SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 122

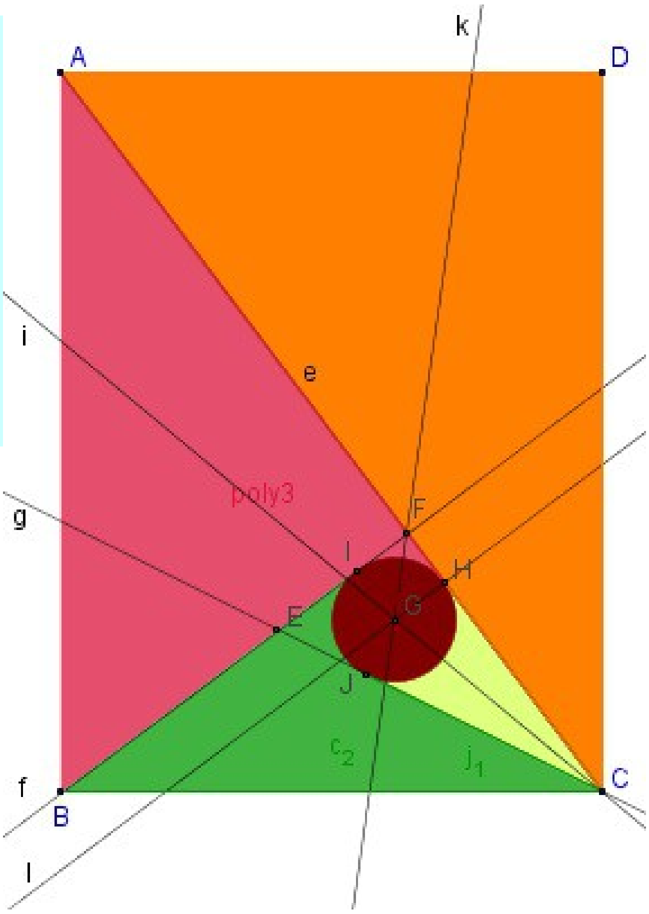
Il s'agissait de reproduire un tableau de Gary Andrew Clarke, intitulé « The four corners » *(Voir : http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32449706312/title-untitled-date-23rd-june-2012),* soit à l'aide de la règle et du compas, soit à l'aide d'un logiciel de géométrie.
Il fallait décrire le protocole de construction, en précisant les hypothèses faites.
Dans un premier temps, on pouvait se contenter des tracés des segments et du cercle. Dans un second temps, si on avait utilisé un logiciel, il fallait expliquer comment procéder pour colorier les cinq formes présentes sur cette image.
Tout d'abord il y avait un certain nombre d'hypothèses à faire.

- Le rectangle de départ était-il quelconque ? ou un rectangle de proportion 4/3 (option choisie dans la version présentée ci-dessous) ? ou un rectangle d'or (hypothèse qui pouvait être écartée, la proportion 1/1,618 environ ne correspondant pas au tableau) ? …
- Le point F était-il bien le pied de la perpendiculaire menée de B sur [AC] ?
- Le cercle devait être tangent aux droites (BF) et (CF). Mais comment déterminer le point J ? Etait-il vraiment sur la bissectrice de l'angle BCA ?

Un étude minutieuse de la figure originale laisserait à penser, par exemple, que F n'est pas tout à fait le pied de la perpendiculaire issue de B sur (AC)...
En tout état de cause, nous vous proposons la solution de Christelle Kunc (nous en avons reçu d'autres, mais pas à partir des mêmes hypothèses ; mais aucune réalisée par des élèves).

Elle a utilisé GeoGebra, en partant d'un rectangle de proportion 4/3. Voici son protocole de construction (qui permet de réaliser la construction « à l'ancienne », à la règle et au compas).

Points A(-3,5), B(-3,-7), C(6,-7) et D(6,5)
Segment e=[AC] *(longueur 15)*
Droite f perpendiculaire à (AC) issue de B
Droite g bissectrice de l'angle BCA
Point E intersection des droites f et g
Point F intersection des droites e et f
Droite i bissectrice des droites g et e
Droite k bissectrice des droites f et e
Point G intersection des droites i et k *(ce sera le centre du cercle)*
Droite l passant par G et perpendiculaire à e
Point H intersection de E et L
Cercle p de centre G passant par H.



A partir de ce moment, la figure en « noir et blanc » est terminée.
Reste à colorier. Il faudra alors faire preuve d'astuce, GeoGebra ne permettant de colorier que des polygones ou des cercles : or il y a dans cette figure des « triangles curvilignes » (EIJ, IFH, CJH) ...

L'astuce consistera, par exemple, à colorier en vert le quadrilatère BIJC, en rouge le quadrilatère AHIB et en jaune le triangle CHJ. Le disque de centre G sera alors colorié en brun, avec une « densité de couleur » suffisante pour qu'elle « écrase » les parties à cacher des quadrilatères précédents.

Faute de place, nous ne vous décrivons pas ici la suite du protocole de Christelle, mais elle pourra vous envoyer son fichier GeoGebra.
Cependant, si vous proposez cette activité à vos élèves, merci de nous faire parvenir vos compte rendus.

retour au sommaire

En complément, nous vous proposons une « promenade » parmi des œuvres de Gary Andrew Clarke (voir pages suivantes). Cela vous inspirera peut-être pour de nouvelles activités en classe...

Défi collège : complément

Une promenade parmi des œuvres de Gary Andrew Clarke

http://garyandrewclarke.tumblr.com/

http://www.artstar.com/collections/gary-andrew-clarke nous présente Gary Andrew Clarke, artiste anglais né en 1970. Un de nos adhérents nous a signalé son travail et son site.

Nous retrouvons l'œuvre utilisée pour le « défi collège » du Petit Vert n°122. Des tangentes à un cercle attirent notre regard.

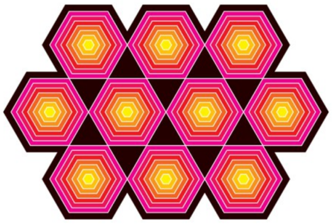
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32449706312/title-untitled-date-23rd-june-2012

http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/74359829842
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/44135287899/opened-2nd-jan-2013 . Ce ne sont pas là des « Petits L ». Des alignements ont sans doute servi à la construction.

http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32451626648/tangram-sam-muscle-man
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/35631606046/title-untitled-date-2nd-march-2009

Des Tangrams et une spirale se remarquent dans un sympathique algorithme de construction. Le nombre d'or est présent.

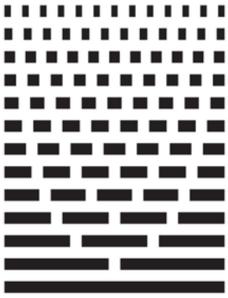
retour au sommaire

http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/76821092152
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/75955947963
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32806271999/always-ending
Des polygones réguliers ont été utilisés.

Ces deux œuvres pourront être montrées pour visualiser le théorème de Thalès. Par ailleurs, celle de droite visualise des triangles de même aire.

http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32603357403/title-untitled-date-28th-june-2012
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/32665801828/title-untitled-date-27th-december-2009

Si la largeur de l'œuvre est prise comme unité de longueur, des fractions de 1 sont visualisées. Par ailleurs, un algorithme est utilisé pour du coloriage de l'œuvre de gauche et des courbes sont visualisées dans celle de droite.

retour au sommaire

http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/44192305755/10th-feb-2012
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/34288728011/title-untitled-date-8th-november-2010
http://garyandrewclarke.tumblr.com/post/33307794356/title-untitled-date-25th-may-2011

La première œuvre peut être mise en relation avec ce qui a été évoqué en particulier dans le Petit Vert 122 à propos de la somme de carrés de nombres entiers. L'artiste a visualisé $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$.

La deuxième œuvre pourra être mise en relation avec des pavages arabo musulmans que nos brochures « Maths et Arts » ont commencé à aborder. La troisième œuvre est à mettre en relation avec « Arithmetic Composition » de Théo Van Doesburg évoquée et étudiée dans le Petit Vert n°111 (septembre 2012) http://paintingdb.com/s/10221/ .

Avec des élèves

Ces propositions donneront peut être envie d'introduire certaines de ces œuvres lors d'études de contenus mathématiques. N'hésitez pas à nous faire parvenir ce que vous avez mis en place avec vos élèves (contact@apmeplorraine.fr) et n'oubliez pas de scanner certains de leurs travaux : les relations « Maths et Arts » peuvent enrichir ce qui est enseigné dans les classes.

Par ailleurs, en 2015, les projets de programmes pour le Cycle 4 évoquent « *Utiliser un logiciel de géométrie dynamique, notamment pour transformer une figure par translation, symétrie, rotation, homothétie* ». Le site de Gary Andrew Clarke présente de nombreuses occasions de mettre œuvre ces exemples d'activités et ne nous interdit pas l'usage des instruments traditionnels.

François DROUIN

Le tricolore et Pierre Bellemare, suite

Suite à l'article publié dans le Petit Vert de juin dernier, article que nous avions envoyé à P. Bellemare, ce dernier nous a répondu par courriel.

Bonsoir

J'ai bien reçu votre lettre et j'ai lu l'article que vous avez consacré au tricolore. A ce propos j'ai eu une étrange sensation : j'entrai dans un univers inconnu sans avoir le moindre souvenir de ma participation à cette aventure. Ensuite vous êtes passé au domaine mathématique qui m'est également totalement étranger. J'ai finalement passé un bon moment dans l'inconnu. Merci et au plaisir de vous combler par mon ignorance.

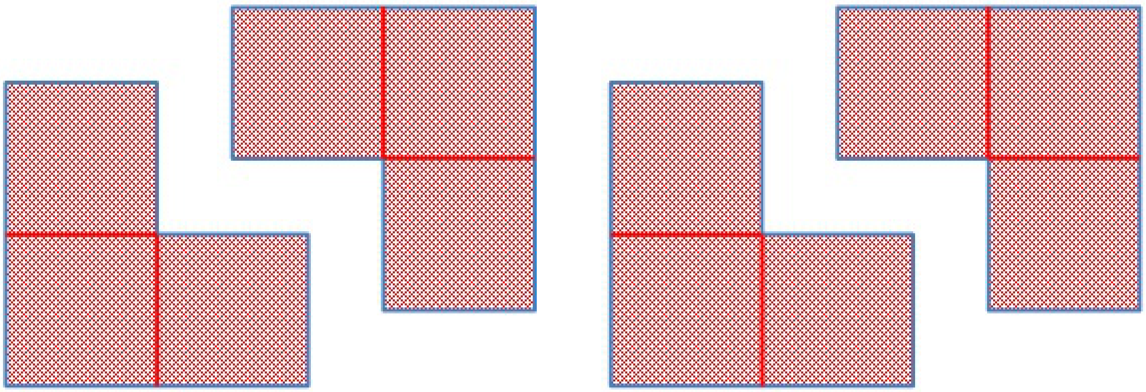
Pierre Bellemare Radio Television

retour au sommaire

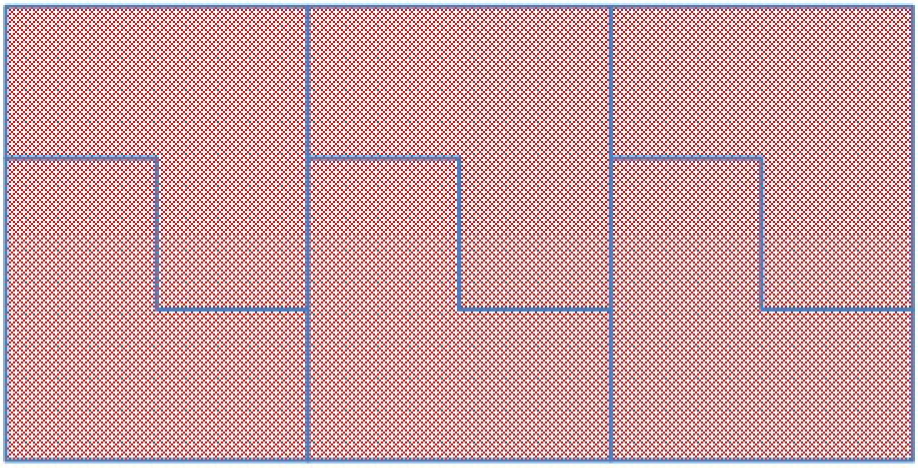
DÉFI COLLÈGE n° 123

Rectangles et « Petits L »

Tu disposes de nombreux « Petits L » semblables à ceux dessinés ci-dessous.



Six « Petits L » permettent la réalisation d'un rectangle dans lequel sont visibles trois rectangles 3x2 formés de deux pièces assemblées (image ci-dessous).



En assemblant des « Petits L », est-il possible de construire un rectangle dans lequel ne sera visible aucun rectangle 3x2 formé de deux pièces assemblées ?

A propos des « Petits L », voir également le défi lycée et le problème dans ce même numéro.

Envoyez vos propositions de solution à contact@apmeplorraine.fr. Merci.

retour au sommaire

SOLUTION DU DÉFI LYCÉE n°122

Petit problème de probas

1. *J'imagine un tournoi par élimination directe entre 3 joueurs A, B et C.*

En s'appuyant sur les statistiques des matchs précédents, nous supposerons que :

- *Quand A joue contre B, A gagne avec une probabilité de 0,75 ;*
- *Quand B joue contre C, B gagne avec une probabilité de 0,65 ;*
- *Quand C joue contre A, C gagne avec une probabilité de 0,55.*

(on est dans la situation du paradoxe de Condorcet).

Le tournoi se déroule ainsi : deux des joueurs s'affrontent, et le gagnant joue contre le troisième joueur. Je suis l'organisateur du tournoi, et j'ai donc le choix entre trois possibilités :

- *Soit je fais jouer A et B en premier, et le vainqueur rencontrera C ;*
- *Soit je fais jouer A et C en premier, et le vainqueur rencontrera B ;*
- *Soit je fais jouer B et C en premier, et le vainqueur rencontrera A.*

Mais le joueur C est mon chouchou, et je ne suis pas impartial. Comment vais-je organiser mon tournoi pour favoriser C ?

Il n'y a même pas besoin de faire de calculs, il est « évident » que C a intérêt à rencontrer A au second tour. Il faut donc faire jouer d'abord A contre B.

Cependant, on pourrait résoudre ce problème en construisant les trois arbres de probabilités correspondant aux trois scénarios possibles. On constaterait sur ces arbres que :
- si le tournoi débute par A contre B, C gagne la finale avec une probabilité de 0,5 ;
- si le tournoi débute par A contre C, C gagne la finale avec une probabilité de 0,1925 ;
- si le tournoi débute par B contre C, C gagne la finale avec une probabilité de 0,1925.
Il faut donc bien commencer par A contre B, qui donne le plus de chances à C.

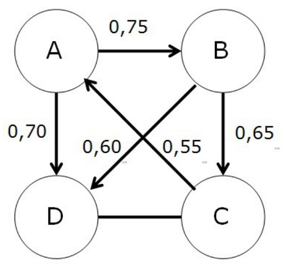
2. Compliquons un peu…

J'invite un quatrième joueur, D.
Les statistiques concernant A, B et C de la première partie ne sont pas modifiées.
On ajoute les données suivantes : A gagne contre D avec une probabilité de 0,70 ; B gagne contre D avec une probabilité de 0,60 ; D gagne contre C avec une probabilité de 0,50 (ils ont exactement le même niveau).
Le tournoi se jouera alors ainsi :

- *soit A joue contre B et C contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;*
- *soit A joue contre C et B contre D, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront ;*
- *soit A joue contre D et B contre C, et les vainqueurs de ce premier tour s'affronteront.*

Je suis toujours aussi impartial et je veux encore favoriser C. Comment vais-je organiser mon tournoi ?

Là encore, il faut que la finale oppose A à C si on veut favoriser C. Il faut donc que A gagne le premier match. Et on aura tout intérêt à commencer encore par les matchs A contre B et C contre D.
Là encore, ou pourrait représenter toutes les possibilités par des arbres, mais la situation se complique... L'utilisation du petit schéma ci-contre, indiquant les probabilités de victoires entre les joueurs, peut aider au raisonnement.



3. Et si on avait 8 joueurs ? 16 joueurs ? 32 …

On procèdera comme habituellement dans les tournois : un joueur sur deux est éliminé à chaque tour. L'informatique peut-elle nous aider ?

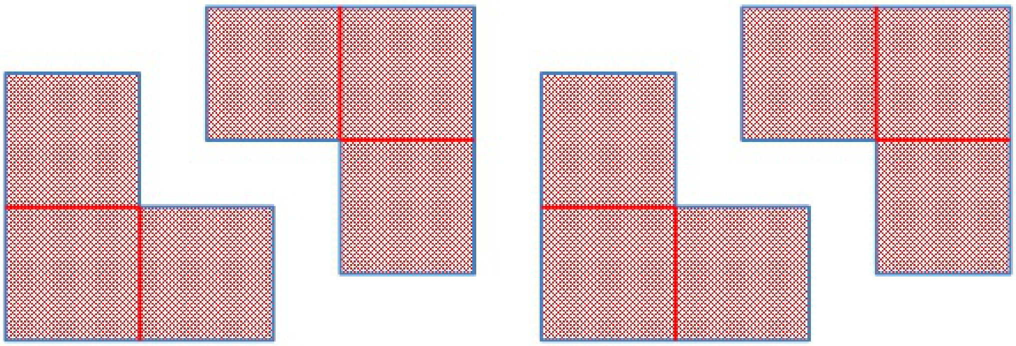
Nous sommes à la recherche d'un « programmeur » de bonne volonté qui pourrait nous soumettre un algorithme...

retour au sommaire

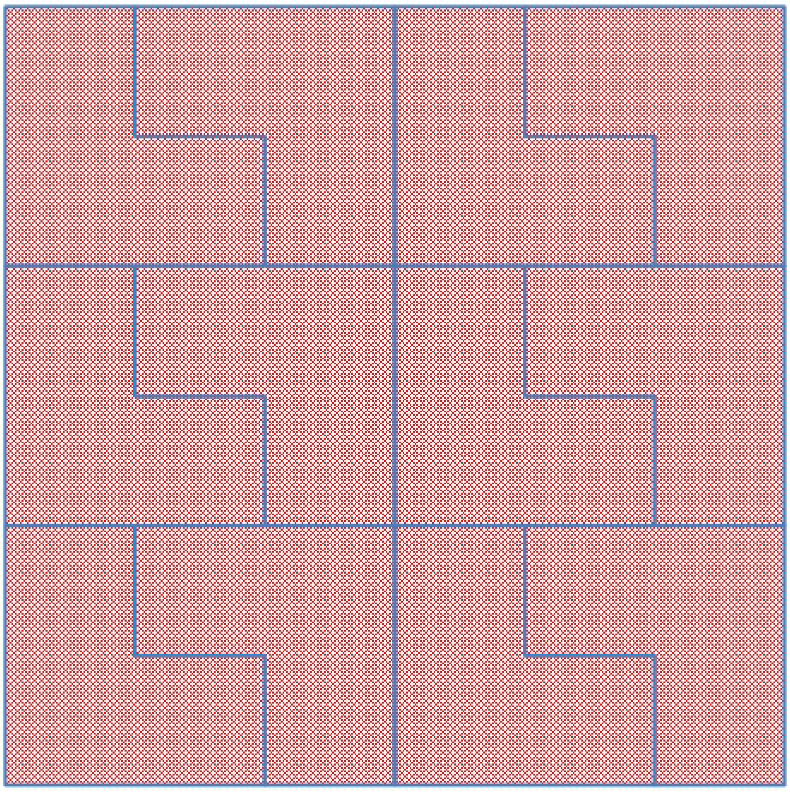
DÉFI LYCÉE n° 123

Carrés et « Petits L »

Tu disposes de nombreux « Petits L » semblables à ceux dessinés ci-dessous.



Ce carré 6x6 est aisément recouvert avec douze « Petits L » :



Comment caractériser les carrés recouvrables par des « Petits L » ?

A propos des « Petits L », voir également le défi collège et le problème dans ce même numéro.

Envoyez vos propositions de solution à contact@apmeplorraine.fr. Merci.

Envoyez toute proposition de solution de vos élèves, ainsi que toute proposition de nouveau défi, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr . **Merci.**