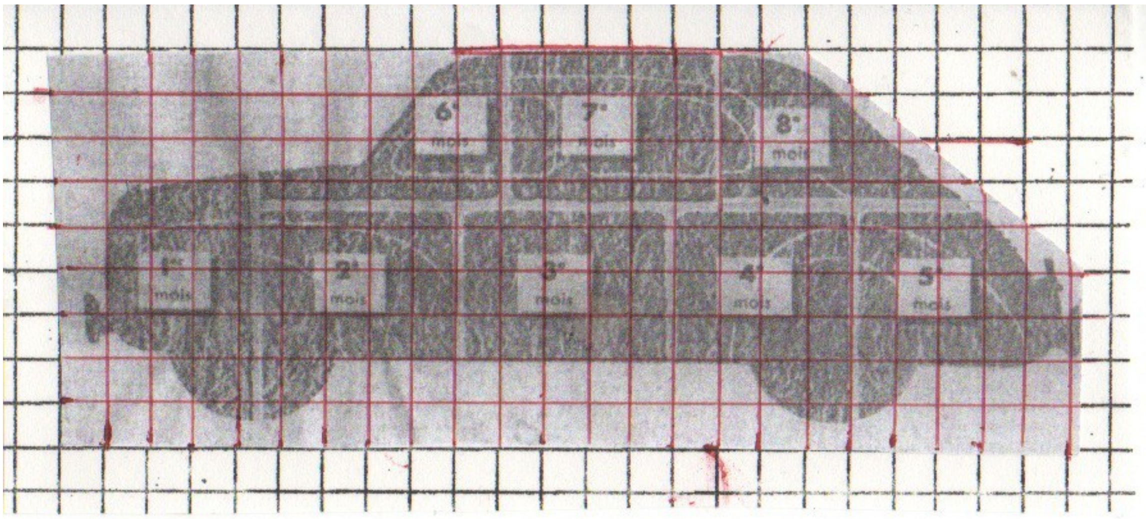
Nous pouvons considérer que les futurs acheteurs étaient attentifs à des <u>mensualisations égales</u> pendant ces huit mois.

Une première idée

Rétablir la silhouette générale de la voiture en collant à sa place la partie correspondant au huitième mois.



Coller l'image sur un quadrillage et prolonger les traits du quadrillage au travers du dessin.



Au demi-carreau ou au quart de carreau près, une valeur approchée de l'aire de la silhouette peut être trouvée, rendant possibles les rectifications nécessaires (la part correspondant au sixième mois attire particulièrement le regard et est sans doute celle qui a le plus besoin d'être rectifiée).

GeoGebra pourrait-il faire la même chose sur l'écran d'un ordinateur ?

retour au sommaire

Autre démarche

Découper minutieusement les 8 morceaux (en supprimant les espaces entre eux) : on constate (c'est visible à l'œil nu) que la plus petite pièce est le n°6 et la plus grande le n°2.

Pour connaitre la « taille » de ces 8 morceaux, pesons-les avec une balance de précision (au mg, merci aux profs de SVT du Lycée Loritz). Les résultats sont dans le tableau ci-dessous (les trois premières colonnes).

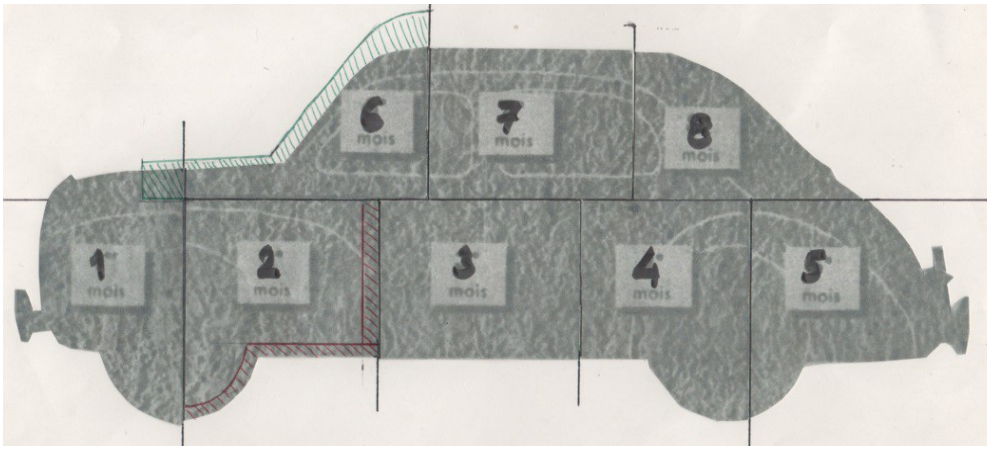
			Coeff. Multiplicateurs	
N° pièce	Masse (mg)	Pourcentage	Aires	Longueurs
N°1	230,2	12,76%	0,9794	0,9897
N°2	264,4	14,66%	0,8527	0,9234
N°3	249,5	13,83%	0,9037	0,9506
N°4	250,0	13,86%	0,9019	0,9497
N°5	250,6	13,89%	0,8997	0,9485
N°6	150,6	8,35%	1,4971	1,2236
N°7	239,9	13,30%	0,9398	0,9694
N°8	168,5	9,34%	1,3381	1,1567
Total	1803,7	100,00%		
Moyenne	225,5	12,50%		

N.B. On a utilisé une feuille au grammage de 110g/m² ; cette donnée permet de retrouver les aires.

Nous avons ensuite « reconstitué » la silhouette de la 4 CV en recollant ces morceaux sur une feuille de papier (les limites sont en noir sur l'image ci-dessous).

Mais comment faire un redécoupage de cette image en 8 morceaux de même aire ?

Prenons par exemple le morceau n°2 (le plus grand) : il faut multiplier son aire par 0,8527 pour qu'elle soit égale à 1/8 (12,5%) du total ; et comme les aires sont proportionnelles aux carrés des longueurs, il faut multiplier celles-ci par $\sqrt{0,8527}$, soit 0,9234. De même pour le n°6 (le plus petit) : il faudra multiplier ses dimensions par 1,2236. Ces coefficients multiplicateurs sont calculés dans le tableau ci-dessus (colonnes de droite).



Sur l'image ci-contre, nous avons effectué le « recalibrage » de ces deux morceaux, en hachurant en rouge ce qu'il faudrait retrancher au n°2 et en vert ce qu'il faudrait ajouter au n°6. Et nous nous rendons compte que, si on continuait ainsi, les morceaux ne pourraient plus s'agencer pour former la silhouette de la 4CV.

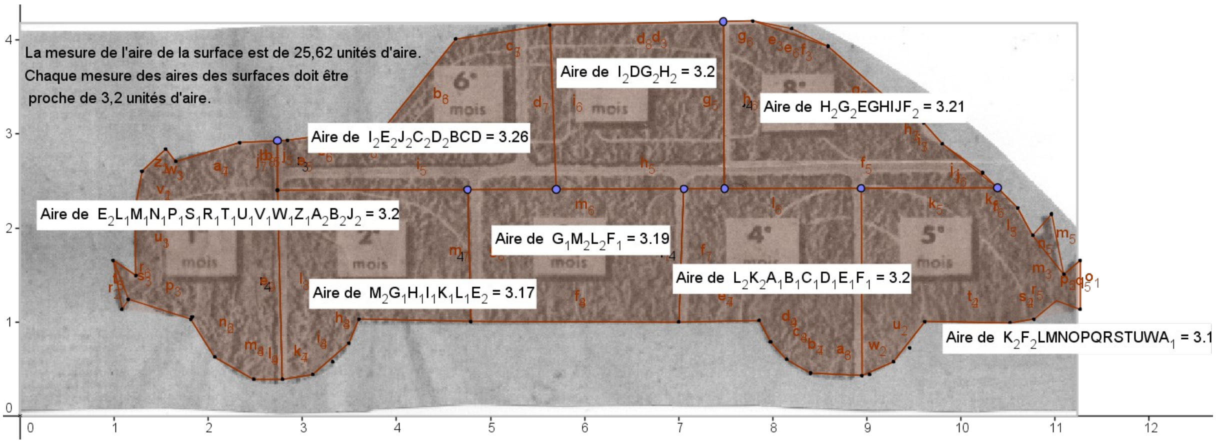
Le défi qui était proposé dans le dernier Petit Vert, « *Comment imaginer un découpage en 8 parties de même aire de cette silhouette ?* » s'avère finalement difficile à relever.

Nous vous proposons une piste : commencer par la partie n°1, et la mettre à l'échelle (en multipliant ses dimensions par 0,9897, c'est-à-dire en la laissant pratiquement telle quelle). Ensuite, déterminer la position de la droite horizontale qui séparera d'une part les morceaux n°2,3,4,5 et d'autre part les morceaux 6,7,8 de sorte que la somme des trois du dessus soit égale aux trois quarts de la somme des quatre du dessous. Retracer la silhouette obtenue (en laissant le n°1 en place), et recalculer au fur et à mesure tous les morceaux de façon qu'ils s'ajustent bien (ce qui modifiera leur forme par rapport à la publicité initiale). Bon courage !!!

retour au sommaire

Autre proposition, en utilisant GeoGebra

Nous insérons l'image de la silhouette dans un repère, et nous marquons son contour avec un nombre suffisant de points pour que le polygone qui les joint soit le plus proche possible du contour de la 4CV. En tentant de s'approcher du découpage initial, et en procédant par « tatonnements », on obtient le découpage suivant.

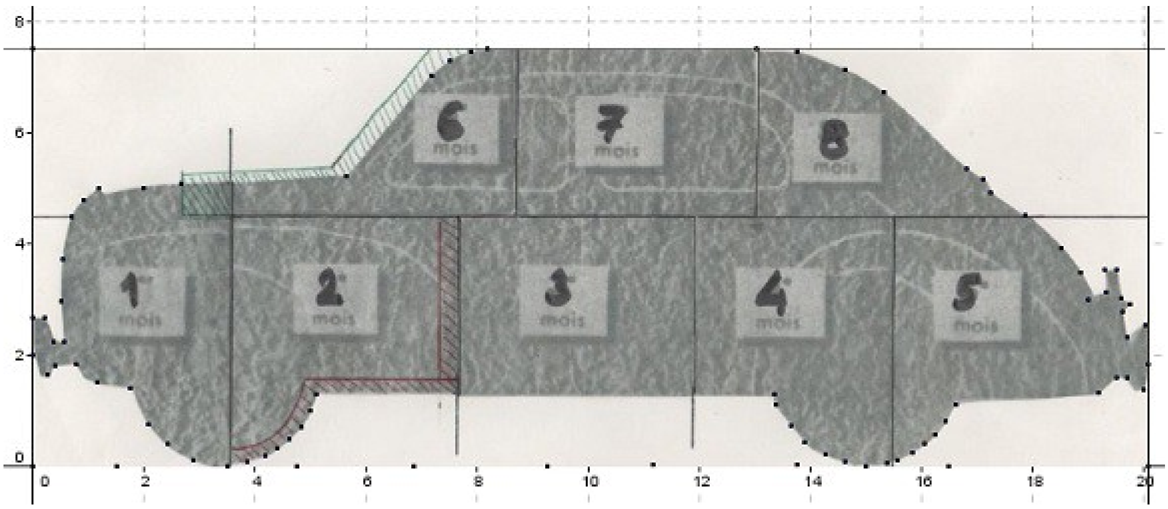


(Pour plus de lisibilité, nous avons effacé les noms des points délimitant le contour)

Une autre vision des choses

Revenons à l'énoncé initial : « *Comment imaginer un découpage en 8 parties de même aire de cette silhouette ?* ». Rien ne nous dit que nous devions prendre comme modèle le découpage proposé par l'Est Républicain. Il y a peut-être plus simple : par exemple partager la 4CV en 8 « tranches verticales » de même aire.

Pour cela, nous allons encore appeler GeoGebra à l'aide : nous joignons tous les points pour former un polygone, dont nous demandons à GeoGebra de calculer l'aire totale.



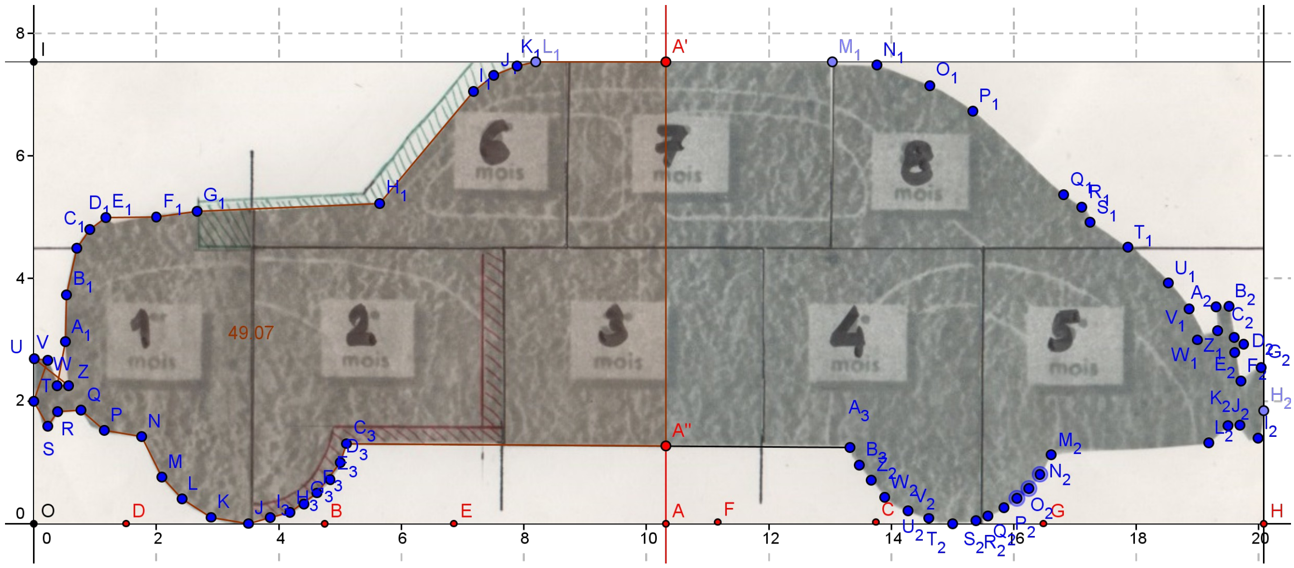
(Sur cette image, nous n'avons pas nommé les points délimitant le contour, pour plus de lisibilité)

Sur l'axe des abscisses, nous allons placer les points A, B, C, D, E, F, G (pour l'instant positionnés de façon très approximative) qui nous serviront à construire notre découpage en 8 bandes.

Commençons par le point A : la perpendiculaire en A à l'axe des abscisses coupe la silhouette de la voiture en A' et A", qui nous permettent d'obtenir un nouveau polygone A"C_3D_3...L_1A'. Nous déplaçons alors le point A jusqu'à ce que l'aire de ce polygone soit égale (compte tenu de la précision de GeoGebra) à la moitié de l'aire totale calculée précédemment. Notre 4CV est désormais coupée en deux parties de même aire[3].

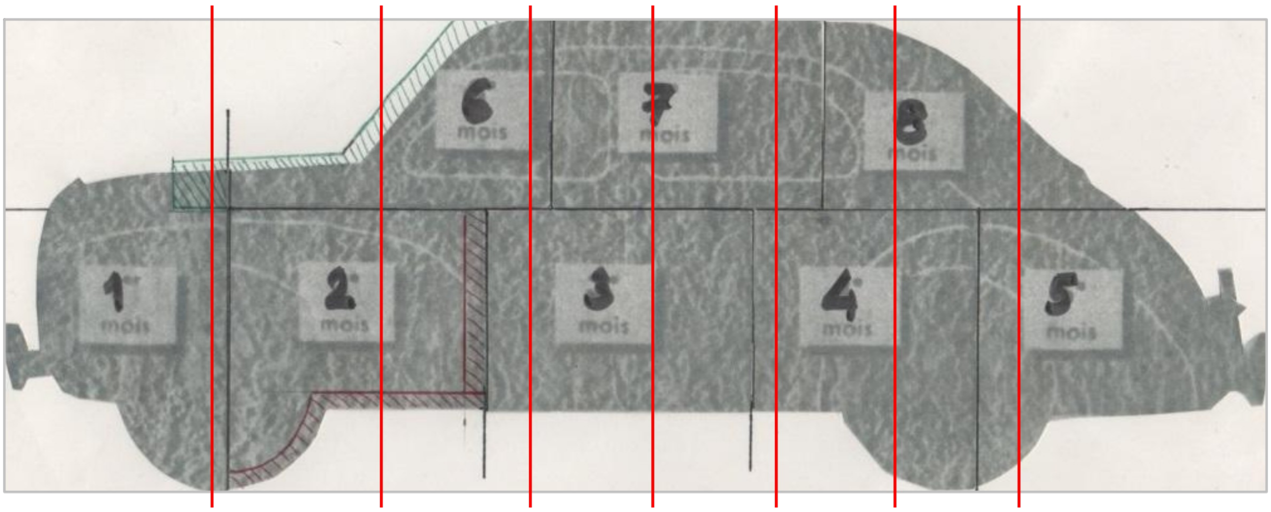
[3] Contrairement à ce que certains insinuent, couper une 4CV en deux ne donne pas deux 2CV !

retour au sommaire



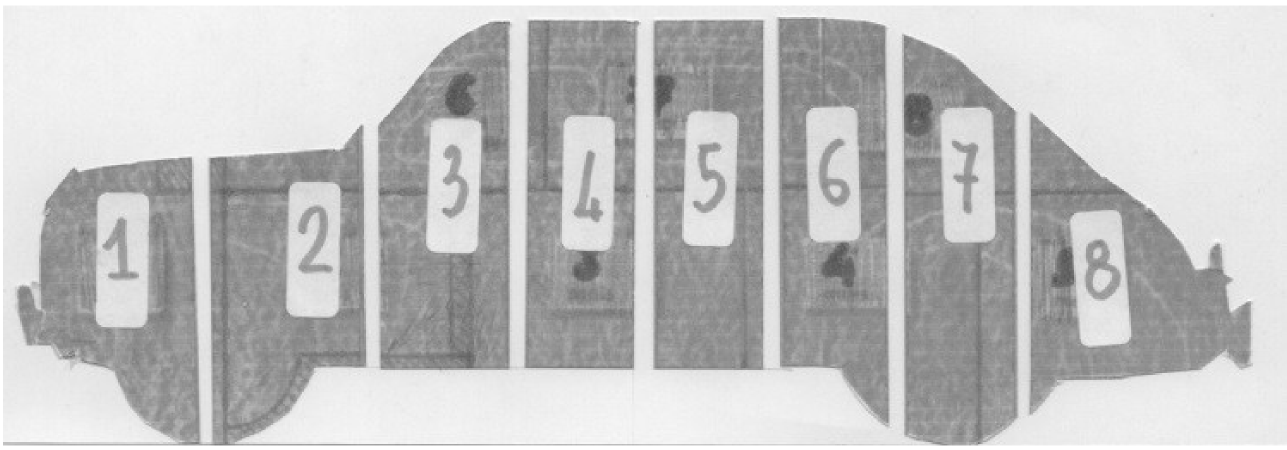
Reste à déterminer, de la même façon, la position de B entre O et A, de C entre A et H (on aura ainsi quatre quarts), puis de D entre O et B, etc.

Finalement, après quelques difficultés pour obtenir les points où les verticales cherchées coupent la frontière de la silhouette lorsqu'il y a des « arrondis » comme les roues, voici le résultat :



(veuillez excuser l'auteur de ces dessins, mais il a pris comme image de fond celle où figuraient les hachures rouges et vertes évoquées plus haut, et n'a pas eu le courage de recommencer son travail)

Et voici ce que l'Est Républicain aurait pu proposer, avec les huit parts égales correspondant aux huit mensualités égales.



A vous de choisir votre méthode... Étude cosignée par François, Walter et Jacques.

retour au sommaire

DÉFI COLLÈGE n° 122

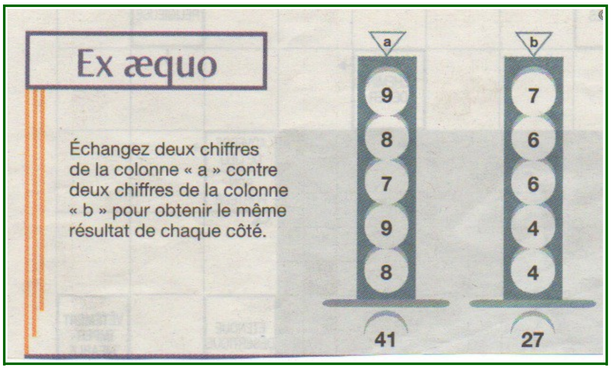
Voici une image du tableau de Gary Andrew Clarke, intitulé « The four corners ».
Voir : http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32449706312/title-untitled-date-23rd-june-2012

Il s'agit de ***reproduire cette image***, soit à l'aide de la règle et du compas, soit à l'aide d'un logiciel de géométrie.
Vous devez décrire votre protocole de construction, en précisant les hypothèses que vous avez faites.
Dans un premier temps, vous pouvez vous contenter des tracés des segments et du cercle.
Dans un second temps, si vous avez utilisé un logiciel, expliquez comment vous procédez pour colorier les cinq formes présentes sur cette image.

Envoyez vos propositions, par l'intermédiaire de votre professeur, à jacverdier@orange.fr, en y joignant le descriptif de votre protocole et les images obtenues.

MATHS ET JEUX

Ex æquo



Ce petit jeu numérique est proposé chaque semaine dans « Est Magazine », le supplément dominical de l'« Est Républicain » et de « Vosges Matin ».
Celui ci-contre a été proposé le 8 février 2015.

Comme bien souvent, hélas, « chiffre » devrait être remplacé par « nombre » dans l'énoncé, les médias peinant encore à concevoir des nombres à un chiffre. Il n'est pas précisé que les nombres 41 et 27 sont les sommes des nombres de chaque colonne, le lecteur d'« Est Magazine » le devinera.

Deux nombres de la colonne « a » doivent être échangés contre deux nombres de la colonne « b ». Il n'est pas question d'explorer tous les cas possibles.

Le total de chaque colonne sera (41 + 27) / 2, c'est à dire 34. La somme de la colonne de gauche sera donc diminuée de 7 et celle de la colonne de droite augmentée de 7. Il faut chercher deux couples qui fournissent cet écart total de 7. (8,6) et (9,4) conviennent, (9,7) et (9,4) également. Ce deuxième couple n'a pas été indiqué dans la solution proposée et n'a peut être pas été repéré par le créateur du jeu.

Avec des élèves

Réaliser de nouveaux jeux pour des échanges entre élèves ou entre classes.

Combien d'essais tenter pour explorer tous les cas possibles évoqués précédemment ?

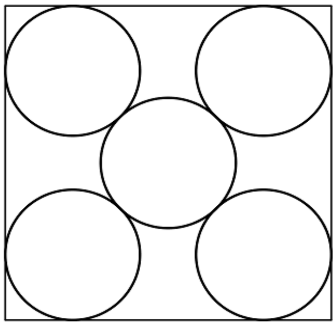
Comment s'assurer du nombre de solutions du jeu ?

L'écart entre les sommes obtenues au bas de chaque colonne est-il toujours un nombre pair ?

retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI LYCÉE n°121

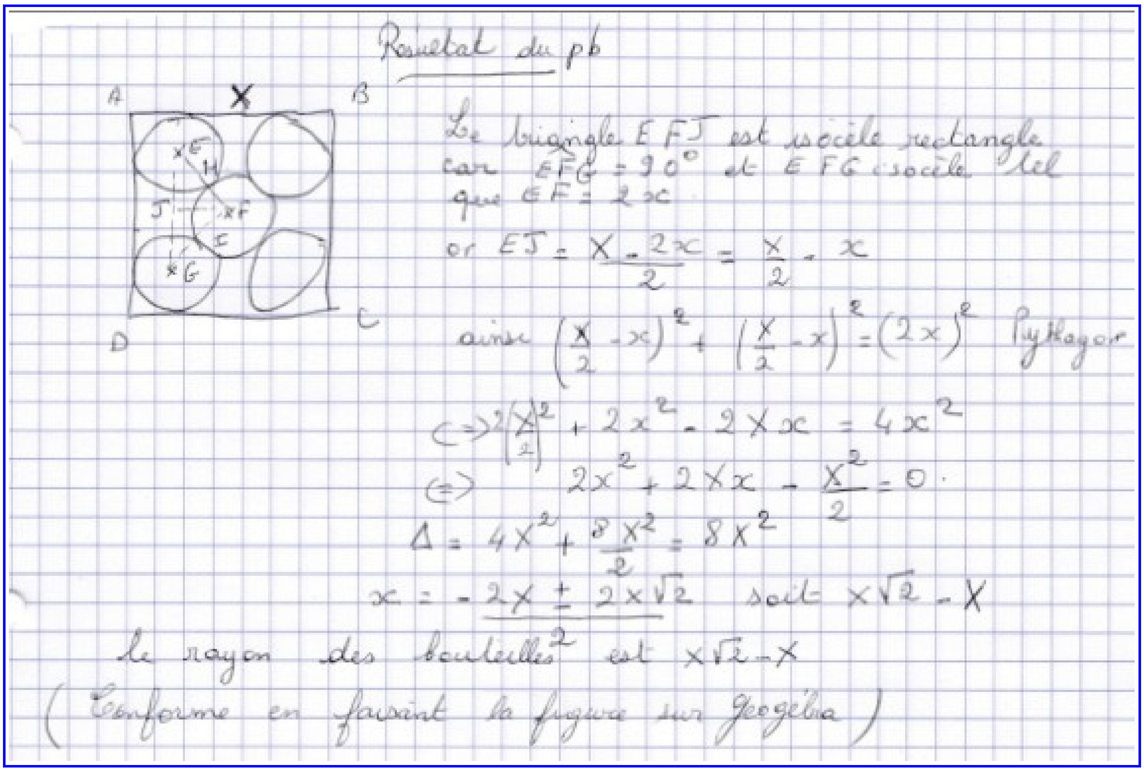
Rappel de l'énoncé : Dans une caisse carrée de 20 cm de côté, on a disposé cinq bouteilles identiques qui rentrent « juste » dans la caisse, comme le montre la figure ci-contre.



Quel est le diamètre de ces bouteilles ?

Vous pouvez généraliser le problème en prenant un carré de x cm de côté...

Une collègue nous a envoyé la solution proposée par un élève de 1ère S.



Résultat du pb

Le triangle EFJ est isocèle rectangle car $EFG = 90°$ et EFG isocèle tel que $EF = 2x$

or $EJ = \frac{X - 2x}{2} = \frac{X}{2} - x$

ainsi $\left(\frac{X}{2} - x\right)^2 + \left(\frac{X}{2} - x\right)^2 = (2x)^2$ Pythagore

$\Leftrightarrow 2\left(\frac{X}{2}\right)^2 + 2x^2 - 2Xx = 4x^2$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 2Xx - \frac{X^2}{2} = 0.$

$\Delta = 4X^2 + \frac{8X^2}{2} = 8X^2$

$x = \frac{-2X \pm 2X\sqrt{2}}{2}$ soit $X\sqrt{2} - X$

le rayon des bouteilles est $X\sqrt{2} - X$

(Conforme en faisant la figure sur Geogebra)

L'image scannnée envoyée étant peu lisible, nous reproduisons ci-dessous ses calculs.

Les triangle EFJ est isocèle rectangle car l'angle EFG vaut 90° et EFG isocèle tel que EF = 2x

Or $EJ = \frac{X-2x}{2} = \frac{X}{2} - x$ *. Ainsi* $\left(\frac{X}{2}+x\right)^2 + \left(\frac{X}{2}+x\right)^2 = (2x)^2$ *(Pythagore).*

Ce qui équivaut à $2\left(\frac{X}{2}\right)^2 + 2x^2 - 2Xx = 4x^2$ *, soit* $2x^2 + 2Xx - \frac{X^2}{2} = 0$. $\Delta = 4X^2 + \frac{8X^2}{2} = 8X^2$

$x = \frac{-2X \pm 2X\sqrt{2}}{2}$ *soit* $x = X\sqrt{2} - X$ *. Le rayon des bouteilles est* $X\sqrt{2} - X$

(conforme en faisant la figure sur GeoGebra).

N.B. Pour une caisse de 20 cm de côté, cela donne un diamètre d'environ 8,3 cm pour les bouteilles. Ce qui correspond à des bouteilles de champagne (à boire avec modération)...

retour au sommaire

DÉFI LYCÉE n° 122

Petit problème de probas

1. J'imagine un tournoi par élimination directe entre 3 joueurs A, B et C.

En s'appuyant sur les statistiques des matchs précédents, nous supposerons que :

- Quand A joue contre B, A gagne avec une probabilité de 0,75 ;
- Quand B joue contre C, B gagne avec une probabilité de 0,65 ;
- Quand C joue contre A, C gagne avec une probabilité de 0,55.

(on est dans la situation du paradoxe de Condorcet).
Le tournoi se déroule ainsi : deux des joueurs s'affrontent, et le gagnant joue contre le troisième joueur. Je suis l'organisateur du tournoi, et j'ai donc le choix entre trois possibilités :

- Soit je fais jouer A et B en premier, et le vainqueur rencontrera C ;
- Soit je fais jouer A et C en premier, et le vainqueur rencontrera B ;
- Soit je fais jouer B et C en premier, et le vainqueur rencontrera A.

Mais le joueur C est mon chouchou, et je ne suis pas impartial. Comment vais-je organiser mon tournoi pour favoriser C ?

2. Compliquons un peu…

J'invite un quatrième joueur, D.
Les statistiques concernant A, B et C de la première partie ne sont pas modifiées.
On ajoute les données suivantes : A gagne contre D avec une probabilité de 0,70 ; B gagne contre D avec une probabilité de 0,60 ; D gagne contre C avec une probabilité de 0,50 (ils ont exactement le même niveau).
Le tournoi se jouera alors ainsi :

- Soit A joue contre B et C contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;
- Soit A joue contre C et B contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;
- Soit A joue contre D et B contre C, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront.

Je suis toujours aussi impartial et je veux encore favoriser C.
Comment vais-je organiser mon tournoi ?

3. Et si on avait 8 joueurs ? 16 joueurs ? 32 …

On procèdera comme habituellement dans les tournois : un joueur sur deux est éliminé à chaque tour.
L'informatique peut-elle nous aider ?

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**

retour au sommaire