

DANS NOS CLASSES RÉALITÉ ou FICTION ?

DHG et Surbooking

*Par Abdellatif Kbida,
Lycée Bichat, Lunéville*

Les gestionnaires du rectorat décident chaque année quel sera le volume horaire qu'ils débloquent pour chaque établissement scolaire. Pour cela, ils doivent prévoir et anticiper au plus juste le flux d'élèves et décider du nombre de classes à ouvrir.

Un lycée B recrute des élèves de seconde sur un ensemble de collèges de son bassin. Il y a potentiellement 330 élèves de troisième qui seraient scolarisés en classe de seconde à la rentrée prochaine.

Cependant au fil des années on a remarqué que pour diverses raisons (déménagement, redoublement, accident de la vie, etc.), un élève de troisième prévu s'inscrit effectivement dans ce lycée avec une probabilité de 94 %.

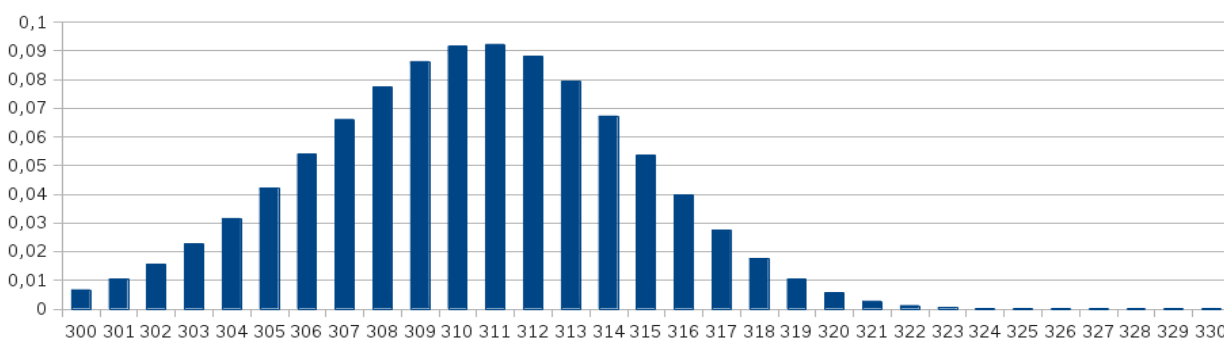
Soit X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'élèves qui s'inscrivent dans ce lycée.

1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Le rectorat décide d'ouvrir 9 classes de seconde à 35 élèves soit une prévision de 315 élèves. Il pratique ce que l'on appelle du « surbooking ».
 - a) Calculer la probabilité qu'au plus 315 élèves s'inscrivent.
 - b) En déduire la probabilité qu'il y ait effectivement du surbooking à la rentrée prochaine.
3. L'ouverture d'une dixième classe est un surcouteur que les gestionnaires souhaitent éviter. On pense que dépasser de un élève les 35 élèves par classe ne nécessite pas l'ouverture d'une dixième classe. Quel est le risque d'ouvrir une dixième classe selon ce critère ? Doit-on prévoir l'ouverture d'une dixième classe ?

Réponses

1. La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $B(330, 94\%)$:
 - X comptabilise le nombre d'élèves s'inscrivant en classe de seconde ;
 - deux issues contraires, l'élève de troisième s'inscrit ou pas $p = 94\%$ et $q = 6\%$;
 - on répète 330 fois la même expérience aléatoire ;
 - les expériences sont indépendantes.

Pour tout entier k compris en 0 et 330 on a $P(X = k) = \binom{330}{k} \times 0,94^k \times 0,06^{330-k}$



2. a) On calcule $P(X \leq 315) = \sum_{i=0}^{315} P(X = i)$ à l'aide d'un tableur par exemple,

on obtient $P(X \leq 315) \approx 0,8944$ (on pourrait aussi approcher cette loi binomiale par une loi normale $m = 330 \times 0,94 = 310,2$ et $\sigma = \sqrt{n p (1-p)} \approx 4,31$).

- b) Il y a surbooking dès qu'on a un nombre d'élèves strictement supérieur à 315 soit

$P(X > 315) = 1 - P(X \leq 315) \approx 0,1056$: on a approximativement 10,56 % de risque qu'il y ait du surbooking.

3. On sera obligé d'ouvrir une classe supplémentaire si on a $1 \times 9 + 1 = 10$ élèves en plus, soit

$P(X \geq 325) \approx 0,000058786 \approx 0,006\%$. Le risque de devoir ouvrir une dixième classe est extrêmement faible, on maintient le nombre de classes de seconde de ce lycée à 9.