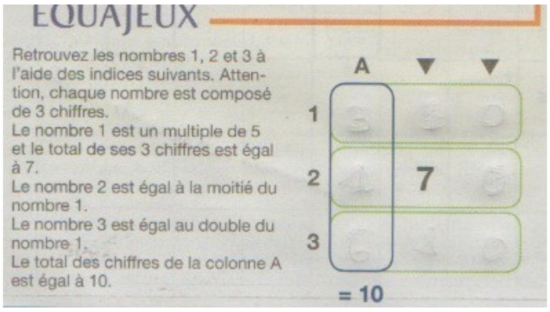
DANS NOS CLASSES

ÉQUAJEUX

Anne-Claire DALSTEIN, François DROUIN, Michel RUIBA

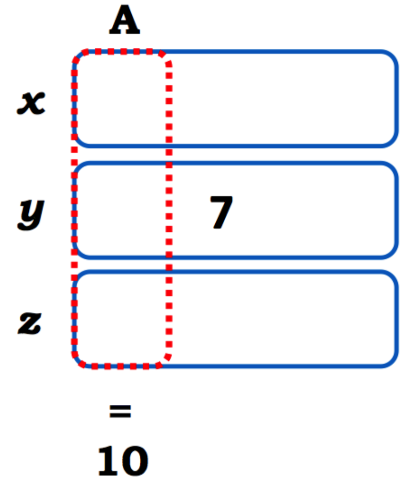
Depuis début septembre 2013, chaque supplément du week-end de l'Est Républicain propose un petit jeu numérique nommé « EQUAJEUX ». Voici le premier de la série.


EQUAJEUX

Retrouvez les nombres 1, 2 et 3 à l'aide des indices suivants. Attention, chaque nombre est composé de 3 chiffres.
Le nombre 1 est un multiple de 5 et le total de ses 3 chiffres est égal à 7.
Le nombre 2 est égal à la moitié du nombre 1.
Le nombre 3 est égal au double du nombre 1.
Le total des chiffres de la colonne A est égal à 10.

Ayant envie d'utiliser ce type de jeux avec des élèves ou des étudiants, nous avons décidé ne plus préciser le nom du jeu pour ne pas induire une piste de résolution et nous avons quelque peu modifié les phrases initiales.

Voici un exemple de la présentation et des formulations qui ont finalement circulé entre nous.



Retrouve les nombres *x, y, z* et A à l'aide des indices suivants :

- Chaque nombre est composé de trois chiffres.
- Le nombre x est un multiple de 5 et la somme de ses trois chiffres est 7.
- Le nombre y est la moitié du nombre x.
- Le nombre z est le double du nombre x.
- La somme des chiffres de la colonne A est égale à 10.

Au collège des Hauts de Blémont à Metz

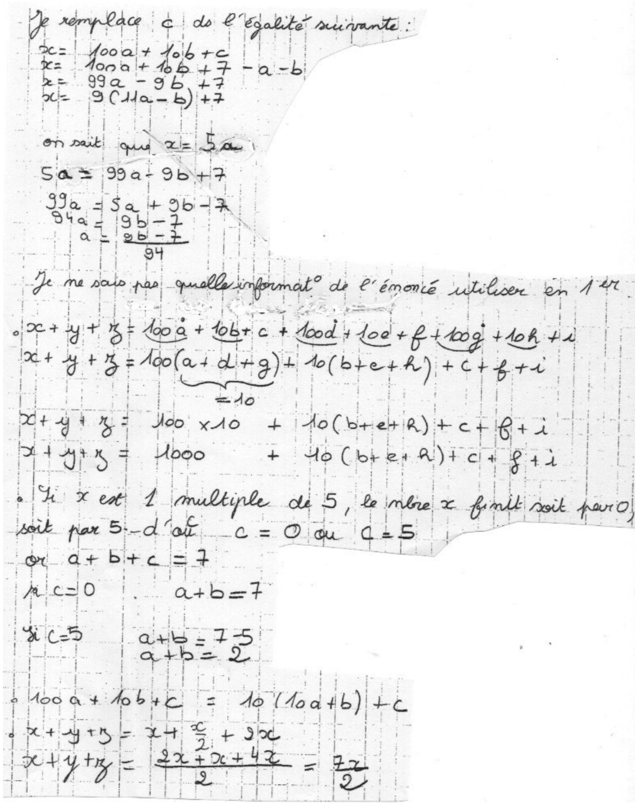
Des groupes avaient été mis en place dès la rentrée pour anticiper la mise en œuvre de l'Aide personnalisée en 6ème. Pendant que deux groupes étaient affectés au dispositif D'COL (*), deux autres groupes étaient constitués d'élèves en difficulté et deux derniers regroupaient les élèves qui se débrouillaient plutôt bien.
Deux élèves, avec peut être un peu de chance, ont trouvé en moins de dix minutes. Les autres, encouragés par ce succès, ont redoublé d'efforts, qui en faisant des essais, qui en relisant et construisant des raisonnements. Heureusement, les deux défis suivants avaient été préparés pour les plus avancés. Finalement, la moitié des binômes a résolu les trois défis. Les autres en ont résolu deux, il est malgré tout resté une élève bloquée devant l'enthousiasme de ceux qui trouvaient.
Qu'il y ait plusieurs contraintes sur les nombres ne les a pas gênés longtemps et des raisonnements plus qu'intéressants ont été entendus : « le chiffre des centaines de x ne peut pas dépasser 4 car z est le double et il faudrait un chiffre des mille », ou d'autres sur la parité de x pour en prendre la moitié. Difficile pour l'enseignant de prendre des notes lorsque les élèves échangent entre eux… Avec ces élèves, le passage à l'écrit reste difficile et n'a pas été tenté pour ne pas les bloquer dans leurs recherches.

(*) Pour en savoir plus sur le dispositif D'COL :
http://www.education.gouv.fr/cid72317/d-col-personnaliser-accompagnement-des-eleves-difficulte.html

retour au sommaire

Avec des étudiants messins en Master 1

Le premier énoncé du jeu a été également proposé à un groupe d'étudiants préparant le concours de Professeur des Écoles à l'ÉSPÉ, site de Metz-Montigny. Ils avaient déjà rencontré les décompositions canoniques des nombres entiers (1789 = 1×1000 + 7×100 + 8×10 + 9×1). Le travail leur a été présenté comme une « narration de recherche » : il leur était demandé de rédiger un écrit, même non abouti. Les recherches ont été faites individuellement.



Je remplace c ds l'égalité suivante :

$x = 100a + 10b + c$
$x = 100a + 10b + 7 - a - b$
$x = 99a - 9b + 7$
$x = 9(11a - b) + 7$

on sait que $x = 5a$

$5a = 99a - 9b + 7$
$99a = 5a + 9b - 7$
$94a = 9b - 7$
$a = \frac{9b - 7}{94}$

Je ne sais pas quelle informat° de l'énoncé utiliser en 1er

• $x + y + z = 100a + 10b + c + 100d + 10e + f + 100g + 10h + i$
$x + y + z = 100\underbrace{(a + d + g)}_{=10} + 10(b + e + h) + c + f + i$
$x + y + z = 100 \times 10 + 10(b + e + h) + c + f + i$
$x + y + z = 1000 + 10(b + e + h) + c + f + i$

• Si x est 1 multiple de 5, le nbre x finit soit par 0, soit par 5 d'où c = 0 ou c = 5

or $a + b + c = 7$

si $c = 0$. $a + b = 7$

si $c = 5$ $a + b = 7 - 5$
$a + b = 2$

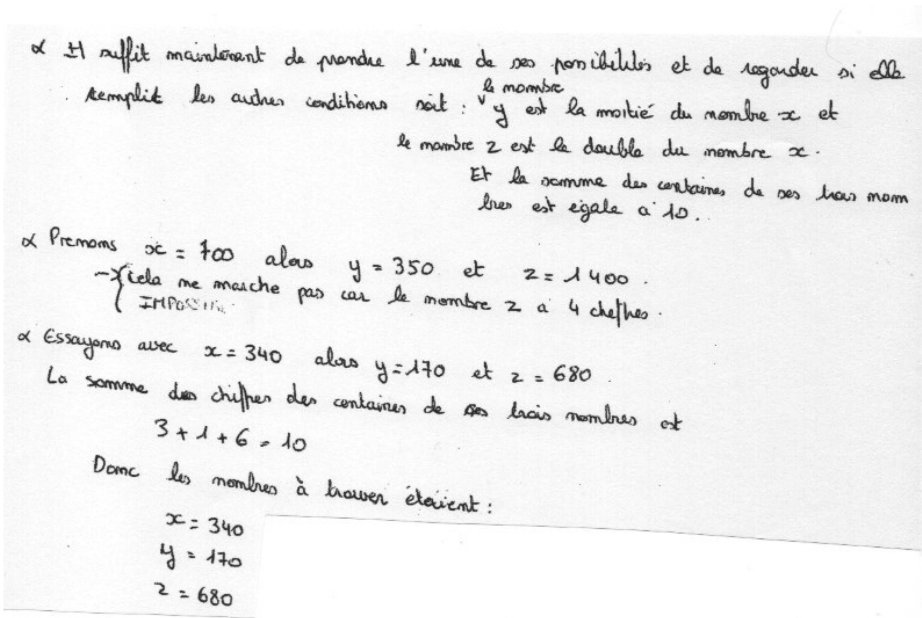
• $100a + 10b + c = 10(10a + b) + c$

• $x + y + z = x + \frac{x}{2} + 2x$
$x + y + z = \frac{2x + x + 4x}{2} = \frac{7x}{2}$

Voici quelques remarques à propos de quelques uns de leurs écrits.

Dans ce premier écrit, l'étudiant ne craint ni l'utilisation de lettres, ni la mise en œuvre du calcul algébrique. Après une série de calculs dans lesquels la lettre « *a* » représente deux nombres différents, il avoue : « je ne sais pas quelle information de l'énoncer utiliser en premier ». Cependant, il continue des calculs qui n'aboutissent pas. Il est possible que l'étudiant ait été confronté pendant sa scolarité ou pendant ses études à des propositions de solutions lui paraissant tout aussi mystérieuses que ce qu'il écrit, mais dont l'aboutissement au résultat attendu lui est paru quelque peu « miraculeux ». Peut-on espérer la reproduction de ce type de « miracle » ?

Dans ce deuxième écrit, l'étudiant a trouvé trois nombres qui répondent aux conditions de l'énoncé proposé, mais ne se pose pas la question de savoir si d'autres nombres peuvent convenir. Il n'a peut être pas souvent été confronté à des problèmes admettant plusieurs solutions et ne fait pas encore la différence entre un exemple qui illustre une problématique et le fait qu'un exemple ne m'assure pas de la résolution d'un problème mathématique. Il lui sera sans doute difficile d'admettre qu'un exemple générique pourra devenir élément de preuve : dans ce cas, ce n'est pas l'exemple qui prouve, mais la généralisation de la manière dont l'exemple fonctionne.



∝ Il suffit maintenant de prendre l'une de ses possibilités et de regarder si elle remplit les autres conditions soit : le nombre y est la moitié du nombre x et le nombre z est le double du nombre x. Et la somme des centaines de ses trois nombres est égale à 10.

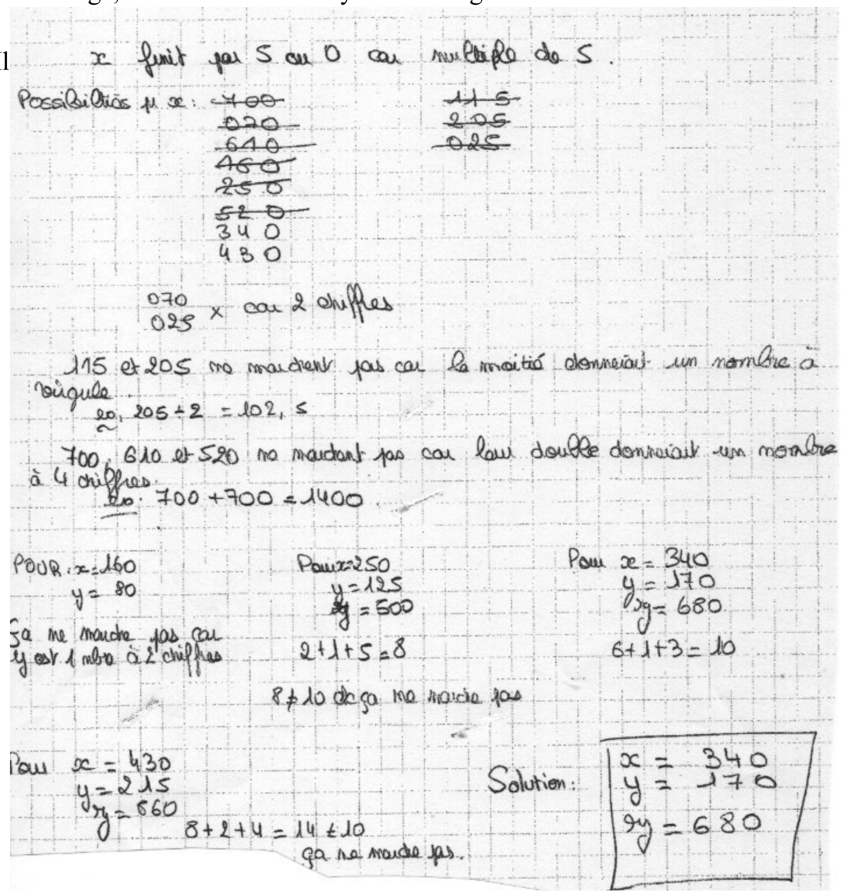
∝ Prenons $x = 700$ alors $y = 350$ et $z = 1400$.
– cela ne marche pas car le nombre z a 4 chiffres. IMPOSSIBLE

∝ Essayons avec $x = 340$ alors $y = 170$ et $z = 680$.
La somme des chiffres des centaines de ses trois nombres est
$3 + 1 + 6 = 10$
Donc les nombres à trouver étaient :
$x = 340$
$y = 170$
$z = 680$

Voici un troisième écrit qui pourra nous convaincre que la solution trouvée est l'unique solution au problème posé. La logique du dénombrement pour les possibilités de « *x* » est apparente. Nous pouvons être convaincus qu'il n'existe pas d'autres solutions. Nous pouvons également remarquer que la démarche utilisée ne fait pas appel à l'utilisation du calcul algébrique.

retour au sommaire

En collège, l'utilisation de moyens d'enregistrement des débats à l'intérieur des groupes de recherche faciliterait l'analyse des procédures envisagées. Il pourrait en être de même avec les étudiants, certains ne voulant écrire que « la solution ». Le fait de pouvoir obtenir des traces écrites facilite cependant l'analyse des modes de pensée de ceux qui sont confrontés à la résolution de tels exercices.



x finit par 5 ou 0 car multiple de 5.

Possibilités pr x : ~~700~~ ~~070~~ ~~610~~ ~~160~~ ~~250~~ ~~520~~ 340 430 ~~115~~ ~~205~~ ~~025~~

070 025 × car 2 chiffres

115 et 205 ne marchent pas car la moitié donnerait un nombre à virgule.
ex: 205 ÷ 2 = 102,5

700, 610 et 520 ne marchent pas car leur double donnerait un nombre à 4 chiffres.
ex: 700 + 700 = 1400

POUR x = 160
y = 80
ça ne marche pas car y est 1 nbre à 2 chiffres

Pour x = 250
y = 125
2y = 500
2+1+5 = 8

Pour x = 340
y = 170
2y = 680
6+1+3 = 10

8 ≠ 10 donc ça ne marche pas

Pour x = 430
y = 215
2y = 860
8+2+4 = 14 ≠ 10
ça ne marche pas.

Solution : $\boxed{x = 340 \quad y = 170 \quad 2y = 680}$

De semaine en semaine, d'autres « EQUAJEUX » sont proposés aux lecteurs de l'Est Républicain. Nous avons eu envie d'envisager autre chose que les « double » et « moitié » présents dans les jeux du journal.

x	
y	0
z	

Retrouve les nombres *x*, *y*, *z* à l'aide des indices suivants :

Chaque nombre est composé de trois chiffres.

Le nombre *x* est un multiple de 4 et la somme de ses trois chiffres est 9.

Le nombre *y* est le tiers du nombre *x*.

Le nombre *z* est le triple du nombre *x*.

Les nombres à retrouver sont 324, 108 et 972. Nous avons remarqué que dans ce cas, il n'était pas utile de donner autant d'indications que dans les propositions de l'Est Républicain.

Il est bien tentant de faire créer d'autres défis par des élèves ou des étudiants, respectant ou non le nombre et le type des consignes des jeux d'origine ; nous comptons bien nous y employer, et les lecteurs qui en créeraient, ou en feraient créer par leurs élèves, sont chaleureusement invités à nous les communiquer.
Faites-les parvenir, ainsi que d'éventuels comptes rendus des séances, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr. Nous en rendrons compte dans un prochain Petit Vert. Merci d'avance.

retour au sommaire