

Des *Stella Octangula* en Meuse et ailleurs

Par François DROUIN

Ces quelques pages reprennent et complètent un des billets mathématiques proposés par l'A.P.M.E.P. Lorraine à l'Est Républicain pendant la semaine des mathématiques de mars 2015.



A l'entrée de l'abbaye de **Jovilliers**, commune de **Stainville** près d'Ancerville



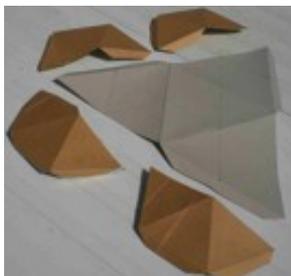
A l'entrée de l'ancien presbytère de **Stainville** près d'Ancerville



Sur un linteau de porte à **Houdelaincourt** près de Gondrecourt le Château

Dans des lieux peu éloignés l'un de l'autre, le promeneur amateur de géométrie aura le regard attiré par ces formes géométriques nommées *Stella Octangula* ou *octangles étoilés* au XVII^{ème} siècle par Kepler mais connues dès le début du XVI^{ème} siècle par Lucas Pacioli. Il se posera sans doute des questions à propos du choix d'un tel solide à l'entrée d'un bâtiment religieux. La *Stella Octangula* peut être perçue comme deux tétraèdres réguliers entrecroisés.

Une première méthode pour construire une *Stella Octangula* :



Voici de quoi construire un grand tétraèdre et quatre petits tétraèdres « non fermés » de longueur d'arête moitié de celle du grand tétraèdre.



Les petits tétraèdres sont fixés sur les faces du grand tétraèdre.



Le grand tétraèdre est assemblé, une *Stella Octangula* est construite.

Le choix de couleurs différentes pour le grand tétraèdre et les quatre petits tétraèdres « non fermés » facilite la vision des deux grands tétraèdres emboîtés.

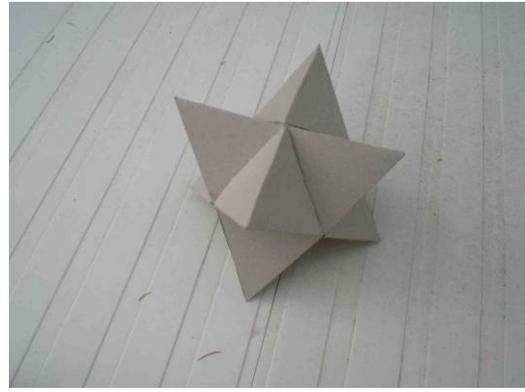
Une première méthode pour calculer le volume d'une *Stella Octangula*

La longueur de l'arête du grand tétraèdre est le double de celle d'un petit tétraèdre. Le volume du grand tétraèdre est donc égal à huit fois celui du petit tétraèdre. Quatre petits tétraèdres ont été accolés. Le volume de la *Stella Octangula* est donc égal à douze fois le volume d'un petit tétraèdre.

Une deuxième méthode pour construire une *Stella Octangula*



Un tétraèdre régulier est collé sur chacune des faces d'un octaèdre régulier de même longueur d'arête.



Les huit tétraèdres réguliers peuvent être assemblés et être collés sur l'octaèdre régulier.

L'assemblage de huit tétraèdres non fermés permet d'imaginer un développement de la *Stella Octangula*.

Une deuxième méthode pour calculer le volume d'une *Stella Octangula*

Exprimons le volume de l'octaèdre en fonction du volume d'un petit tétraèdre.

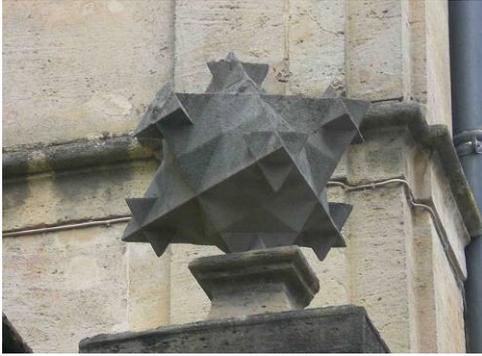


En utilisant quatre tétraèdres et un octaèdre de même longueur d'arête, les utilisateurs de notre exposition « Objets Mathématiques » savent construire un tétraèdre de dimensions doubles de celles du petit tétraèdre. Le volume du grand tétraèdre est donc égal à huit fois celui du petit tétraèdre. Le volume de l'octaèdre est donc égal à quatre fois le volume d'un petit tétraèdre.

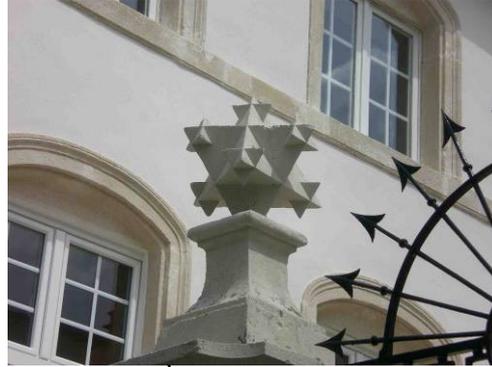
Huit petits tétraèdres ont été accolés à l'octaèdre. Le volume de la *Stella Octangula* est donc égal à douze fois le volume d'un petit tétraèdre.

.../...

Des versions fractales de la *Stella Octangula*



À Bar-le-Duc



À Saint-Mihiel



Un adhérent de la régionale A.P.M.E.P. Champagne Ardenne en a repéré une à Saint-Fugent-des-Ormes, dans l'Orne.

Une adhérente de notre régionale en a photographié une au village Saint-Paul à Paris, exposée dans la vitrine d'un « éleveur de polyèdres ».

Avec des élèves

La *Stella Octangula* n'est étudiée ni en collège ni en lycée mais peut être construite par assemblages de solides étudiés dès la classe de quatrième (l'octaèdre régulier sera obtenu par assemblage de deux pyramides à base carrée). Le volume de la *Stella Octangula* peut être abordé en classe de troisième avec l'effet de la multiplication des dimensions sur le volume du solide.

Sitographie

http://en.wikipedia.org/wiki/Stellated_octahedron À propos des *Stella Octangula*.

<http://leblogdeclaudelothier.blogspot.fr/2010/05/stellata-octaedra.html> À propos de l'assemblage de tétraèdres réguliers sur les faces d'un octogone régulier.

<http://www.maquettes-papier.net/forumenpapier/topic4780.html> La construction d'une *Stella Octangula* en papier.

<http://www.maquettes-papier.net/forumenpapier/download/file.php?id=805&sid=542b202f4ac8edf02bbd5f153a60e5e4> . Une autre construction de *Stella Octangula* en papier.

<http://www.gerscottigersicotta.fr/archives/2011/03/23/20659482.html> Des *Stella Octangula* fractales à Tillac (Gers).

<http://compagnonnage.info/blog/blogs/blog1.php/polyedres/> De nombreux exemples en lien avec le travail des compagnons tailleurs de pierre.

<http://www.compagnonnage.info/PDF/Henri-Calhiol-Octaedres-etoiles.pdf> Issue du site précédent, l'étude de Mr Henri Calhiol à propos des octaèdres étoilés et leur recensement dans le sud ouest de la France.

http://christian.thibaut.free.fr/tailleur_pierre_12.htm Un créateur de *Stella Octangula* fractales.