

LE PETIT VERT

Bulletin de la Régionale Lorraine APMEP

N° 118

JUIN 2014



Un atelier lors de notre Journée régionale du 26 mars dernier. Voir [ici](#)

www.apmeplorraine.fr

N° ISSN : 0760-9825. Dépôt légal : juin 2014. Directeur de la publication : Gilles WAEHREN.

Pour les adhérents lorrains de l'APMEP, à jour de leur cotisation, l'abonnement au Petit Vert est gratuit. Il est proposé en version électronique (PDF) à tous les adhérents. Cependant, si vous désirez recevoir une version papier (sans la couleur) par la poste, envoyez une demande en ce sens à jacverdier@orange.fr. Les adhérents qui sont mutés dans une autre académie peuvent demander de continuer à recevoir le Petit Vert quelque temps encore (version électronique PDF uniquement).

Ce numéro a été tiré à 40 exemplaires papier, imprimés au centre de reprographie de l'U.L.



" LE PETIT VERT " est le bulletin de la régionale Lorraine A.P.M.E.P.

Né en 1985, il complète les publications nationales que sont le bulletin (le 'Gros' Vert), PLOT et le BGV. Il paraît quatre fois dans l'année (mars, juin, septembre et décembre).

Son but est d'une part d'informer les adhérents lorrains sur l'action de la Régionale et sur la "vie mathématique" locale, et d'autre part de permettre les échanges entre les adhérents.

On y trouve un éditorial (généralement rédigé par un membre du Comité) et diverses annonces, les rubriques "problèmes", "dans la classe", "vu sur la toile", "maths et médias", "maths et philo", "c'était il y a 25 ans", et parfois une "étude mathématique". Il est alimenté par les contributions des uns et des autres ; chacun d'entre vous est vivement sollicité pour y écrire un article, et cet article sera le bienvenu : les propositions sont à envoyer à jacverdier@orange.fr.

Le Comité de rédaction est composé de Geneviève BOUVART, François DROUIN, Françoise JEAN, Walter NURDIN, Jacques VERDIER et Gilles WAHREN. La maquette et la mise en page sont réalisées par Christophe VALENTIN.

SOMMAIRE

ÉDITO

VIE DE L'ASSOCIATION

Les membres du comité 2014-2015
Journée Régionale du 26 mars
Comptes-rendus des commissions
Les défis de Rémi Peyre
C'était il y a 25 ans
Sortie au Vaisseau à Strasbourg
Le Rallye : bilan et résultats
Mon premier goûter

DANS NOS CLASSES

Fibonacci à l'élémentaire (Sylvie BAUD)
Triangles pythagoriciens (Valentin BUAT-MENARD)
Equa Jeux (Anne-Claire DALSTEIN, François DROUIN, Michel RUIBA)
DHG et surbooking (Abdellatif KBIDA)

ETUDE MATHEMATIQUE

100 ans d'impôt sur le revenu (Jacques VERDIER)

MATH ET PHILO

MATHS ET MÉDIA

Que de bouteilles
Les chiffres clé du BAC 2013
Elections municipales dans la campagne lorraine

VU SUR LA TOILE

RUBRIQUE PROBLEMES

Solution du Problème 117
Énoncé du Problème 118
Les défis COLLEGE et LYCEE solution 117
Les défis COLLEGE et LYCEE n°118

édito

Pourquoi j'adhère

La dernière Journée Régionale a été l'occasion de faire le point sur les motivations des participants et leur (non-)engagement dans l'association. Cette Journée recueille souvent une forte proportion d'inscrits qui ne sont pas adhérents. Aussi est-il intéressant de connaître le point de vue des uns et des autres sur l'APMEP.

Il en est ressorti que certains des non-adhérents ne découvrent les activités de l'association que lors de la Journée Régionale et demandent alors un bulletin d'adhésion : n'hésitons pas à parler de l'APMEP et de son rôle à nos collègues ! Les habitués de la Journée, quant à eux, viennent et reviennent, d'abord pour rencontrer des collègues, échanger et partager de nouveaux points de vue, enrichir leur culture mathématique et leur pratique pédagogique. Cette Journée permet de marquer une pause et reprendre son souffle dans le mouvement d'une profession exigeante, de rester formé et informé.



Nous sommes tous l'APMEP ! Les brochures, les ateliers, les rencontres sont le fruit de l'investissement de chacun. L'association a toujours souhaité que les réalisations des uns et des autres, les flux d'idées nouvelles, gardent une trace qui puissent profiter à tous. Cette dynamique repose sur le fonctionnement de chacun de ses rouages, grands ou petits.

Pour ma part, adhérer, c'est donner un sens à son activité personnelle et professionnelle. L'engagement à l'APMEP est le moyen de se reconnaître clairement dans un groupe dont nous faisons évidemment partie : celui des professeurs de mathématiques. Chacun a une vision différente de ses pratiques et c'est leur confrontation qui nous permet de ne pas avoir le sentiment de simplement « fonctionner », de ne pas s'engourdir dans certaines tâches dites « répétitives ».

Nous avons des ambitions pour notre discipline, des exigences pour notre enseignement et nous souhaitons qu'elles rencontrent la plus grande résonance, qu'elles continuent d'évoluer. L'adhésion à une association – et non une institution, même si elle est plus que centenaire – est un bon moyen de retrouver ses pairs et de diffuser nos idées, nos idéaux.

Gilles WAEHREN, Président

VIE DE LA RÉGIONALE

Les membres du Comité pour 2014/2015

Jean-Luc **BERRIEN**, retraité, jlberrien@wanadoo.fr
 Jean-Michel **BERTOLASO**, L.P. du Bâtiment, Montigny, J.Michel.Bertolaso@ac-nancy-metz.fr
 Geneviève **BOUVART**, lycée Ernest Bichat, Lunéville, gbouvard@wanadoo.fr
 Ghislaine **BURKI**, en disponibilité, tresorier@apmeplorraine.fr
 Sébastien **DANIEL**, collège Louis Armand, Petite-Rosselle, sebtaz57@wanadoo.fr
 François **DROUIN**, retraité, francois.drouin2@wanadoo.fr
 Rachel **FRANÇOIS**, école primaire de Moyen, Rachel.Francois2@ac-nancy-metz.fr
 Françoise **JEAN**, retraitée, fm.jean@orange.fr
 Laurent **MARX**, collège Les Gaudinettes, Marange-Silvange, laurent.marx@ac-nancy-metz.fr
 Pierre-Alain **MULLER** (*), lycée Nominé, Sarreguemines, pierre-alain.muller@wanadoo.fr
 Walter **NURDIN**, ESPÉ de Lorraine, site Nancy, walter.nurdin@univ-lorraine.fr
 Valérie **PALLEZ** (*), collège Jean-Mermoz, Marly, valerie.pallez@ac-nancy-metz.fr
 Michel **RUIBA** (*), collège des Hauts de Blémont, Metz, michel.ruiba@ecopains.net
 André **STEF** (*), I.E.C.N., Univ. Lorraine, Vandœuvre, Andre.Stef@univ-lorraine.fr
 Loïc **TERRIER**, lycée Henri Loritz, Nancy, loic.terrier@free.fr
 Daniel **VAGOST**, retraité, daniel.vagost@gmail.com
 Jacques **VERDIER**, retraité, jacverdier@orange.fr
 Gilles **WAEHREN**, lycée Charles Mangin, Sarrebourg, gilles.waehren@wanadoo.fr
 Céline **COURSIMAU** (jbcc@pt.lu), ancienne présidente, est "invitée permanente" du Comité.

(*) Membres élus au Comité national, donc membres de droit du Comité régional.

Les responsabilités dans la Régionale

Président	Gilles WAEHREN
Vice-président	Michel RUIBA
Président d'honneur	Jacques VERDIER
Trésorière	Ghislaine BURKI
Trésorier adjoint	Daniel VAGOST
Secrétaire	Geneviève BOUVART
Secrétaire adjoint	Sébastien DANIEL
Directeur de publication « Le Petit Vert »	Gilles WAEHREN
Responsable Commission Premier degré	Rachel FRANÇOIS
Responsable Commission Collèges	Michel RUIBA
Responsable Commission Lycées	Geneviève BOUVART
Responsable Commission Lycées Professionnels	Jean-Michel BERTOLASO
Responsable Commission Enseignement Supérieur	André STEF
Responsable Commission Formation des maitres	Walter NURDIN
Responsable Groupe Histoire	Gilles WAEHREN
Responsable Groupes "Jeux" et "Maths & Arts"	François DROUIN
Responsable Rallye	Pierre-Alain MULLER
Responsable Site Internet	Ghislaine BURKI
Responsable Comité de rédaction du Petit Vert	Jacques VERDIER
Responsable rubrique « Problèmes »	André STEF
Chargé de mission P.A.O. Petit Vert	Christophe VALENTIN
Chargé de mission Brochures	André STEF
Chargé de mission Bibliothèque	François DROUIN
Chargés de mission Exposition itinérante : Andre.Stef@univ-lorraine.fr (dép.54), pierre.agamis@wanadoo.fr (55), michel.ruiba@ecopains.net (57), baliviera.mj@isys.fr (88) et pierre-alain.muller@wanadoo.fr (langues étrangères)	
Commissaires aux comptes : Marie-Claire KONTZLER et Christophe PRÉVOT	

Le bilan d'activités et le bilan financier de l'année 2013 ont été envoyés par courriel à tous les adhérents. Ils ont été soumis au vote lors de l'Assemblée Générale du 26 mars 2014. Le premier a été adopté à l'unanimité, le second à l'unanimité moins une abstention. Ces bilans seront mis en ligne dès que le site sera opérationnel.

L'A.G. a également procédé à l'élection des membres du Comité de la Régionale (tous les candidats sont élus) et à la nomination des deux Commissaires aux comptes.

JOURNÉE RÉGIONALE DU 26 MARS

La « traditionnelle » Journée régionale des mathématiques a eu lieu le 26 mars dernier, le matin à la Faculté des sciences et technologies de Vandœuvre, l'après-midi au lycée Jacques Callot voisin. Environ 140 enseignants ou futurs enseignants de tous niveaux (de la maternelle à l'université) sont venus des quatre coins de notre région, et même d'Alsace, de Champagne, de Bourgogne, de Belgique, de Suisse ou du Luxembourg ; près de 40 %

d'entre eux n'étaient pas adhérents.

Le journée a commencé par une conférence de Rémi Peyre, enseignant à l'École des mines de Nancy, sur le thème « *Comment bien choisir un maire ?* ». Au cours de cette fort intéressante conférence, illustrée par un diaporama, Rémi Peyre a lancé au public deux « défis », dont vous trouverez la réponse quelques pages plus loin dans ce même numéro.

Après une pause café-viennoiseries très conviviale et « flânerie » autours des stands de brochures (brochures APMEP nationales et régionales, mais aussi brochures de l'IREM et de la cellule de géométrie du Hainaut en Belgique), tout le monde s'est retrouvé dans l'amphi pour débattre d'une question primordiale : « Pourquoi adhérer (ou pas) à l'APMEP ? ». Gilles Waehren, notre nouveau président, s'en fait l'écho dans son éditorial.



Après un repas pris en commun au lycée Callot, quatre commissions se sont réunies pour débattre principalement des positions et revendications de l'APMEP concernant l'enseignement



des mathématiques.

Vous trouverez leurs comptes rendus ci-après.

La Journée s'est poursuivie par deux plages d'ateliers de thèmes et de niveaux très variés, allant des puzzles arabo-musulmans méconnus à la géométrie dans l'espace avec GeoGebra, de la démarche d'investigation en Bac Pro au traitement de données probabilistes à l'école primaire, du détournement des smartphones pour en faire des outils pédagogiques aux mathématiques sous-jacentes à la compression des images... Dix-neuf ateliers étaient proposés aux participants, qui en sont ressortis enthousiastes.



Nous espérons que vous serez encore plus nombreux à la prochaine Journée (le mercredi 11 mars 2015) et que certains d'entre vous « franchiront le pas » et choisiront d'animer un atelier pour partager, avec des collègues, leurs expériences et savoir-faire.

Nos photos : Un auditoire très attentif lors de la conférence ; la pause_café ; le repas au lycée Callot ; la réunion de la commission lycée ; trois des dix-neuf ateliers.

[retour au sommaire](#)

Comptes rendus des commissions réunies le 26 mars

Commission école-collège

Responsables de la commission :

*Rachel François pour le premier degré (Rachel.Francois2@ac-nancy-metz.fr)
et Michel Ruiba pour le collège (michel.ruiba@ecopaine.net)*

Les échanges ont débuté par un **retour sur les pratiques** des trente-trois enseignants des écoles et des collèges présents, sur l'utilisation du livret de compétences pour valider le socle commun dans leurs établissements :

- Un remplissage des grilles uniquement pour les élèves en difficulté est moins rébarbatif, plus dans l'intérêt des élèves.
- 80 % des élèves validés et on regarde le reste.
- 90% sont validés. Certains élèves en difficulté ont un encart, un livret supplémentaire.
- Le chef imposait le regard sur deux élèves par classe uniquement.
- Une enseignante nous parle de quotas : deux élèves par classe au plus n'auront pas validé le socle.
- Nous n'avons pas de nouvelles du nouveau livret qui doit être édité.
- Ce qui est nouveau cette année : tout le monde est sur Place. Edu Chorus possède une partie de la validation du socle. Pronote et Itslearning sont aussi évoqués. Edu Chorus permet une évaluation positive, sur clé, avec validation terminale en 3^{ème}. Sur les autres logiciels, il n'est pas possible de revenir en arrière.
- Ne validons pas trop tôt, en 6^{ème}. Il est peut-être plus pertinent d'utiliser deux types d'outils : un outil administratif pour valider plus tard et des outils personnels de suivi de l'élève.
- Problème : suivi en 6^{ème} et peut-être pas en 5^{ème} ni en 4^{ème} mais de nouveau en 3^{ème}. La règle mise en place dans l'établissement devrait être à suivre par tout le monde mais n'est pas suivie par tous les collègues.
- Elève acteur de ses compétences : il doit venir voir l'enseignant dès qu'il pense qu'une compétence non acquise précédemment l'est peut-être maintenant. Il demande à être évalué. Aucun enseignant n'est concerné dans la commission.
- Une idée est lancée : si l'élève fait des efforts pour valider une compétence, le valoriser par une note peut être une bonne idée.
- Problème : Si on fait des devoirs spécifiques pour certains élèves en difficulté, l'élève se retrouve avec une bonne moyenne et il pense pouvoir aller au lycée.
- Fil collège/lycée professionnel/lycée technologique : beaucoup de choses intéressantes, tâches complexes, évaluation par compétences, évaluation par l'oral. « Vendre des aides ou du matériel » permet de déstresser certains élèves, l'élève perd alors un ou deux points. C'est une pratique courante en lycée professionnel.
- Sur Labomep, l'élève peut s'entraîner avant le contrôle ; le professeur peut donner des exercices de remédiation. Utilisation de Sacoche.
- Utilisation de l'heure d'Aide Personnalisée : normalement 2 heures pour le français, les mathématiques et l'anglais.

Une réflexion a été menée autour de l'attribution de notes.

- Est-ce qu'il y a beaucoup de professeurs dans la salle qui n'utilisent que la validation par compétences ?

Sur les 33 présents, tous donnent des notes.

- Une enseignante de collège a prévu d'essayer dès la rentrée de septembre 2014 de ne pas donner de notes mais seulement des compétences.
- Des collègues ont essayé de ne pas donner de notes, des parents se plaignaient.
- Au CM2, y-a-t-il des notes ou seulement des évaluations par compétences ? Mettre des notes en CM2 est toléré par certains inspecteurs en plus des relevés de compétences.
- Les parents sont demandeurs de notes dans les collèges mais aussi dans les écoles au cycle 3.
- Les notes ne reflètent pas nécessairement les compétences acquises.
- Quelle sera l'évolution avec la mise en place du nouveau cycle ? Aucune indication précise pour l'instant.
- Discussion autour du contenu dans les livrets scolaires.
- Constat : si un élève a des difficultés en mathématiques, il en a aussi en anglais. Le problème de langue, de vocabulaire persiste. Le vocabulaire mathématique doit être précis.

Le contenu du Diplôme National du Brevet est évoqué :

- Ce qui a choqué : on a mis des points pour des compétences.
- En revanche, le sujet était intéressant. Le barème était cohérent pour la question. Il fallait préciser aux élèves qu'il faut écrire une réponse car d'autres compétences sont évaluées en plus du résultat à donner.
- Avant il y avait un problème très long ; maintenant c'est mieux, il y a des petits problèmes.
- Cependant il y a encore de la lecture au début de l'exercice donc des élèves qui sont en difficulté de compréhension de textes ne réussiront pas.
- Certaines compétences sont très pointues, d'autres très fines.
- En ZEP au brevet, c'était une catastrophe pour les élèves en difficulté, peut-être à cause d'un problème dans la formulation de certains exercices.
- Les exercices n'ont pas été orientés en fonction de PISA.
- Il faut commencer les problèmes ouverts depuis la 6^{ème} et même dès l'école primaire et ne pas attendre la 3^{ème}.
- Il va nous falloir un certain nombre d'années pour travailler autrement et habituer les élèves.
- L'écriture des programmes de la maternelle est repoussée, c'est certainement le cas aussi pour les autres niveaux.

Commission L.P.

Responsable de la commission : Jean-Michel Bertolaso, J.Michel.Bertolaso@ac-nancy-metz.fr

Les six PLP présents représentant cinq établissements lorrains, on tenté de faire le point sur les thèmes principaux induits par les directives pédagogiques en bac pro en 3 ans.

- **L'obligation d'utiliser les TICE** a apporté un plus dans notre pédagogie car elle peut simplifier l'approche de la notion visée. De plus, elle rend l'élève plus acteur et améliore sa motivation.

- **Le traitement du programme en thématiques** est perçu encore par certains participants comme une astreinte et comme une privation de leur liberté pédagogique. Pour les autres, cette instruction n'est pas lourde à mettre en place : les thématiques étant choisies, elles sont principalement reprises dans les exercices. En outre, cela peut engendrer ou conforter des projets de travail en équipe interdisciplinaire. On souligne par contre que la liste de nouvelles thématiques promise n'est toujours pas parue au B.O.

- **L' EGLS** (Enseignement général lié à la spécialité) n'est pas forcément appliqué dans les établissements ou n'est pas clairement dévolu en partie aux mathématiques et à la physique-chimie. Un exemple de sujet d'étude réalisé en EGLS est donné : les calculs de volume et de quantités lors de la réalisation d'un coffrage. Cet enseignement trouve sa place lorsque les collègues à qui on a attribué l'EGLS jouent le jeu.

- **L'évaluation, les CCF** (Contrôles en cours de formation) : La grille nationale d'évaluation n'est pas systématiquement donnée à chaque contrôle. La proportion « 30% utilisation des TIC - 70 % traitement écrit » est cependant sensiblement respectée. Il est rappelé la difficulté de placer des appels prof dans les évaluations formatives. L'élaboration des épreuves de CCF est encore jugée assez lourde, en quantité de travail.

- **Le Programme complémentaire** (qui concerne les élèves postulant pour une poursuite en BTS).

- En l'absence de réels moyens horaires spécifiques, il est plus ou moins bien traité. En classe de première, il n'est pas toujours placé.
- Ce sont des HSE qui sont attribuées au professeur le dispensant, quelquefois à des élèves issus de plusieurs classes.
- On relève des désistements potentiels en cours du traitement de ce programme par des élèves qui abandonnent leur projet de poursuite d'études.

- La **Démarche d'Investigation** : Une pratique quelquefois tentée mais toutes les notions ne s'y prêtent pas forcément.

Commission lycée

Responsable de la commission : Geneviève Bouvart, gbouvart@wanadoo.fr

Une quarantaine de collègues de l'académie étaient présents lors de la commission lycée du 26 mars 2014. La nécessité d'échanger sur ses pratiques, ses interrogations, ses réussites et ses difficultés était évidente. Durant la courte plage impartie, trois points ont été abordés :

- Échanges pour dresser un bilan sur la classe de seconde
- Lecture et commentaires sur le rapport relatif à la mise en œuvre du programme de mathématiques en classe de seconde
- Lecture et commentaires sur la plaquette visages, paragraphe lycée

Bilan sur la classe de seconde

La finalité de la seconde doit être réaffirmée : s'agit-il d'une seconde pour tous ou d'une seconde préparant à la classe de première ? S'il s'agit de mathématiques pour tous, quelle doit être la culture commune ? Les probabilités - statistiques prennent aisément leur place dans un tronc commun. Le thème qui paraît unanimement important est celui des fonctions. La géométrie dans l'espace pose le problème du statut de la démonstration. Doit-on encore en faire ? N'y a-t-il pas d'autres lieux pour mettre en place la réflexion ? Il est nécessaire de faire réfléchir dans toutes les situations et l'algorithmique y participe largement. Les exercices autour de ce thème sont plus particulièrement donnés en devoir à la maison et les boucles sont très modestes en classe de seconde. Les problèmes ouverts trouvent surtout leur place en devoir à la maison et en accompagnement personnalisé dont la forte disparité de l'horaire et du contenu suivant les établissements est encore notée. Le thème transversal de la logique occupe une place modeste dans les pratiques quotidiennes : il y a très peu de formalisations des notions de logique, pas de cours spécifique et essentiellement des exemples issus du langage courant.

Les difficultés récurrentes sont signalées : les effectifs trop importants dans les classes, les problèmes techniques calculatoires et des connaissances insuffisantes sur les nombres comme ceux en écriture fractionnaire par exemple.

Les progressions suivies en classe de seconde ont changé pour la plupart des collègues au cours des trois dernières années et même en cours d'année.

Rapport sur la mise en œuvre du programme de mathématiques en classe de seconde

Le rapport sur la mise en œuvre du programme de mathématiques en classe de seconde, consultable à l'adresse suivante n'a pas suscité de commentaires particuliers lors de la lecture des préconisations. <http://eduscol.education.fr/maths/actualites/rapport-seconde>

La plaquette visages pour le lycée

Les propositions et revendications de la plaquette visages ont été approuvées par les collègues. En particulier, la place des maths en série L doit être réaffirmée.

Commission post-baccalauréat et formation des enseignants

Responsables de la commission :

*André Stef (Enseignement supérieur), Andre.Stef@univ-lorraine.fr
et Walter Nurdin (Formation des maitres), Walter.Nurdin@univ-lorraine.fr*

7 personnes étaient présentes (3 enseignants de lycée, 1 étudiante M2, 1 enseignant universitaire, 1 professeur ESPE, 1 retraitée).

La discussion s'est organisée à partir de 3 documents distribués.

- Le premier est constitué d'extraits de « Visages 2013-2014 de l'APMEP » qui sont les paragraphes 6 et 7 pages 9-10-11-12 « L'enseignement post-baccalauréat » et « La formation des enseignants ».
- Le deuxième et le troisième sont les fiches du Ministère de l'Éducation Nationale qui définissent « l'évolution des missions » et « la formation et le parcours professionnel » des formateurs premier et second degré.

Pour organiser les échanges un premier temps de lecture des constats de « Visages » sur l'enseignement post-baccalauréat est proposé. Les personnes présentes souscrivent aux constats écrits.

Il est ajouté que le recrutement post-baccalauréat ne permet pas de fournir le quota espéré d'enseignants. La représentation actuelle du métier, les 5 années d'étude et les salaires attribués font que les étudiants s'orientent vers d'autres carrières.

Deux personnes avancent que les mathématiciens s'enferment parfois trop sur eux mêmes et que la formation est alors trop disciplinaire. Pour ajouter au constat, une personne présente affirme qu'elle a toujours été frustrée, par exemple, de ne pas pouvoir enseigner la physique. On pose ainsi la question de la bivalence.

Les constats de « Visages » étant acceptés, des propositions sont avancées.

La première est de rendre obligatoire un enseignement de « culture mathématique » en série L comme le propose « Visages ». Il faut savoir qu'à Nancy 33,5% de ceux qui se présentaient au concours de professeurs des écoles en 2013 étaient titulaires d'un Baccalauréat série L alors que cette série ne représentait que 17% des bacheliers de l'année.

Une licence pluridisciplinaire, pour tous, donc aussi bien pour les futurs professeurs des écoles, de lycée professionnel ou de collège et de lycée devrait être proposée. Des UE libres pourraient être envisagées d'une façon plus systématique. Tous regrettent la suppression de la licence pluridisciplinaire qui a pourtant donné satisfaction durant des années.

Le pré-recrutement, comme on a pu le connaître au moment des IPES (Institut de Préparation aux Enseignements de Second degré), est préférable aux Emplois-Avenir et professeurs (EAP). Une étudiante, présente à la commission, affirme qu'il est difficile de mener les deux objectifs (Emplois et examens) lorsqu'on obtient un EAP.

Les concours et leurs places dans le cursus scolaire sont discutés.

Certains pensent que le problème de fond pour le recrutement des enseignants est la présence d'un concours. Est-il nécessaire ? Les exemples des pays voisins, sans concours, sont donnés.

D'autres pensent que la place du concours en fin de M1 est inappropriée. Elle impose un « bachotage » en M1 qui ne permet pas une préparation efficiente au métier qu'ils auront à assurer pour un mi-temps en M2.

L'étudiante présente le confirme et ajoute qu'elle ne se sent pas assez formée.

Vient alors la question du formateur qui doit avoir, pour certains, obligatoirement un pied sur le terrain. Cette obligation est discutée, (faut-il l'exiger également pour les inspecteurs ?) mais tout le monde convient qu'une formation du formateur doit être mise en place. Elle l'est pour le premier degré, elle est largement à construire pour le second degré.

Il faut également veiller qu'une affectation relativement proche du centre universitaire soit proposée aux stagiaires.

Le dernier consensus du groupe se construit autour de l'acceptation du principe d'une formation par alternance mais qui ne doit pas occulter les nécessaires suivis et retours des expériences menées sur le terrain.

VIE DE LA RÉGIONALE
CONFÉRENCE DE LA JOURNÉE DU 26 MARS

COMMENT BIEN CHOISIR UN MAIRE ?

Le diaporama présenté lors par Rémi Peyre lors de notre journée régionale du 26 mars dernier est disponible sur <http://www.normalesup.org/~rpeyre/pro/popul/APMEP.pdf>. Les participants à cette journée pourront donc y retrouver ce que Rémi Peyre nous a montré, et les autres se faire une idée du contenu de cette conférence.

Dans cette conférence, deux défis ont été proposés aux participants : vous trouverez ci-dessous leurs solutions, proposées par le conférencier.

Premier défi : Pour n candidats, combien y a-t-il de profils de préférence en Λ possibles ? (diapo 23)

La réponse est 2^{n-1} . Il y a deux façons de résoudre le problème :

1^{ère} façon : On compte séparément les profils où le candidat #1 (càd. le candidat le plus à gauche) est premier, celui où c'est le candidat #2 qui est premier, etc. Parmi les profils où le candidat # c est premier, on sait que les candidats #1 à # $(c-1)$ vont être classés en ordre croissant, et ceux # $(c+1)$ à # n en ordre décroissant. Les différents profils possibles se distinguent donc uniquement en disant, du candidat classé 2^e au candidat classé $n^{\text{ème}}$, quels sont ceux qui sont plus à gauche, resp. plus à droite que # c . Cela détermine uniquement le classement global, et réciproquement tout étiquetage "gauche/droite" des $(n-1)$ positions suivi de la première place correspond à un classement possible différent, sous réserve évidemment qu'il y ait le bon nombre total de "gauche" et de "droite", soit respectivement $(c-1)$ et $(n-c)$. Finalement, le nombre de classements en Λ possibles pour lesquels # c est premier correspond au nombre de façons de choisir $(c-1)$ "gauche" parmi $(n-1)$ places, soit le coefficient binomial $(c-1)$ parmi $(n-1)$. Quand on somme sur toutes les valeurs de c possibles (de 1 à n), on tombe sur la somme des coefficients binomiaux de la ligne $(n-1)$ qui vaut 2^{n-1} .

2^e façon : Le résultat précédent ayant l'air un peu "magique", je me suis demandé s'il n'y avait pas moyen de le rendre plus simple... Et moyen il y avait, en effet ! Pour cela, l'astuce consiste à regarder le classement de notre électeur *en partant de la fin*... Le dernier candidat va nécessairement être #1 ou # n , d'après l'hypothèse de profil en Λ . Puis l'avant-dernier va être nécessairement un des deux "du bord" parmi ceux qui restent, etc. Il y a ainsi deux possibilités à chaque étape, sauf au moment de choisir le premier classé puisqu'à ce moment-là il ne reste plus qu'un seul candidat qui peut être placé en tête. Réciproquement, il est facile de vérifier que toute succession de choix entre « prendre le plus à gauche parmi ceux qui restent » et « prendre le plus à droite parmi ceux qui restent » conduit bien à un profil en Λ . Il y a donc autant de profils en Λ que de façons de choisir $n-1$ fois entre 2 options, soit 2^{n-1} .

2e défi : Si les ex-æquo sont autorisés, combien y a-t-il de classements possibles pour 12 candidats ? (diapo 46)

La réponse est 28 091 567 595 (oui, c'est beaucoup !).

Il n'existe en fait pas de formule simple permettant de compter le nombre de classements possibles entre n candidats sachant qu'on autorise les ex-æquo ; par contre, il est assez facile de calculer par récurrence le nombre $R(n,k)$ de façons de classer n candidats *sachant qu'il y a exactement k rangs différents qui vont être occupés* : je veux dire par là que, par exemple, $R(10,3)$ est le nombre de façons de classer 10 candidats en donnant une médaille d'or à certains, une médaille d'argent à d'autres et une médaille de bronze aux autres, en sachant qu'il doit y avoir au moins une médaille d'or, d'argent et de bronze distribuées. La formule de récurrence est $R(n,1) = 1$ (évident), $R(n,k) = 0$ pour $k > n$ (trivial) et $R(n+1,k) = (R(n,k) + R(n,k-1)) \times k$ pour k entre 2 et $n+1$. Pourquoi cela ? Eh bien, on peut mettre un des candidats à part, et décider que pour obtenir un classement de nos $(n+1)$ candidats avec k niveaux différents, il y a deux possibilités :

Ou bien les n premiers candidats occupaient déjà k niveaux différents ($R(n,k)$ possibilités) et il faut mettre le $(n+1)^{\text{ème}}$ candidat ex-æquo avec un des k niveaux occupés (k possibilités) ;

Ou bien les n premiers candidats occupaient seulement $(k-1)$ niveaux différents ($R(n, k-1)$ possibilités) et il faut insérer le $(n+1)^{\text{ème}}$ candidat entre deux niveaux occupés (k possibilités à nouveau, en n'oubliant pas que le $(n+1)^{\text{ème}}$ candidat peut être tout premier ou tout dernier).

Le tableau des $R(n, k)$ se remplit alors par lignes (n fixé) successives. La première ligne est $\{1\}$, la seconde est $\{1, 2\}$, la troisième $\{1, 6, 6\}$, la quatrième $\{1, 14, 36, 24\}$, la cinquième $\{1, 30, 150, 240, 120\}$, etc. (on trouve ainsi que $R(10, 3) = 55\,980$).

Pour le nombre total de classements possibles de n candidats, il ne reste plus qu'à faire la somme des lignes : il y a ainsi 1 façon de classer 1 candidat seul, 3 façons d'en classer deux (à savoir, ex-æquo, premier candidat vainqueur ou second candidat vainqueur), 13 façons d'en classer trois, 75 façons d'en classer quatre, etc. Cette suite, qui n'a pas de formulation générale simple, est appelée la suite des nombres de Fubini ou des nombres de Bell avec ordre ; et elle est (bien entendu) documentée dans l'encyclopédie de Sloane pour ceux qui veulent en savoir plus sur elle : <http://oeis.org/A000670>,

ou http://en.wikipedia.org/wiki/Ordered_Bell_number sur Wikipedia.



Le marquis de Condorcet, image Wikipedia

A consulter également, sur le site « Images des maths » du CNRS :

<http://images.math.cnrs.fr/La-democratie-objet-d-etude.html>

<http://images.math.cnrs.fr/Et-le-vainqueur-du-second-tour-est.html>

<http://images.math.cnrs.fr/La-quete-du-Graal-electoral.html>

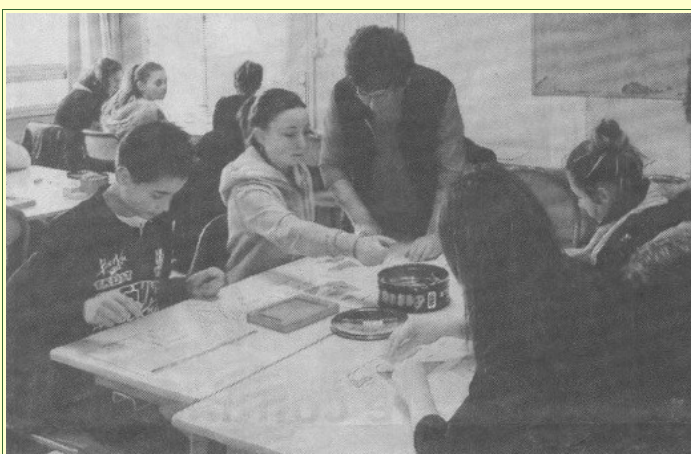
Des maths oui, mais de façon ludique

Lu dans Vosges-Matin du 8 mars 2014, rubrique THAON

Durant toute cette semaine, les élèves de toutes les classes du collège Elsa Triolet, y compris ceux de la Segpa, ont participé à des activités mathématiques. Ces ateliers n'étaient pas forcément destinés à suivre des cours de mathématiques, mais le but était de chercher, essayer, recommencer, faire des hypothèses avec tout le matériel amené par Marie-José Baliviera, professeur en retraite et membre de l'association « l'APMEP-Lorraine » (association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public) organisatrice de ces ateliers et qui propose une exposition par académie dont une bilingue.

Encadrés par leurs professeurs de maths, Mmes Trausch, Gentilhomme, Corthier et MM Ferry et Giraud, les collégiennes et collégiens ont tous manipulé, pendant une heure, les objets géométriques présentés, aidés par une fiche d'explications pour chaque atelier tels que des losanges, puzzles, gratte-ciel, rangement de dominos, combis, sphinx à plusieurs échelles, cube soma, polycubes...

Faire des maths n'est pas seulement faire des calculs ; tout en s'amusant, l'activité a ravi les élèves qui ont pris plaisir à ces activités, et comme l'ont constaté les professeurs et Mme Baliviera, certains en échec mathématique ont passé ces tests avec brio, ce qui leur a été, ou leur sera, très bénéfique pour la suite.



La manipulation d'objets mathématiques : un intérêt certain pour les collégiens. Photo Vosges-Matin

VIE DE LA RÉGIONALE

JOURNÉE APMEP DU 26 MARS

Lu dans l'Est Républicain du 27 mars 2014 (en Région).

Le texte a été retapé pour plus de lisibilité.



La semaine des maths vient de se dérouler. Elle est destinée à les montrer sous un jour nouveau. L'Association des profs de maths de l'enseignement public que vous représentez vise-t-elle cet objectif ?

Oui. Un de nos objectifs est de populariser les mathématiques auprès des élèves mais aussi de la population en général. A Borny dernièrement, un collège a proposé aux élèves des énigmes à résoudre à la maison, avec les parents. C'est un exemple mais il a montré qu'une véritable émulation a été créée. Mais notre association produit aussi un certain nombre de documents pour aider les profs à enseigner autrement, à dédramatiser la peur de l'énoncé.

Cédric Villani, médaille Fields en 2010, estime que « les maths ont tendance à paralyser les élèves » ?

Oui, nous l'observons. Les jeunes ont des parents qui souvent n'ont pas bien vécu des épisodes en maths. Mais ce n'est pas une affaire génétique. Il y

a peut être des difficultés. Nous ne disons pas à nos élèves que c'est simple mais nous leur disons que c'est plus accessible qu'ils ne le pensent. Et les méthodes qui permettent de lever les difficultés ne sont pas uniques. Le plaisir est important. Un exemple : chaque année, on constate que l'un des élèves les plus en difficulté se retrouve l'un des plus investis au Rallye mathématique de Lorraine. On lui a ainsi redonné envie dans la matière. Retrouver l'estime de soi est quelque chose d'important.

Comment expliquez vous les résultats décevants des élèves français ?

Les critères de réussite de l'enquête PISA ne sont pas propres à faire de bons mathématiciens. La Finlande par exemple obtient de bons résultats parce que l'enseignement des mathématiques est très en lien avec le quotidien. Mais le critère d'abstraction n'est pas présent dans PISA.

N'est ce pas l'abstraction qui fait peur ?

Ce n'est pas toujours l'abstraction qui gêne les élèves. C'est parfois aussi accepter un discours un peu long pour accéder à une notion. Les élèves sont dans le règne de l'immédiateté, avec cette difficulté à acquérir les notions qui vont devenir les outils nécessaires au raisonnement. Il nous faut lutter aussi contre le souci de l'exactitude.

C'est à dire ?

Beaucoup d'élèves ont peur de se tromper. Or on ne peut pas apprendre les maths sans s'être trompé. Quand les élèves se trompent, il vaudrait mieux qu'ils n'effacent pas, mais indiquent sur leur copie que c'est faux. Cela permet à l'enseignant d'analyser la démarche et de faire avancer l'élève. Parfois, même si le résultat est faux, il y a un raisonnement, des méthodes maîtrisées. Il faut se laisser l'occasion de se tromper, c'est formateur.

Que pèse l'association en Lorraine ?

L'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public compte 250 enseignants en Lorraine et 4 500 au niveau national.

Propos recueillis par Marie-Hélène VERNIER

C'ETAIT IL Y A 25 ANS ... DANS LE PETIT VERT n° 18

C'était il y a 25 ans : des programmes loin de valoriser les tâches complexes et notre association qui relaie des réflexions pédagogiques...

Les nouveaux programmes de collège arrivaient en 3^{ème} à la rentrée 1989 et nous nous demandions « *Que pourra-t-on exiger d'un élève sortant de la classe de troisième en 1990 ?* » à la lecture de ces lignes dans les commentaires « *En GÉOMÉTRIE, on ne pourra exiger des démonstrations rédigées que si elles ne comportent qu'une seule "étape" : après avoir reconnu une situation dans les figures de référence, il citera le théorème utilisé et en déduira le calcul ou la propriété demandée* ».

Il y a 25 ans, en Géométrie, il était demandé de citer les théorèmes utilisés. Il n'était rien demandé de spécial à celui qui écrivait

$$18 \times 15 = (2 \times 9) \times (3 \times 5) = 2 \times 9 \times 3 \times 5 = 2 \times 5 \times 3 \times 9 = (2 \times 5) \times (3 \times 9) = 10 \times 27 = 270.$$

Le fait d'obliger à citer les théorèmes utilisés ne facilitait pas le déroulement de la pensée mathématique de l'élève. C'est peut-être l'une des raisons pour lesquelles la géométrie euclidienne a laissé petit à petit sa place dans l'enseignement pour des moments plus calculatoires confiés à la calculatrice ou dont le cheminement peut être aisément vérifié par le lecteur du calcul ?

Par ailleurs, réduire l'activité de démonstration à des problèmes à une étape n'aidait pas à lui donner du sens !

On lisait également dans ces nouveaux programmes « *Les problèmes demandant de "l'astuce" pour être résolus sont à éviter (exemple : quel est le plus court chemin de A à B en passant par un point de la droite D ?) ; ils n'apportent d'ailleurs rien à la plupart des élèves* ».

25 ans plus tard, démarche d'investigation, narrations de recherche, problèmes ouverts et sans doute bien d'autres choses, ont modifié le type de problèmes pouvant être proposés aux élèves. Peut-être ces activités, qui ont permis de développer chez les élèves des capacités de raisonnement en mathématiques, ont-elles également contribué à les rendre assez efficaces en résolution de problèmes de façon plus générale ? Nous pourrions bien avoir eu quelque influence sur les performances de la France, assez bonnes pour une fois, révélées par une enquête PISA 2012 que publie l'OCDE le 1^{er} avril 2014... non ce n'est pas un poisson !

<http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2014/04/01042014Article635319486904083712.aspx>

Deux livres attiraient notre attention cette année là. Philippe Meirieu ouvrait des pistes à explorer en réponse à la question « *Apprendre, oui, mais comment ?* » (1), titre de son ouvrage, et une équipe de formateurs lorrains en proposait quelques autres en réponse à la question « *Comment utiliser l'ordinateur en mathématiques au collège ?* » dans son livre *Math plein écran* (2).

Il serait bon de relire l'ouvrage Philippe Meirieu à l'heure où la « pédagogie inversée » est à l'ordre du jour. Notons que 25 ans plus tard, l'apprentissage reste au cœur des recherches de Philippe Meirieu qui publie « *Le plaisir d'apprendre* ». Quant à l'intégration de l'(outil) informatique dans l'enseignement, elle reste toujours une priorité d'actualité, formulée dans la loi d'orientation de 2013 à travers cet objectif : « *Faire entrer l'école dans l'ère numérique : une ambition pour la refondation de l'école* ».

(1) Apprendre... Oui, mais comment, Philippe Meirieu, 1987, Éditions ESF, 192 pages. Le chapitre 1 est en ligne sur http://www.cndp.fr/savoirscdi/fileadmin/fichiers_auteurs/Metier/Cours/meirieu.pdf

(2) Math plein écran, Anne Bénézra, Françoise Jean et Bernard Rothan, CRDP de Nancy-Metz, 1989, 152 pages. Chapitre 1 en ligne sur http://www.epi.asso.fr/fic_pdf/b55p100.pdf

VIE DE LA RÉGIONALE

Rencontre entre régionales APMEP

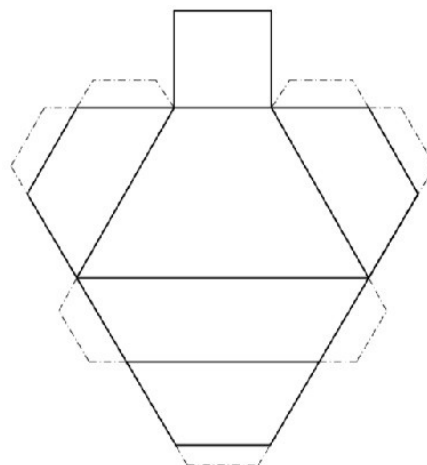
Une vingtaine de Lorrains sont venus en famille rencontrer leurs collègues de la régionale alsacienne et visiter les expositions scientifiques présentes au « Vaisseau » à Strasbourg. La matinée fut consacrée à la visite de l'exposition « Mathémanip – Wir pocken Mathe ! » créée par le Mathematikum de Giessen.

Notre date de naissance se retrouve dans les décimales de Pi

Au fait, quel est le premier nombre à six chiffres rencontré dans les décimales de Pi et pouvant former une date de naissance ? Le groupe « 290955 » se rencontre à partir de la 296721^{ème} décimale.

Nous devons pouvoir faire mieux.

Des solides et des polygones à manipuler, quel régal... ↓



Pour compléter la visite, voici de quoi en réaliser un autre non présent à Strasbourg. L'assemblage de quatre exemplaires du solide dont voici un patron permet la réalisation d'un tétraèdre régulier →.

Repas de midi pris à la cafeteria, puis exploration des autres richesses scientifiques du Vaisseau et participation à un atelier mathématique.

Quelle belle journée... Une visite que nous conseillons à tous nos collègues accompagnés de leurs enfants et petits enfants ... ou d'une classe !

(<http://www.levaisseau.com/>)



VIE DE LA RÉGIONALE

Lu dans le RÉPUBLICAIN LORRAIN, rubrique Éducation, 20 mars 2014

... où l'on parle de l'APMEP

Vive le sport ... cérébral !

3^e semaine des mathématiques. 250 élèves, du CE2 au CM2, ont investi l'école de la Seille. Au programme : une approche ludique de la bête noire de plusieurs générations d'écopiers.

Les maths sans problème : c'est possible ! La preuve dans le gymnase de l'école de la Seille, personne ne rechigne à l'idée de pratiquer un peu de sport... cérébral. Que ce soit pour les échecs géants, la création d'un totem à l'aide de chiffres et de symboles faits main, la course d'orientation ou la découverte des cultures égyptiennes, grecques ou arabes - la thématique de cette édition -, tout ce petit monde se concentre sur son exercice, au point d'oublier qu'il joue bel et bien au mathématicien.

Pour Matéo, 9 ans, focalisé sur le « jeu des gratte-ciel », c'est même « amusant de résoudre des énigmes ».

Pour Mohammed Kamal, inspecteur de l'Éducation nationale de la circonscription Metz-Sud, cette « gymnastique de l'esprit est valable dans n'importe quelle situation de la vie quotidienne. **Il est donc nécessaire de donner aux enfants une image vivante et attractive des mathématiques**, dépassant les visions trop abstraites ou désincarnées ».

Question mathématiques, la France fait plutôt figure de mauvais élève. En 2012, le rapport *Pisa* sur le niveau scolaire classe l'Hexagone 25^e en mathématiques sur 65 pays de l'OCDE.

Pire encore : près de 50 % des élèves se déclarent totalement « perdus » et « angoissés » par la discipline.

Paradoxe français, « l'écart entre l'élite que l'on parvient à former et les élèves moyens, s'est creusé », déplore Mohammed Kamal.

Pourtant, aux côtés de Daniel Vagost, professeur de mathématiques à la retraite et membre actif de **l'APMEP** (Association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public), les enfants se captivent comme par enchantement pour un jeu de logique.

Son secret : une bonne dose de passion communicative, de la patience et beaucoup de pédagogie.

« Dès le primaire, il faut redonner confiance à l'élève, mais aussi à l'enseignant, et mettre les jeunes, non pas en situation d'évaluation, mais d'apprentissage », explique Daniel Vagost. Alors, même si, après quarante ans de carrière, il a cessé de compter les « Je ne comprends pas » un peu trop hâtifs et les « Je ne suis pas bon en maths » désabusés, il l'assure, la bosse des maths n'existe pas : « Tout le monde sait nager, il y en a juste qui ont peur de l'eau ! ».

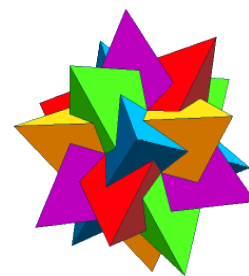
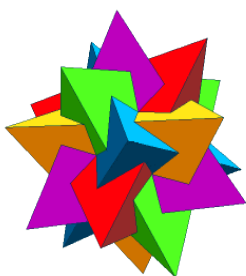


Dans le gymnase de l'école de la Seille, personne ne rechigne à l'idée de pratiquer un peu de sport cérébral.

Photo RL.

VIE DE LA RÉGIONALE

Le rallye de Lorraine



Le rallye organisé par la Régionale Lorraine est destiné aux classes de troisième et de seconde de notre académie (et il n'y a pas de frais d'inscription !). Le sujet de l'épreuve est unique et identique pour les deux niveaux. Il comporte 10 questions, plus une question subsidiaire pour

départager les éventuels ex-æquo. Pendant l'heure et demie du concours, les élèves se répartissent les exercices, sans oublier de prévoir un temps de mise en commun pour remplir l'unique fiche-réponse de la classe.

Ces 10 questions, pour lesquelles seule la réponse est demandée, sans justification aucune, sont posées de façon aléatoire sans tenir compte de leur difficulté et valent chacune 4 points. La question subsidiaire, quant à elle, consiste en un problème dont la solution devra être rédigée.

Les objectifs de ce rallye sont, à l'image de bien d'autres :

- Permettre à tous les élèves d'une classe de participer à une activité mathématique
- Motiver les élèves par des jeux et des énigmes à résoudre
- Favoriser la communication et la coopération au sein de la classe

Le nombre de classes participant au rallye augmente régulièrement (pour cette année, cela correspond à près de 7000 élèves) :

Année	Collèges		Lycées		Total	
	Etablissements	Classes	Etablissements	Classes	Etablissements	Classes
2014	56	158	26	106	82	264
2013	41	116	26	92	67	208
2012	32	96	19	63	51	159
2011	32	80	16	60	48	140
2010	27	69	18	44	45	113
2009	31	75	21	60	52	135
2008	27	63	17	62	44	125
2007	20	41	20	53	40	94

Cette année, le rallye a eu lieu le vendredi 25 avril. Le sujet est téléchargeable sur : <http://apmeplorraine.fr/doc/Rallye%20Math%C3%A9matique%20de%20Lorraine%202014.pdf>

Palmarès

Pour les collèges

- 1^{er} prix : classe de 3^e4 du collège Pierre Adt de Forbach
- 2^e prix : classe de 3^e2 du collège Pierre Adt de Forbach
- 3^e prix : classe de 3^e3 du collège Erckmann-Chatrian de Phalsbourg

Pour les lycées

- 1^{er} prix : classe de 2^e1 du Lycée Bichat de Lunéville
- 2^e prix : classe de 2^e1 du lycée Mangin de Sarrebourg
- 3^e prix : classe de 2^e1 du lycée Tessier de Bitche

Nous vous proposerons, dans le numéro de septembre, quelques informations sur la résolution des divers exercices.

LES GOUTERS DE LA REGIONALE**Mon premier goûter A.P.M.E.P.**

(Mercredi 19 février 2014 au collège Edmond de Goncourt de PULNOY)

Par Lionel LAMBOTTE

C'est en lisant le Petit Vert n° 116 détaillant l'organisation d'un tel goûter et présentant celui animé par Marie-Hélène (que je salue au passage...) que je me suis dit : « Pourquoi pas moi ? ».

Si des collègues sont d'accord pour se rassembler un mercredi après midi et pour échanger c'est qu'ils doivent être drôlement motivés et donc ce doit être très intéressant !

Un courriel à Michel pour un petit coup de main, une autorisation de ma Chef d'établissement pour l'ouverture de mon collège un mercredi après midi et le tour est joué. Quant au thème, prenons un sujet d'actualité au collège : **les tâches complexes, c'est si complexe ?**

Un rapide tour de table a tout d'abord permis de se rendre compte, sans aucune surprise, que tout le monde ne met pas la même chose derrière la dénomination « tâche complexe ».



Il y a eu consensus sur :

- exercice non guidé ;
- différentes entrées possibles ;
- tous les élèves doivent pouvoir démarrer ;
- exercice « hors contexte » par rapport à ce qui est fait en cours

Quelques divergences comme :

- la tâche nécessite l'utilisation de plusieurs documents ou annexes ;
- elle est liée à une situation concrète contrairement au problème ouvert qui est plus « mathématique ».

Intérêt de proposer des tâches complexes à nos élèves

Permettre des retours sur d'anciennes notions.

Permettre aux élèves de se rendre compte de l'importance ou de l'intérêt de ce qui a été vu avant en maths (et même dans d'autres disciplines).

Observer les compétences (au sens du socle commun) de nos élèves, les développer puis les évaluer.

Développer le regard critique.

Permettre aux élèves les plus en difficultés de s'y investir puisque plusieurs méthodes (et pas seulement la méthode experte) sont utilisables. Les élèves se sentent ainsi plus « libres » dans la démarche à utiliser.

Participer au développement du « citoyen » par l'intermédiaire de situations concrètes de la vie courante.

Organisation en classe

Travail individuel puis par groupe pour échanges,

ou

Travail individuel puis échanges collectifs puis retour à un travail individuel ;

Dans le cas d'un travail de groupe (et comme toujours dans ce type de travail), une réflexion sur une répartition homogène ou hétérogène des élèves est à conduire.

La co-intervention (lorsqu'elle est possible) est très appréciable pour ce type de travail.

L'accès à plusieurs types d'aides nous paraît indispensable (cahiers, calculatrice, livre, manipulation d'objets, Internet, aide orale du professeur,...)

Importance de la mise en commun pour faire la synthèse des différentes méthodes utilisées.

Tâches complexes à proposer d'abord en classe pour accompagner les élèves puis éventuellement à la maison sachant que la prise d'information sur le travail de l'élève ne sera pas la même pour le professeur. Le travail maison peut également servir de prolongement à une tâche complexe commencée en classe pour par exemple rédiger une solution.

Après la formation de nos élèves, proposer également des tâches complexes en évaluation.

Certaines tâches complexes semblent pouvoir être proposées à différents niveaux.

Difficultés

Ce type d'activité prend bien évidemment du temps. Les expériences de collègues donnent une moyenne d'une heure 30 par tâche complexe. Nous avons envisagé la possibilité de les utiliser après coup pour introduire ou pour développer une partie nouvelle du programme et ainsi faire « d'une pierre deux coups ».

Quelques exemples

Plusieurs exemples ont été présentés par chacun d'entre nous. Pour chacune d'elle, la mise en œuvre dans les classes a été détaillée et des productions d'élèves ont également pu être consultées. Le groupe a décidé d'échanger les documents utilisés par chacun. Deux exemples se trouvent en annexes 1 et 2 à la fin de cet article.

Et pour finir... LE GOUTER !!!



Les gâteaux « faits maison » ont été très appréciés. Merci à la cuisinière.
Jus de pomme, café, thé, ... tout y était !

Merci à tous les collègues présents. Ce fut comme je l'imaginais : riche, intéressant et convivial. Je regrette simplement le peu de collègues présents mais je sais très bien que le créneau du mercredi après midi n'est pas le plus simple.

Merci également à Michel pour son aide à l'organisation de cette « première fois » !

Voir annexes pages suivantes

Annexe 1

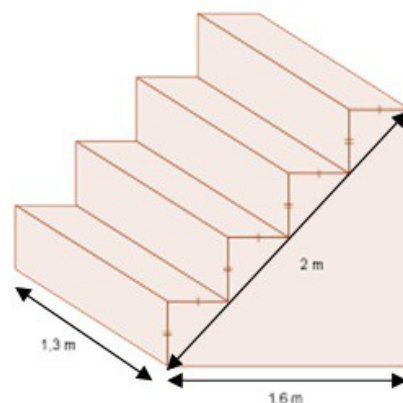
En 4^e ou en 3^e

Je veux construire un escalier en béton en respectant les dimensions indiquées sur la figure ci-contre.

L'entreprise B.TONZIK propose un béton livré par camion-toupie à domicile à 108,75 € le m³.

L'entreprise LESS'BETON propose un béton de même qualité au prix suivant : 82,45 €/m³ et 45 € la livraison à domicile.

Quelle entreprise vais-je choisir ?



Travail de Mélanie : l'idée de décomposer l'escalier en 10 pavés droits est née de la manipulation de petits cubes à disposition des élèves et utilisés par certains pour « fabriquer » cet escalier.

La copie de Mélanie :

$$B.TONZIK = 108,75 \text{ €/m}^3$$

$$LESS'BETON = 82,45 \text{ €/m}^3 + 45 \text{ € livraison}$$

Je fais le théorème de Pythagore.

$$AB^2 + BC^2 = CA^2$$

$$AB^2 + 1,6^2 = 2^2$$

$$AB^2 + 2,56 = 4$$

$$4 - 2,56 = 1,44$$

$$\sqrt{1,44} = 1,2$$

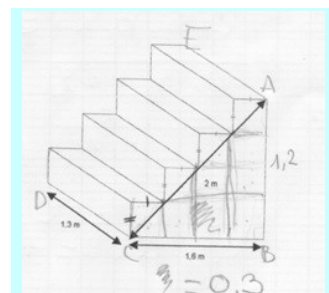
$$1,2 : 4 = 0,3 \quad / \text{ Il y a 10 carrés}$$

$$1,6 : 4 = 0,4 \quad / \text{ Il y a 10 carreaux}$$

$$L \times l \times h = 0,3 \times 0,4 \times 1,3 = 0,156$$

$$\text{Donc } 0,156 \times 10 = 1,56$$

$$\text{Il y a } 1,56 \text{ m}^3$$



Travail de Gabriel : le volume de l'escalier est la somme des volumes de 5 prismes droits à base triangulaire. Les calculs de volumes sont faux, mais le raisonnement et la démarche sont corrects.

La copie de Gabriel :

Je suppose que l'escalier est rectangle en B.

Le triangle ABC est rectangle en B.

D'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$2^2 = 1,6^2 + BC^2$$

$$4 = 2,56 + BC^2$$

$$BC^2 = 4 - 2,56 = 1,44$$

$$BC = \sqrt{1,44} = 1,2$$

Volume du triangle rectangle ABC :

$$\frac{1,2 \times 1,6 \times 1,3}{2} = 1,248$$

$$1,248 \times 108,75 = 135,72 \text{ €} = B.TONZIK$$

$$1,248 \times 82,45 = 102,8976 \text{ €}$$

$$102,8976 + 45 = 147,8976 = LESS'BETON$$

Calcul des marches

$$1,6 : 4 = 0,40 \text{ cm largeur des marches}$$

$$1,2 : 4 = 0,30 \text{ cm hauteur des marches}$$

$$40 + 30 + 130 = 200 = 2 \text{ m}^3 = \text{une marche}$$

$$2 \times 4 = 8 \text{ m}^3 = \text{volume des 4 marches}$$

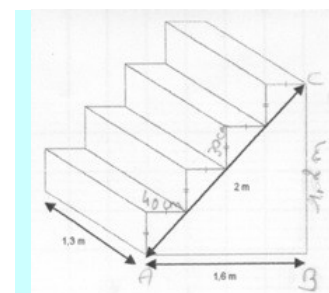
$$B.TONZIK = 1,248 + 8 \quad 9,248 \text{ m}^3$$

$$9,248 \times 108,75 = 1005,72 \text{ €}$$

$$LESS'BETON = 1,248 + 8 = 9,248 \text{ m}^3$$

$$9,248 \times 82,45 = 762,4976$$

$$762,4976 + 45 = 807,4976 \text{ €}$$



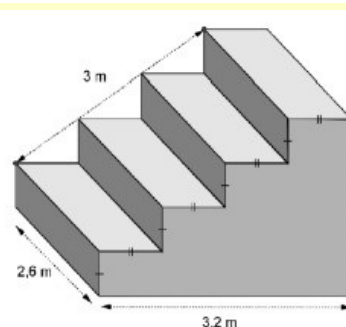
Remarque : l'idée du théorème de Pythagore est apparue de nombreuses fois. Peut-être que la longueur de 2 m matérialisée par la flèche sur le schéma induit l'idée du triangle rectangle, et donc du Théorème de Pythagore. Une version comme celle ci-après permettrait d'évaluer plus finement l'idée du théorème de Pythagore pour le calcul de la hauteur de l'escalier.

Je veux construire un escalier en béton en respectant les dimensions indiquées sur la figure ci-contre.

L'entreprise B.TONZIK propose un béton livré par camion-toupie à domicile à 108,75 € le m³.

L'entreprise LESS'BETON propose un béton de même qualité au prix suivant : 82,45 €/m³ et 45 € la livraison à domicile.

Quelle entreprise vais-je choisir ?



Annexe 2

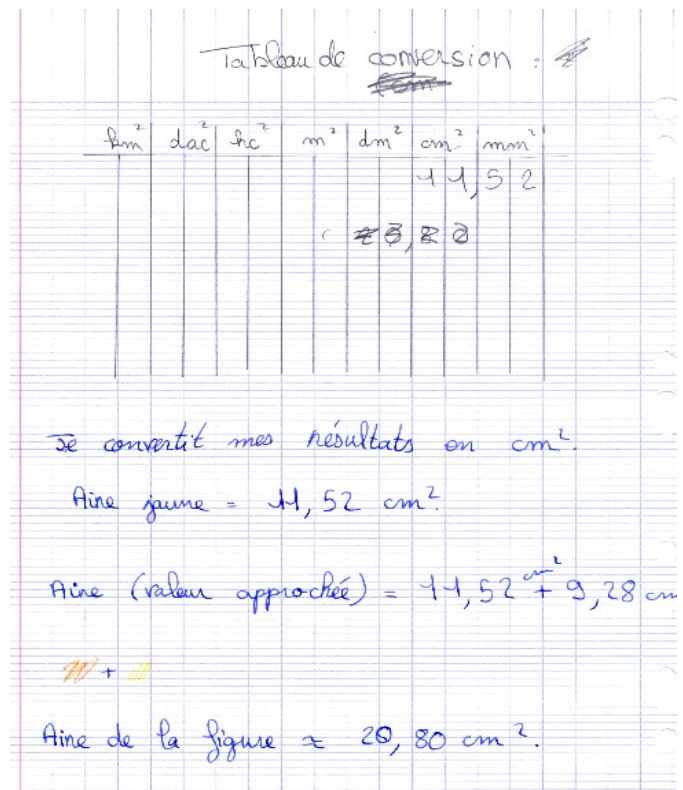
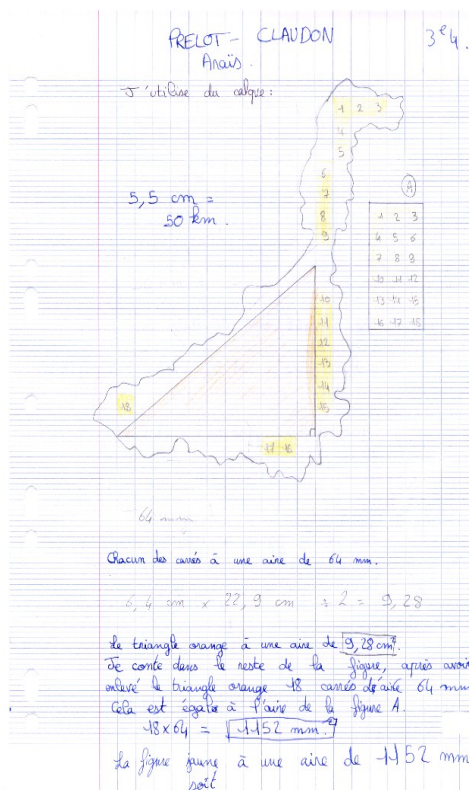
De la 6^e à la 3^e en modifiant éventuellement la question pour les niveaux 6^e et 5^e



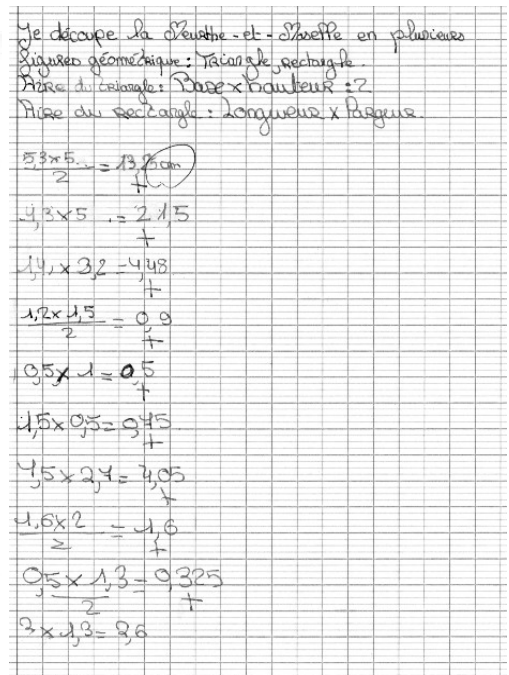
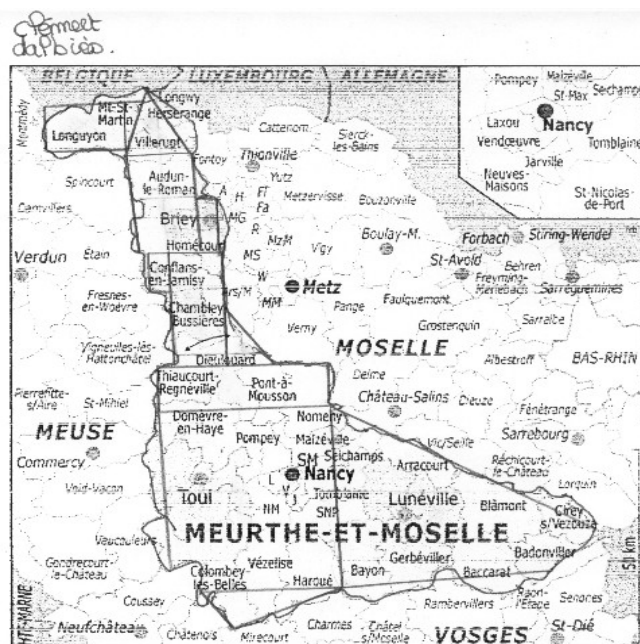
Trouver une valeur approchée de l'aire (en km²) de notre département et comparer votre réponse à celle effectuée lors d'une recherche sur internet par exemple. Comment expliquer l'éventuelle différence ?

Quelques productions inachevées d'élèves de 3^e

- Anais : Décalque puis reproduit sur une feuille à carreau. A découpé un petit carreau de la copie qu'elle a utilisé comme unité d'aire. Compte, calcule et travaille en cm^2 et ne peut pas finir dans l'heure.



Clément :



DANS NOS CLASSES

par Sylvie BAUD,
ZIL circonscription de Pompey (54)

Fibonacci à l'école élémentaire : un exemple de travail interdisciplinaire

A votre avis, quelle est la probabilité que des élèves d'école élémentaire connaissent Fibonacci ? Et si le sujet est abordé en classe, quelle est la probabilité qu'ils s'y intéressent ? Pour le savoir ... il faut le tenter !

Cette idée de travailler sur ce personnage et sa fameuse suite, en classe de cycle 3 est venue grâce à une rencontre. J'ai, en effet, eu le plaisir, lors de journées nationales de l'APMEP, d'assister à une présentation de Guenièvre Tandonnet et Thérèse de Paulis qui exposaient le travail effectué par leurs élèves collégiens sur Fibonacci. Le projet, très riche, était très intéressant notamment de par son articulation entre les mathématiques et le français.

Dans l'idée de faire des maths autrement, j'ai donc pris le thème de Fibonacci comme fil rouge dans le cadre d'un projet interdisciplinaire en classe de CM1/CM2. L'exploitation de ce thème a permis de mettre en place des activités en mathématiques, histoire, géographie, arts visuels mais aussi TICE et maîtrise de la langue.

AXE 1 : Etude de la suite de Fibonacci

- **Découvrir des suites**

Dans un premier temps, durant quelques semaines, quand les élèves entrent en classe le matin ils trouvent parfois, écrits au tableau, les premiers termes de suites à continuer, du type : base 2, suite de Syracuse ... Ils ont la matinée pour y réfléchir.

Les élèves se prennent vite au jeu, et chacun cherche "à temps perdu" une suite possible. En fin de matinée, une mise en commun est faite conduisant à une réflexion collective à partir des propositions de différents élèves.



- **La suite de Fibonacci**

Le texte du problème est écrit au tableau. Tout d'abord, les élèves réfléchissent seuls, puis par petits groupes pour confrontation et discussion. Pour terminer, une synthèse collective est faite ainsi qu'une transcription, pour mémoire, des résultats.

Cette étape se poursuit par une recherche documentaire sur internet. Les élèves recherchent des informations sur la suite de Fibonacci qui leur permettent alors de vérifier et valider les résultats obtenus en classe.

Puis les élèves se réapproprient la suite et choisissent de l'illustrer à l'aide d'un montage photos avec des lapins en peluches !

AXE 2 : Etude de Fibonacci et du nombre d'Or

- **Qui est Fibonacci ?**

En parallèle du travail sur la suite mathématique, les élèves conduisent une recherche documentaire sur Fibonacci et son œuvre. Ils se répartissent en plusieurs groupes et se partagent

le travail en fonction de différentes questions telles que : *Qui est Fibonacci ? Quand a-t-il existé ? Pourquoi est-il connu ?*

Chaque groupe travaille ainsi sur la présentation d'un aspect de la vie du mathématicien : sa vie, son éducation, ses voyages, ses rencontres, son œuvre. Ils doivent chercher l'information, se l'approprier, la retranscrire. Ils sont alors amenés à travailler en histoire et géographie, puis en production d'écrit. De plus, pour finaliser leurs exposés, ils utilisent un moteur de recherche sur internet, un traitement de texte, un logiciel de dessin (notamment pour faire la carte de ses voyages).

- **Fibonacci et le nombre d'Or**

Au cours de la recherche d'informations concernant Fibonacci, les élèves sont intrigués par les fréquentes références au "nombre d'Or". Ceci induit alors une nouvelle série d'investigations portant sur des questions telles que : *Qu'est ce que le nombre d'Or ? Quel lien avec Fibonacci ? Quelles applications ou illustrations de l'utilisation de ce nombre d'Or peut-on trouver dans la nature, l'art, l'architecture ?*

Cette nouvelle recherche documentaire aboutit à la présentation des définitions et de diverses illustrations du carré, du rectangle et de la spirale d'Or. Puis, les élèves expriment l'envie de construire de telles figures. C'est ainsi que deux élèves de CM2 collaborent pour dessiner une spirale d'or "géante" !

Les différentes présentations et productions des élèves sont ensuite rassemblées dans un livret, et servent à la rédaction d'articles pour le site de l'école (*voir sitographie ci-dessous*) et à l'élaboration d'affiches pour l'exposition de fin d'année

Bilan

Le bilan de ce travail qui s'est étalé sur un trimestre est très positif. Les élèves ont, par ce projet, pris conscience que l'univers des mathématiques était bien plus vaste que ce qu'ils voyaient à l'école. Ils ont pris conscience que les choses n'étaient pas figées une fois pour toutes et que les maths s'inscrivaient dans une histoire avec des recherches, des échanges, des évolutions. Ils ont également pu voir que les maths étaient étroitement liées à d'autres disciplines et que "faire des maths" n'était pas aussi réducteur que ce qu'ils pensaient. Ce projet les a vraiment beaucoup intéressés et ils se sont fortement investis dans toutes les étapes. Ils ont apprécié de travailler sur la suite et de résoudre "l'énigme". Ils étaient ravis de "tomber" sur des "vraies formules de maths" au cours de leur recherche documentaire. Ils se sont beaucoup amusés à illustrer la suite avec leurs peluches (*voir page suivante*) mais aussi à construire des "figures d'or". Ils ont été très surpris et se sont passionnés lors de la recherche de multiples illustrations du nombre d'Or. Et surtout ils ont été très fiers de connaître et de pouvoir parler de Fibonacci à leur entourage !

Sitographie

<http://www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-pompey/eco-moulin-champigneulles/spip.php?article807>

<http://www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-pompey/eco-moulin-champigneulles/spip.php?article840>

<http://www4.ac-nancy-metz.fr/ia54-pompey/eco-moulin-champigneulles/spip.php?article852>

Page suivante, image tirée de « Le problème avec les lapins »

Projet : "Les MATHS autrement"

La suite de Fibonacci...

Fibonacci ?
Des lapins ??
Une suite ???
Quels rapports ?? ?? ??

Voici deux quelques éclaircissements !!!

LE PROBLEME

Au début de janvier, un couple de lapins voit le jour.
En février, il engendre un autre couple.
Par la suite, chaque couple vivant engendre tous les mois un nouveau couple.
Le couple n'a pendant un mois ne peut engendrer qu'un seule mâle.
Combien de couples de lapins pourra-t-on compter à la fin de l'année ?

ILLUSTRATION

Au tout début :



En janvier : 1 couple



En février : 1 couple



En mars : 1 + 1 = 2 couples



En avril : 1 + 2 = 3 couples



En mai : 2 + 3 = 5 couples



En juin : 3 + 5 = 8 couples



En juillet : 5 + 8 = 13 couples




Illustration photographique faite par :

- + Alice
- + Lea B
- + Camille B

MERCi à tous les experts qui ont prêté leur lapin !

La SUITE MATHÉMATIQUE

La suite des nombres donne la SUITE DE FIBONACCI :

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, 17711, 28657, 46368, 75025, 121393, 196418, 317811, 514209, 832040, 1346269, 2178309, 3524578, 5702887, 9227465, 14930352, 24157817, 39088169, 63245986, 102334155, 165580141, 267914296, 433494437, 701408873, 1134903170, 1836311903, 2971215073, 4807526946, 7778752049, 12586860905, 20365598880

EXPLICATION

MOIS	0	1	2	3	4	5
MOIS 0	1					
MOIS 1	1					
MOIS 2	1	1				
MOIS 3	1	1	1			
MOIS 4	1	1	1	1		
MOIS 5	1	1	1	1	1	
MOIS 6	1	1	1	1	1	1
MOIS 7	1	1	1	1	1	1
MOIS 8	1	1	1	1	1	1
MOIS 9	1	1	1	1	1	1
MOIS 10	1	1	1	1	1	1
MOIS 11	1	1	1	1	1	1

(1) : Image issue d'un album de littérature jeunesse excellent sur ce sujet :

"Le problème avec les lapins", Emily Gravett, Traduit de l'anglais par Elizabeth Duval, Edition Kaléidoscope (2009)

Les « petites perceptions » : des petits riens qui sont quelque chose

Par Didier LAMBOIS,
Lycée Bichat, Lunéville

Notre vie psychique se réduit-elle à ce qui est pensé, à ce qui est présent à notre esprit, à ce qui est conscient ? Pour bon nombre de philosophes c'est une évidence : comment affirmer en effet qu'il puisse y avoir des pensées qui ne soient pas pensées ?!! Ce ne serait plus des pensées ! Pour Descartes (1596-1650), par exemple, l'esprit humain est transparent à lui-même et il n'y a rien en lui dont il n'ait conscience. **Leibniz (1646-1716)** est l'un des premiers philosophes à oser affirmer que toute pensée n'est pas nécessairement consciente. Pour nous en convaincre il nous donne de nombreux exemples de perceptions que nous avons sans en avoir conscience, de perceptions qui ne sont donc pas, pour reprendre son vocabulaire, des aperceptions.



« Il y a mille marques qui font juger qu'il y a à tout moment une infinité de perceptions en nous, mais sans aperception et sans réflexion, c'est-à-dire des changements dans l'âme même dont nous ne nous apercevons pas, parce que ces impressions sont ou trop petites et en trop grand nombre, ou trop unies, en sorte qu'elles n'ont rien d'assez distinguant à part ; mais jointes à d'autres, elles ne laissent pas de faire leur effet et de se faire sentir au moins confusément dans l'assemblage. C'est ainsi que l'accoutumance fait que nous ne prenons pas garde au mouvement d'un moulin ou à une chute d'eau, quand nous avons habité tout auprès depuis quelque temps. Ce n'est pas que ce mouvement ne frappe toujours nos organes, et qu'il ne se passe encore

quelque chose dans l'âme qui y réponde, à cause de l'harmonie de l'âme et du corps, mais ces impressions qui sont dans l'âme et dans le corps, destituées des attraits de la nouveauté, ne sont pas assez fortes pour s'attirer notre attention et notre mémoire, attachées à des objets plus occupants. Car [toute attention demande de la mémoire](#), et souvent, quand nous ne sommes point admonestés, pour ainsi dire, et avertis de prendre garde à quelques-unes de nos propres perceptions présentes, nous les laissons passer sans réflexion et même sans être remarquées. Mais si quelqu'un nous en avertit incontinent après et nous fait remarquer, par exemple, quelque bruit qu'on vient d'entendre, nous nous en souvenons et nous nous apercevons d'en avoir eu tantôt quelque sentiment. Ainsi c'étaient des perceptions dont nous ne nous étions pas aperçus incontinent, l'aperception ne venant dans ce cas que de l'avertissement après quelque intervalle, tout petit qu'il soit. Et pour juger encore mieux des petites perceptions que nous ne saurions distinguer dans la foule, j'ai coutume de me servir de l'exemple du mugissement ou du bruit de la mer, dont on est frappé quand on est au rivage. Pour entendre ce bruit comme l'on fait, il faut bien qu'on entende les parties qui composent ce tout, c'est-à-dire les bruits de chaque vague, quoique chacun de ces petits bruits ne se fasse connaître que dans l'assemblage confus de tous les autres ensemble, c'est-à-dire dans ce mugissement même, et qu'il ne se remarquerait pas si cette vague, qui le fait, était seule. Car il faut qu'on soit affecté un peu par le mouvement de cette vague et qu'on ait quelque perception de chacun de ces bruits, quelque petits qu'ils soient ; autrement on n'aurait pas celle de cent mille vagues, puisque cent mille riens ne sauraient faire quelque chose". »

[LEIBNIZ](#) Nouveaux Essais sur l'entendement humain, Préface, 1704

La perception consciente est la somme d'innombrables perceptions qui demeurent inconscientes. Cette **théorie des « petites perceptions »** permettra à Leibniz d'affirmer que les animaux et les plantes ont des perceptions, qu'ils ont même des désirs, et que cela n'implique pas qu'ils aient conscience. Les petites perceptions jouent également un rôle au niveau de nos décisions qui parfois nous semblent arbitraires ; elles constituent des motifs cachés qui expliquent par exemple pourquoi nous contournons un obstacle par la droite plutôt que par la gauche. Des facteurs inconscients influeraient donc sur nos comportements... Leibniz semble avoir quelques pas d'avance sur Freud (1856-1939).

Mais la théorie des « petites perceptions » illustre aussi parfaitement la fameuse formule de Leibniz selon laquelle **« la nature ne fait pas de saut »**. S'il y a une forme de continuité de la conscience c'est parce que dans la nature tout est continu. *« On ne serait jamais éveillé par le plus grand bruit du monde, si on n'avait quelque perception de son commencement qui est petit, comme on ne romprait jamais une corde par le plus grand effort du monde, si elle n'était tendue et allongée par des moindres efforts, quoique cette petite extension qu'ils font ne paraisse pas »* (*Ibid.*) Le monde que nous percevons est continu et infini, mais c'est donc un infini divisible en une infinité de parties dont chacune est à son tour divisible et infinie... et que nous ne pouvons percevoir. Ces infiniment petits *« nous ne les concevons pas comme des zéros tout simples et absolus, mais comme des zéros relatifs..., c'est-à-dire comme des quantités évanouissantes qui tendent vers zéro »* (Écrits mathématiques, IV, 218).

Si l'**infinitésimal** est presque rien il n'est pas rien puisqu'il permet de modéliser les équations de dynamique et Leibniz contribue, de ce fait, à donner un nouvel élan aux mathématiques. Pourtant l'existence de ces grandeurs infiniment petites pose autant de problèmes qu'elle n'en résout : il est bien difficile en effet, pour un penseur rigoureux, d'en préciser la nature et le statut. *« Concevoir une quantité infiniment petite, c'est-à-dire moindre que toute quantité sensible, voilà qui est, je l'avoue, au-dessus de mes forces »* disait Berkeley (*L'Analyste*). Leibniz lui-même qualifiait ces grandeurs infinitésimales de simples *« façons de parler »*, de *« fictions utiles pour le calcul »*. Mais les mathématiques peuvent-elles reposer sur des fictions aussi suspectes ? La notion d'infiniment petit a des limites que seule la notion de limite permettra de dépasser... au XIX^e siècle.

J'aimais et j'aime encore les mathématiques pour elles-mêmes comme n'admettant pas l'hypocrisie et le vague, mes deux bêtes d'aversion.

Stendhal

ÉTUDE MATHÉMATIQUE

Les 100 ans de l'impôt sur le revenu

Par Jacques Verdier

Il y a 100 ans, la loi du 14 juillet 1914 (dite Loi Caillaux) créait un impôt progressif sur le revenu en France.

Le contexte historique

Cette loi marque une rupture par rapport au système fiscal qui s'était appliqué de 1792 à 1914. Les quatre contributions directes créées par la Révolution française, appelées les « quatre vieilles », avaient en effet pour caractéristique essentielle de ne pas dépendre directement des revenus du contribuable. C'était la taxe sur les portes et fenêtres, la taxe foncière (s'appuyant sur la valeur locative des propriétés bâties et non-bâties), la patente (dont le barème était fixé pour chaque profession, sans lien avec le chiffre d'affaires ou les bénéfices) et la « contribution personnelle-mobilière » (amalgame disparate de taxes sur les domestiques, les chevaux, etc.).

Il s'agissait d'impôts « de répartition » : on ne fixait pas un taux d'imposition applicable à une assiette déterminée ; l'État fixait chaque année le montant total des recettes que les différentes contributions devaient rapporter, puis ce montant total était réparti entre les contribuables de chaque département et de chaque commune de manière à rapporter ladite somme. Ces taxes (au moins les trois premières) perdurent dans le système fiscal actuel, sous la dénomination courante « d'impôts locaux » et de « taxe professionnelle ». Il est quasiment impossible de calculer la charge fiscale que représentaient ces « quatre vieilles » en pourcentage du revenu des contribuables.

Nommé ministre des Finances en 1907 (gouvernement Clemenceau), Joseph Caillaux, estimant que le montant total de ces taxes correspondait à une fourchette entre 1,4 % et 2,1 % des revenus du contribuable, projette de remplacer ces « quatre vieilles » par un impôt progressif sur le revenu (comme il en existait un en Allemagne). Son texte est rejeté par le Sénat.

Il a fallu encore sept ans de débats parlementaires et moult péripéties pour que sa proposition soit enfin votée. Mais la guerre de 1914 devenant imminente, l'État avait besoin de rentrées d'argent : c'est pourquoi ce nouvel impôt progressif sur le revenu est venu s'ajouter aux « quatre vieilles », au lieu de les remplacer.

Extraits du texte de loi

Loi du 15 juillet 1914 relative à l'établissement de l'impôt sur le revenu.

Texte complet de la loi et du décret d'application : <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k61380297/>

(...)

Article 5.

Il est établi un impôt général sur le revenu.

Article 6.

L'impôt général sur le revenu est dû, au premier janvier de chaque année, par toutes les personnes ayant en France une résidence habituelle.

(...) Article 8.

Chaque chef de famille est imposable tant en raison de ses revenus personnels que de ceux de sa femme et des autres membres de sa famille qui habitent avec lui. (...)

Article 9.

Sont affranchis de l'impôt les personnes dont le revenu imposable n'excède pas la somme de 5 000 francs¹. (...)

Article 10.

L'impôt est établi d'après le montant total du revenu dont dispose chaque contribuable. Ce revenu est déterminé, eu égard aux propriétés et aux capitaux que possède le contribuable, aux traitements, salaires, pensions et rentes viagères dont il jouit, ainsi qu'aux bénéfices de toutes occupations lucratives auxquelles il se livre. (...)

¹ N.B. Un franc de 1914 (franc « germinal ») vaut environ 3,30 à 3,40 euros de 2014.

(...)

Article 12.

Les contribuables mariés ont droit, sur le revenu annuel, à une déduction de 2 000 francs. En outre tout contribuable a droit sur son revenu annuel à une déduction de 1 000 francs par personne à sa charge, si le nombre de personnes à charge ne dépasse pas cinq. Pour chaque personne au delà de la cinquième, la déduction sera portée à 1 500 francs.

(...)

Article 15.

L'impôt est calculé en comptant pour un cinquième la fraction de revenu comprise entre 5 000 et 10 000 francs ; pour deux cinquièmes la fraction comprise entre 10 000 et 15 000 francs ; pour trois cinquièmes la fraction comprise entre 15 000 et 20 000 francs ; pour quatre cinquièmes la fraction comprise entre 20 000 et 25 000 francs ; pour l'intégralité le surplus du revenu, et en appliquant au chiffre ainsi obtenu le taux de 2 %.

Sur l'impôt ainsi calculé, chaque contribuable a droit à une réduction de 5 % pour une personne à sa charge, de 10 % pour deux personnes, de 20 % pour trois personnes, et ainsi de suite, chaque personne au delà de la troisième donnant lieu à une nouvelle réduction de 10 %, sans que la réduction puisse être, au total, supérieure à la moitié de l'impôt.

Quelques explications mathématiques

Le début de l'article 15, qui définit le calcul de cet impôt, peut paraître ambigu. Mais il s'agit bien d'un impôt calculé par tranches : le taux de 2% évoqué s'applique à 20 % des revenus compris entre 5 000 et 10 000 francs, ce qui correspond à un taux d'imposition de 0,4 % ; de même, pour la tranche de 10 000 à 15 000, où le taux de 2 % s'applique sur 40 % du revenu, soit un taux de 0,8 % ; etc. Seuls les revenus au delà de 25 000 francs sont imposés à 2 %. Ce « taux » marginal de 2% est la limite du taux réel d'imposition lorsque le revenu tend vers l'infini.

Prenons l'exemple d'un couple marié avec 3 enfants, dont le revenu global est de 200 000 F (ce qui est un « très gros revenu », correspondant à environ 670 000 euros actuels).

On déduit déjà 2 000 F pour couple marié, et 3 000 F pour les trois enfants à charge (art.12) : reste 195 000

Ces 195 000 francs se répartissent en 6 tranches : cinq tranches d'une étendue de 5 000 F, et la dernière de 170 000 F.

- La première tranche (de 0 à 5000 F) n'est pas imposable ;
- La seconde (de 5000 à 10 000) est imposable sur 1/5 au taux de 2 %, 20 F d'impôt ;
- La troisième (de 10 000 à 15 000) est imposable sur 2/5 au taux de 2 %, soit 40 F d'impôt ;
- La quatrième (de 15 000 à 20 000) est imposable sur 3/5 au taux de 2 %, soit 60 F d'impôt ;
- La cinquième (de 20 000 à 25 000) est imposable sur 4/5 au taux de 2 %, soit 80 F d'impôt ;
- La dernière (de 25 000 à 195 000) est imposable au taux de 2 %, soit 3 400 F d'impôt.

Au total, cela donne 3 600 F.

Mais, comme le stipule la seconde partie de l'article 15, il faut encore déduire 20 % pour les trois enfants à charge, soit 720 F.

Il reste un impôt net de 2 880 F. Le taux d'imposition appliqué à ce « très riche » contribuable est donc de 1,44 %.

Le tableau ci-dessous, publié en 1917, correspond au barème précédent. Il est extrait de la page 23 du document <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k61380297/>.

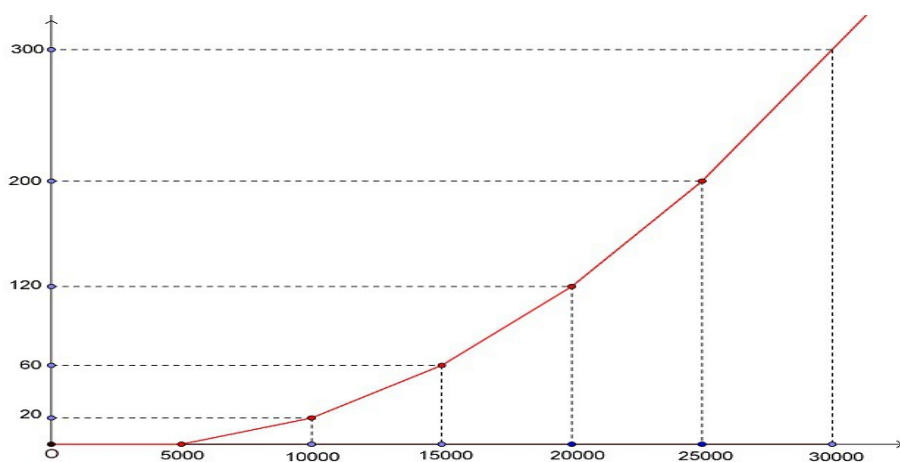
CHIFFRE du revenu total	MONTANT DE L'IMPÔT DU PAR UN CONTRIBUABLE		
	célibataire	marié sans enfants	marié avec 3 enfants mineurs
francs	francs	francs	francs
6.000	4	»	»
8.000	12	4	»
10.000	20	12	»
12.500	40	24	8
15.000	60	44	16
20.000	120	96	48
25.000	200	168	96
30.000	300	260	160
50.000	700	660	480
100.000	1.700	1.660	1.280
200.000	3.700	3.660	2.880
500.000	9.700	9.660	7.680

N.B. Un franc de 1914 vaut environ 3,30 à 3,40 euros de 2014.

Ce qui est important, et qui n'est généralement pas très bien compris par la plupart de nos concitoyens, c'est que la fonction qui donne le résultat du calcul de l'impôt « par tranches » en fonction du revenu imposable est une fonction continue (en l'occurrence affine par morceaux) : un « saut de tranche » ne provoque pas un « saut de l'impôt ».

On pourrait éventuellement envisager une activité en classe sur ce sujet, en choisissant par exemple le calcul de l'impôt d'un célibataire sans enfant (avec le barème de 1914, beaucoup plus simple que le barème actuel). Le travail consisterait à déterminer l'expression algébrique de la fonction dans chaque « morceau » et à tracer le graphe correspondant.

Voici la réponse :

$$\begin{cases} \text{Pour } x \leq 5000, f(x)=0 \\ \text{Pour } 5000 < x \leq 10000, f(x)=0,004x-20 \\ \text{Pour } 10000 < x \leq 15000, f(x)=0,008x-60 \\ \text{Pour } 15000 < x \leq 20000, f(x)=0,012x-120 \\ \text{Pour } 20000 < x \leq 25000, f(x)=0,016x-200 \\ \text{Pour } x > 25000, f(x)=0,02x-300 \end{cases} \quad \text{Voir graphique ci-dessous.}$$


Et après 1914 ?

Ce taux marginal d'imposition de 2 % n'a été appliqué que la première année (imposition en 1916 des revenus de 1915). Ensuite, en raison de la guerre, le taux marginal a été relevé à 10 %, puis à 20 % les deux années suivantes, et a continué à augmenter. En 1924, ce taux marginal était monté à 90 % (le niveau le plus élevé jamais atteint en 100 ans) ! En 2014, la plus haute tranche (revenus au dessus de 151 000 €) est imposée au taux de 45 %.

On trouvera dans le document de l'économiste Thomas Piketty (URL ci-dessous) une étude extrêmement détaillée de l'évolution de l'imposition de 1914 à nos jours, en particulier la réforme de 1945 qui instaurait le principe du quotient familial au lieu des déductions forfaitaires. Mais le principe même de l'impôt progressif sur le revenu est désormais centenaire.

Sur l'historique de l'impôt en France, voir l'ouvrage de Thomas Piketty : http://www.google.fr/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=10&ved=0CGwQFjAJ&url=http%3A%2F%2Fpiketty.pse.ens.fr%2Ffiles%2FChapitre4.doc&ei=Y2zJUrH2IYrb0QXa_4DADQ&usg=AFQjCNHsEcsTfeQ6dWq4bF3Ua1hFHhUFIQ&bvm=bv.58187178,d.d2k&cad=rja

Pour l'évolution du taux marginal d'imposition depuis 1914, on pourra également consulter le blog d'Olivier Berruyer <http://www.les-crises.fr/l-impot-sur-le-revenu-en-france-1/>

A nos lecteurs : merci de nous transmettre les comptes rendus d'activités que vous ferez sur ce sujet avec vos élèves. Nous les publierons dans la rubrique "Dans nos classes". Vous trouverez en annexe, page suivante, un exemple de tableau Excel permettant de calculer les impôts (régime fiscal de 1914).

ANNEXES

	A	B	C
1	Calcul de l'impôt sur le revenu (loi de 1914)		
2	Les cellules en vert correspondent aux données		
3			
4	Détermination du revenu imposable		
5	Revenu total		200 000,00
6	Marié ? (OUI, NON)	OUI	=SI(B6="OUI";2000;SI(B6="NON";0;"Erreur d'entrée"))
7	Nb. enfants	3	
8	Réduc pers à charge		=SI(B7<=5;B7*1000;5000+(B7-5)*1500)
9	Revenu imposable		=SI(C5-C6-C8<0;0;C5-C6-C8)
10	Calcul de l'impôt par tranches		
11	Fractions du revenu		
12	Tranche 1		=SI(C9<=5000;C9;5000)
13	Tranche 2		=SI(C9<5000;0;SI(C9>10000;5000;C9-5000))
14	Tranche 3		=SI(C9<10000;0;SI(C9>15000;5000;C9-10000))
15	Tranche 4		=SI(C9<15000;0;SI(C9>20000;5000;C9-15000))
16	Tranche 5		=SI(C9<20000;0;SI(C9>25000;5000;C9-20000))
17	Tranche 6		=SI(C9<25000;0;C9-25000)
18	Vérif		=SI(SOMME(C12:C17)=C9;"OK";"Problème !")
19	Impôt sur tranche 1		-
20	Impôt sur tranche 2		=C13*(1/5)*0,02
21	Impôt sur tranche 3		=C14*(2/5)*0,02
22	Impôt sur tranche 4		=C15*(3/5)*0,02
23	Impôt sur tranche 5		=C16*(4/5)*0,02
24	Impôt sur tranche 6		=C17*0,02
25	Total impôt avant réduction		=SOMME(C20:C24)
26	Calcul de la réduction d'impôt		
27	Réduction pour enfants		=SI(B7=0;0;SI(B7=1;C25*0,05;SI(B7=2;C25*0,1;SI(B7=3;C25*0,2;SI(B7>3;((B7-3)*0,1+0,2)*C25))))))
28	Réduction plafonnée		=SI(C27>C25/2;C25/2;C27)
29	Calcul de l'impôt à payer		
30	Impôt net		=C25-C28
31	Taux d'imposition		=C30/C5

La feuille de calcul (formules) et l'affichage des résultats sur un exemple

	A	B	C
1	Calcul de l'impôt sur le revenu (loi de 1914)		
2	Les cellules en vert correspondent aux données		
3			
4	Détermination du revenu imposable		
5	Revenu total		200 000,00
6	Marié ? (OUI, NON)	oui	2 000,00
7	Nb. enfants	3	
8	Réduc pers à charge		3 000,00
9	Revenu imposable		195 000,00
10	Calcul de l'impôt par tranches		
11	Fractions du revenu		
12	Tranche 1		5 000,00
13	Tranche 2		5 000,00
14	Tranche 3		5 000,00
15	Tranche 4		5 000,00
16	Tranche 5		5 000,00
17	Tranche 6		170 000,00
18	Vérif		OK
19	Impôt sur tranche 1		-
20	Impôt sur tranche 2		20,00
21	Impôt sur tranche 3		40,00
22	Impôt sur tranche 4		60,00
23	Impôt sur tranche 5		80,00
24	Impôt sur tranche 6		3 400,00
25	Total impôt avant réduction		3 600,00
26	Calcul de la réduction d'impôt		
27	Réduction pour enfants		720,00
28	Réduction plafonnée		720,00
29	Calcul de l'impôt à payer		
30	Impôt net		2 880,00
31	Taux d'imposition		1,44%

DANS NOS CLASSES

UN PROBLEME OUVERT EN TROISIEME : AUTOUR DES TRIANGLES PYTHAGORICIENS

Par Valentin Buat-Ménard,
Collège de Douvaine (Haute-Savoie)

Note de la rédaction : Valentin Buat-Ménard, ancien stagiaire PLC2 sur Metz en 2002, a repris fin 2013 une activité mise en œuvre et analysée par Isabelle Jacques lorsqu'elle enseignait au collège Roger Nicklès (Dommartheim, 54) dans le cadre d'un travail téléchargeable à l'adresse :

[http://www.ac-nancy-](http://www.ac-nancy-metz.fr/enseigner/maths/m2002/actimath/classe/Activites_et_outils/college/PASI_activites_de_recherche.pdf)

[metz.fr/enseigner/maths/m2002/actimath/classe/Activites_et_outils/college/PASI_activites_de_recherche.pdf](http://www.ac-nancy-metz.fr/enseigner/maths/m2002/actimath/classe/Activites_et_outils/college/PASI_activites_de_recherche.pdf) (lire en particulier la page 45 du document)

J'ai posé ce problème à mes troisièmes qui ont un bon niveau avec quelques élèves brillants et très moteurs :

**Existe-t-il d'autres triangles rectangles que le fameux : « 3-4-5 »,
dont les mesures des côtés sont des entiers successifs ?**

Je partais pour suivre le « protocole » de la fiche, c'est-à-dire, qu'après une recherche individuelle, nous montrerions l'impossibilité de tester toutes les possibilités, que nous choisirions ensuite une approche littérale, avec trois possibilités pour le choix de l'inconnue.

Première séance

Les élèves ont entrepris une recherche individuelle. Assez vite, après échanges avec certains élèves, il a été rappelé qu'il fallait vérifier l'égalité de Pythagore pour savoir si le triangle pouvait être rectangle. Les élèves ont testé et se sont vite rendu compte qu'il y avait du travail en perspective.

Un élève, Clément, qui a de bonnes idées mais une assez mauvaise capacité à les exprimer, avait écrit quelque chose comme : « Plus les nombres sont grand plus l'écart de la somme des côtés va être trop grande », en moins compréhensible, mais je crois que c'était son idée. Je lui ai dit que son explication ne me paraissait pas très compréhensible et qu'en plus, il ne semblait pas avoir pris en compte le fait que le test se faisait sur le carré des côtés.

J'ai ensuite repris la main pour une phase en commun. J'allais les orienter sur « le protocole », quand je me suis dit que ce serait dommage de ne pas explorer la piste de Clément qui m'avait tout de même intrigué. Je lui ai fait exprimer son idée. Certains élèves semblaient comprendre où il voulait en venir, plus que moi visiblement.

En approfondissant, il est parti dans une explication beaucoup plus intéressante, à savoir que pour des nombres inférieurs au 3-4-5, la somme des carrés était inférieure au carré du plus grand côté, et que ça s'inversait après 3-4-5 :

$$2^2 + 3^2 < 4^2 \quad \text{et} \quad 3^2 + 4^2 = 5^2 \quad \text{puis} \quad 4^2 + 5^2 > 6^2 \quad \text{et} \quad 5^2 + 6^2 > 7^2 \quad \text{etc...}$$

A ce stade-là, on était à peu près tous convaincus de son argument, restait à le prouver.

Une élève a proposé de systématiser les tests au tableur. Par chance, j'ai deux ordinateurs en fond de salle. Deux élèves sont allés faire un programme au tableur, et nous avons entrepris d'algébriquer la conjecture de Clément avec les autres.

Nous sommes arrivés à la Conjecture de Clément :

« Si $x > 3$ alors $x^2 + (x+1)^2 > (x+2)^2$ » ce qui revient à

« Si $x > 3$ alors $2x^2 + 2x + 1 > x^2 + 4x + 4$ »

Fin de la première séance (je n'avais à peine qu'une demi-heure, le reste ayant été pris en début d'heure par d'autres activités).

Deuxième séance

Nous avons d'abord regardé au tableur le programme des deux élèves, et nous avons essayé de l'améliorer pour voir apparaître l'inversion de Clément. Nous avons donc opté pour un calcul de la différence $(x+2)^2 - ((x+1)^2 + x^2)$ afin que le signe – montre l'inversion dans la dernière colonne.

Le tableau est très clair (voir Annexe).

Mais il fallait démontrer. La démonstration de la conjecture de Clément est très compliquée pour des élèves de troisième. Je les ai tout de même laissé chercher comment se dépatouiller avec « Si $x > 3$ alors $2x^2 + 2x + 1 > x^2 + 4x + 4$ ».

Quelques élèves l'ont transformé en équation. Les autres ont fait des tests (remarque : nous n'avions pas encore abordé les inéquations, mais ça ne leur a posé aucun problème). Enfin quelques-uns ont essayé de manipuler l'inéquation.

J'ai envoyé un élève écrire sa résolution d'équation et il est arrivé à $2x + 3 = x^2$

Je les ai interrogés sur ce que nous donnerait cette équation. Une élève a dit que les solutions seraient les valeurs du petit côté pour lesquelles le triangle est rectangle. Je leur ai demandé à quelles valeurs on devait s'attendre et une autre élève m'a dit « une valeur négative puisque ça ne doit pas marcher » (là, je dis bravo !). Je leur ai demandé quelle valeur devrait aussi vérifier l'équation, et $x = 3$ a été proposé. Je leur ai ensuite montré vite comment résoudre une telle équation avec des identités remarquables :

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 - 4 = 0$$

$$(x-1)^2 - 4 = 0$$

$$(x-1-2)(x-1+2) = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

Cette phase a été rapide car mon objectif était de leur montrer où ils pouvaient retrouver les calculs littéraux travaillés jusqu'à présent, mais un tel niveau n'est pas attendu en troisième.

Nous avons ensuite exploré l'autre possibilité, « résoudre » l'inéquation : une élève est arrivée à la réduire à : $x^2 > 2x + 3$. Les élèves ne voyaient pas comment aller plus loin. Je leur ai montré qu'on pouvait s'en sortir par un raisonnement « intuitif » :

Si j'impose $x > 3$ alors $3x > 2x + 3$ or pour $x > 3$ on a logiquement $x^2 > 3x$ CQFD

Très honnêtement les élèves n'en pouvaient plus : beaucoup d'informations pas faciles à suivre. Encore une fois, la fin de cette activité était plus culturelle qu'autre chose, ou comment mettre en perspective les outils que nous commençons à mettre en place en troisième. Tous les élèves n'en ont clairement pas pleinement profité mais la classe a été impliquée jusqu'au bout, l'événement « Théorème de Clément » ayant aiguisé les attentions. Le tableur a pour une fois été brillamment proposé par un élève et non imposé par le prof. Il s'est révélé très utile pour appuyer une conjecture. Les élèves ont choisi une voie qui me semblait périlleuse, mais que j'ai osé suivre et c'était un très bon moment.

Merci pour l'activité !

Page suivante : annexe

ANNEXE : Feuille de Calcul pour la conjecture de Clément.

A1	B1	C1	A2*A2	B2*B2	C2*C2- (D2+E2)
1	2	3	1	4	4
2	3	4	4	9	3
3	4	5	9	16	0
4	5	6	16	25	-5
5	6	7	25	36	-12
6	7	8	36	49	-21
7	8	9	49	64	-32
8	9	10	64	81	-45
9	10	11	81	100	-60
10	11	12	100	121	-77
11	12	13	121	144	-96
12	13	14	144	169	-117
13	14	15	169	196	-140
14	15	16	196	225	-165
15	16	17	225	256	-192
16	17	18	256	289	-221
17	18	19	289	324	-252
18	19	20	324	361	-285
19	20	21	361	400	-320
20	21	22	400	441	-357
21	22	23	441	484	-396
22	23	24	484	529	-437
23	24	25	529	576	-480
24	25	26	576	625	-525
25	26	27	625	676	-572
26	27	28	676	729	-621
27	28	29	729	784	-672
28	29	30	784	841	-725
29	30	31	841	900	-780
30	31	32	900	961	-837
31	32	33	961	1024	-896

MATH & MEDIA



Merci à tous nos lecteurs qui alimentent cette rubrique. Qu'ils continuent à le faire, en nous envoyant si possible les originaux, et aussi les commentaires ou activités possibles en classe que cela leur suggère.

Envois par la poste à Jacques VERDIER (7 rue des Bouvreuils, 54710 FLEVILLE) ou par courrier électronique : jacverdier@orange.fr.

Les archives de cette rubrique seront bientôt disponibles sur notre nouveau site à l'adresse : www.apmeplorraine.fr

Que de bouteilles !

Que de bouteilles !

À Saint-Hilaire Saint-Florent (Maine-et-Loire), parmi les nombreux ouvriers d'une grande maison de vins, décorés de la médaille du travail, il en est un, M. R. B., qui, en 32 années de services, a touché à plus de 300 millions de bouteilles. Ses quatre premières années de service soit 1.200 jours de travail, furent employées à la mise en bouteilles. À raison de 5.000 par jour cela lui fait déjà six millions de bouteilles. Les 26 autres années, il pratiqua ce qu'on appelle le remuage. Une tâche très délicate qui consiste à faire tomber sur le bouchon, moyennant cinq ou six coups de poignet, le dépôt qui s'est formé dans le vin pendant sa fermentation. Or, un remueur passe en moyenne 40.000 bouteilles par jour. Dans une année, cela fait 12 millions, et dans 36 années 312 millions. On peut dire de M. R. B. qu'il a toute sa vie cultivée la bouteille, mais c'était pour le bon motif.

C'était il y a 100 ans dans l'Est Républicain et cela a été repris dans « Est magazine », le supplément du journal du 1^{er} décembre 2013.

En première lecture, nous y voyons une occasion de faire travailler avec des grands nombres. La classe des milliers y est repérée par un point et il est écrit 12 millions et non 12.000.000.

L'envie vient alors de refaire les calculs. Dans les quatre années de son service, il a travaillé 1 200 jours, c'est à dire une moyenne de 300 jours par an : pas de congés payés, mais des dimanches et des jours fériés. Il a mis en bouteille une moyenne de 5 000 bouteilles par jour, on retrouve les « six millions de bouteilles » annoncées. Ensuite, il est devenu « remueur » : en une année il a remué 300 × 40 000 bouteilles, c'est à dire les 12

millions annoncés. Pour 36 années, il a donc remué 36 × 12 millions, c'est à dire 432 millions. C'est beaucoup plus que les 312 millions annoncés.

Que s'est-il passé ? Cela nécessite une seconde lecture... Il a travaillé 32 ans (ligne 4) ; à la ligne 6, on parle de ses 4 premières années ; à la ligne 10, on parle des 26 autres années. 26+4 ça fait 30 et pas 32... Mais si on compte, pour le remuage, 26 années de 300 jours de travail à 40 000 bouteilles par jour, on retrouve bien les 312 millions. Il y a donc certainement une faute de frappe à la 17^e ligne : 36 au lieu de 26. Si on ajoute ces 312 millions aux 6 millions du début, cela fait en tout 318 millions : là, pas de contradiction avec la 5e ligne.

La lecture de cet extrait du journal pourrait être proposée en fin de cycle 3 ou en début de collège, en demandant la vérification de ce qu'a écrit le journaliste : apprendre à être critique à propos d'un écrit peut s'apprendre tôt.

François Drouin

Les chiffres clé du baccalauréat 2013

Envoyé par Bernadette This. Source :

http://www.lemonde.fr/education/article/2013/06/12/les-chiffres-cles-du-bac-2013_3428548_1473685.html

Observez le camembert : rien ne vous choque ?

Et la rangée de petits bonhommes en haut à droite : 3,15%, c'est bien 1 sur 26 ?



Sans autre commentaire...

Par contre, vérifiez l'infographie correspondant aux données de 2014 quand elles seront sur le site du Monde ... au cas où l'infographiste se contenterait de reprendre celle-ci en ne modifiant que les valeurs, on ne sait jamais...

Par ailleurs, François avait repéré ce titre dans l'Est Républicain du 20/12/2013 :

Stenay

96,15 % de réussite au bac 2013 à Kastler

E.R. du 20/12/2013

■ La cérémonie de remise des diplômes du bac a rassemblé nombre de parents et d'élèves.

■ Jean-Christophe Vélain était visiblement ému.

Peut-on retrouver le nombre de candidats (les données ne figuraient pas dans l'article) ?

Nous avons trouvé que cela se produisait pour 25 candidats sur 26 (le quotient n'est pas exact), et pour tous les "multiples" de 25 sur 26. Mais y a-t-il d'autres possibilités ?

Élections municipales dans la campagne lorraine

1. Lu le 24/03 dans l'Est Républicain, commentaire à propos des municipales

(Lire l'article ci-contre)

Pour être élu, il faut avoir obtenu la moitié du nombre des voix exprimées plus une (en réalité, le code électoral dit « la majorité absolue », c'est à dire plus de 50 %). En Meuse, au village des Paroches, ceci est devenu dans l'esprit du maire organisant les élections "il faut 50% plus 1", donc 51 %. Cela peut faire sourire, mais n'y aurait-il pas derrière tout cela les conséquences d'utilisation en particulier d'expression comme "le taux de chômage a baissé d'un point" ? On travaille avec des nombres de % en négligeant que ce sont des pourcentages d'un nombre ou d'une grandeur.

Annexe. Les résultats aux Paroches ont été les suivants :

1^{er} tour : 314 inscrits, 259 votants, 256 suffrages exprimés.

Patrizia N. a obtenu 129 voix (50,39 %). Il lui fallait au moins 128 voix pour être élue, d'après le code électoral.

2^e tour : 314 inscrits, 241 votants, 237 suffrages exprimés.

Patrizia N. a obtenu 74 voix, soit 31,22 %, et n'est pas élue.

Élue mais... pas élue

Aux Paroches, 395 habitants, une candidate a obtenu la majorité des voix, soit 50,4 %. Cependant, elle n'est pas élue car son nom n'a pas été cité parmi les élus lors de la proclamation des résultats. Une confusion a fait croire qu'il fallait 51 % des voix au lieu de 50 % des voix plus une. La personne concernée a choisi d'aller au contentieux pour faire valoir ses droits. En tout état de cause, le conseil municipal n'est pas complet après le premier tour et il y aura, dimanche, un scrutin pour élire les deux derniers conseillers municipaux sur les 11 du village. La personne est candidate et si elle est élue, le problème devrait être classé. Si ce n'est pas le cas, la procédure se poursuivra et le tribunal administratif donnera son avis.

A la date où nous écrivons, nous ne savons pas si la candidate a contesté l'élection ou si la sous-préfecture a validé les résultats.

Une recherche sur le site ci-dessous nous a fourni des résultats surprenants... Zéro voix mais un pourcentage non nul...

<http://www.europe1.fr/Municipales/Resultats/55300/Les-Paroches/>

Hilario CRESPO	0 voix (40,63%)
Françoise SAGET	0 voix (40,23%)
Daniel WENGER	0 voix (40,23%)
Michel SARTINI	0 voix (39,84%)
Dimitri WENGER	0 voix (39,45%)

2. Lu le 24/03 dans l'Est Républicain, résultats des municipales

Commune de LEMENIL-MITRY. 3 habitants. Maire sortant : Henry de Mitry (*maire depuis 1977*)

6 inscrits sur la liste électorale. 7 sièges à pourvoir.

6 votants (100% des inscrits). 6 suffrages exprimés (100% des votants).

Elus : N. Charrois, C. de Mitry, F. de Mitry, H. de Mitry, I. de Mitry, J-H. de Mitry, F. Volot.

Certains auraient envie de repérer deux intrus dans la liste des noms, mais ce sont peut être des conjoints d'autres élus. Plus surprenant est le fait qu'il n'y a que 6 inscrits sur la liste électorale et 7 sièges à pourvoir. Le conseil municipal élu ne pourra donc jamais être complet lorsqu'il siègera.

Étonnant, non ?

Pour en savoir plus sur cette commune: <http://fr.wikipedia.org/wiki/Lem%C3%A9nil-Mitry>

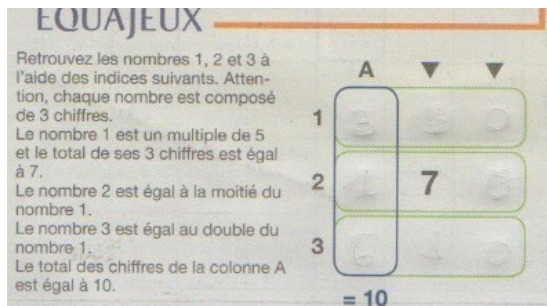
Détail « pittoresque » : le site <http://www.communes.com> nous apprend que sa population a augmenté de 50 % entre les recensements de 1999 et 2008. En effet, elle est passée de 2 à 3 habitants !!!

DANS NOS CLASSES

ÉQUAJEUX

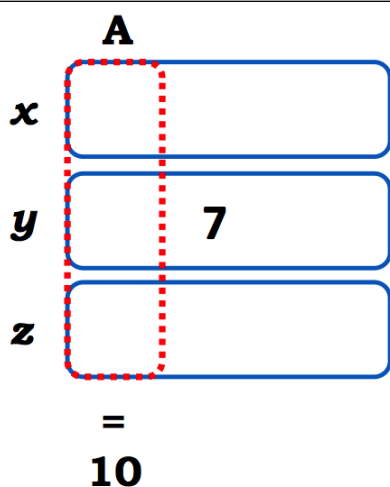
Anne-Claire DALSTEIN, François DROUIN, Michel RUIBA

Depuis début septembre 2013, chaque supplément du week-end de l'Est Républicain propose un petit jeu numérique nommé « EQUAJEUX ». Voici le premier de la série.



Ayant envie d'utiliser ce type de jeux avec des élèves ou des étudiants, nous avons décidé ne plus préciser le nom du jeu pour ne pas induire une piste de résolution et nous avons quelque peu modifié les phrases initiales.

Voici un exemple de la présentation et des formulations qui ont finalement circulé entre nous.



Retrouve les nombres x , y , z et A à l'aide des indices suivants :

- Chaque nombre est composé de trois chiffres.
- Le nombre x est un multiple de 5 et la somme de ses trois chiffres est 7.
- Le nombre y est la moitié du nombre x .
- Le nombre z est le double du nombre x .
- La somme des chiffres de la colonne A est égale à 10.

Au collège des Hauts de Blémont à Metz

Des groupes avaient été mis en place dès la rentrée pour anticiper la mise en œuvre de l'Aide personnalisée en 6ème. Pendant que deux groupes étaient affectés au dispositif D'COL (*), deux autres groupes étaient constitués d'élèves en difficulté et deux derniers regroupaient les élèves qui se débrouillaient plutôt bien.

Deux élèves, avec peut être un peu de chance, ont trouvé en moins de dix minutes. Les autres, encouragés par ce succès, ont redoublé d'efforts, qui en faisant des essais, qui en relisant et construisant des raisonnements. Heureusement, les deux défis suivants avaient été préparés pour les plus avancés. Finalement, la moitié des binômes a résolu les trois défis. Les autres en ont résolu deux, il est malgré tout resté une élève bloquée devant l'enthousiasme de ceux qui trouvaient.

Qu'il y ait plusieurs contraintes sur les nombres ne les a pas gênés longtemps et des raisonnements plus qu'intéressants ont été entendus : « le chiffre des centaines de x ne peut pas dépasser 4 car z est le double et il faudrait un chiffre des mille », ou d'autres sur la parité de x pour en prendre la moitié. Difficile pour l'enseignant de prendre des notes lorsque les élèves échangent entre eux... Avec ces élèves, le passage à l'écrit reste difficile et n'a pas été tenté pour ne pas les bloquer dans leurs recherches.

(*) Pour en savoir plus sur le dispositif D'COL :

<http://www.education.gouv.fr/cid72317/d-col-personnaliser-accompagnement-des-eleves-difficilte.html>

Avec des étudiants messins en Master 1

Le premier énoncé du jeu a été également proposé à un groupe d'étudiants préparant le concours de Professeur des Écoles à l'ESPE, site de Metz-Montigny. Ils avaient déjà rencontré les décompositions canoniques des nombres entiers ($1789 = 1 \times 1000 + 7 \times 100 + 8 \times 10 + 9 \times 1$). Le travail leur a été présenté comme une « narration de recherche » : il leur était demandé de rédiger un écrit, même non abouti. Les recherches ont été faites individuellement.

Je remplace c de l'égalité suivante :

$$x = 100a + 10b + c$$

$$x = 100a + 10b + 7 - a - b$$

$$x = 99a - 9b + 7$$

$$x = 9(11a - b) + 7$$

on sait que $x = 5a$

$$5a = 99a - 9b + 7$$

$$99a = 5a + 9b - 7$$

$$94a = 9b - 7$$

$$a = \frac{9b - 7}{94}$$

Je ne sais pas quelle informat° de l'énoncé utiliser en 1^{er}

$$x + y + z = 100a + 10b + c + 100d + 10e + f + 100g + 10h + i$$

$$x + y + z = 100(a + d + g) + 10(b + e + h) + c + f + i$$

$$x + y + z = 100 \times 10 + 10(b + e + h) + c + f + i$$

$$x + y + z = 1000 + 10(b + e + h) + c + f + i$$

Si x est 1 multiple de 5, le nombre x finit soit par 0, soit par 5. d'où $c = 0$ ou $c = 5$

Or $a + b + c = 7$

Si $c = 0$: $a + b = 7$

Si $c = 5$: $a + b = 2$

$$100a + 10b + c = 10(10a + b) + c$$

$$x + y + z = x + \frac{x}{2} + 3x$$

$$x + y + z = \frac{2x + x + 6x}{2} = \frac{9x}{2}$$

Voici quelques remarques à propos de quelques uns de leurs écrits.

Dans ce premier écrit, l'étudiant ne craint ni l'utilisation de lettres, ni la mise en œuvre du calcul algébrique. Après une série de calculs dans lesquels la lettre « a » représente deux nombres différents, il avoue : « je ne sais pas quelle information de l'énoncé utiliser en premier ». Cependant, il continue des calculs qui n'aboutissent pas. Il est possible que l'étudiant ait été confronté pendant sa scolarité ou pendant ses études à des propositions de solutions lui paraissant tout aussi mystérieuses que ce qu'il écrit, mais dont l'aboutissement au résultat attendu lui est paru quelque peu « miraculeux ». Peut-on espérer la reproduction de ce type de « miracle » ?

Dans ce deuxième écrit, l'étudiant a trouvé trois nombres qui répondent aux conditions de l'énoncé proposé, mais ne se pose pas la question de savoir si d'autres nombres peuvent convenir. Il n'a peut être pas souvent été confronté à des problèmes admettant plusieurs solutions et ne fait pas encore la différence entre un exemple qui illustre une problématique et le fait qu'un exemple ne m'assure pas de la résolution d'un problème mathématique. Il lui sera sans doute difficile d'admettre qu'un exemple générique pourra devenir élément de preuve : dans ce cas, ce n'est pas l'exemple qui prouve, mais la généralisation de la manière dont l'exemple fonctionne.

Voici un troisième écrit qui pourra nous convaincre que la solution trouvée est l'unique solution au problème posé. La

logique du dénombrement pour les possibilités de « x » est apparente. Nous pouvons être convaincus qu'il n'existe pas d'autres solutions. Nous pouvons également remarquer que la démarche utilisée ne fait pas appel à l'utilisation du calcul algébrique.

Il suffit maintenant de prendre l'une de ses possibilités et de regarder si elle remplit les autres conditions soit : le nombre y est la moitié du nombre x et le nombre z est le double du nombre x . Et la somme des centaines de ces trois nombres est égale à 10.

Pretons $x = 700$ alors $y = 350$ et $z = 1400$.
- cela ne marche pas car le nombre z a 4 chiffres.

Essayons avec $x = 340$ alors $y = 170$ et $z = 680$.
La somme des chiffres des centaines de ces trois nombres est $3 + 1 + 6 = 10$.
Donc les nombres à trouver étaient :

$$x = 340$$

$$y = 170$$

$$z = 680$$

En collège, l'utilisation de moyens d'enregistrement des débats à l'intérieur des groupes de recherche faciliterait l'analyse des procédures envisagées. pourrait en être de même avec les étudiants, certains ne voulant écrire que « la solution ». Le fait de pouvoir obtenir des traces écrites facilite cependant l'analyse des modes de pensée de ceux qui sont confrontés à la résolution de tels exercices.

De semaine en semaine, d'autres « EQUAJEUX » sont proposés aux lecteurs de l'Est Républicain. Nous avons eu envie d'envisager autre chose que les « double » et « moitié » présents dans les jeux du journal.

II x finit par 5 ou 0 car multiple de 5.

Possibilités pour x :

400	115
020	205
610	025
450	
250	
520	
340	
430	

070
025 $\times$ car 2 chiffres

115 et 205 ne marchent pas car la moitié donnerait un nombre à virgule.
ex: $205 \div 2 = 102,5$

700, 610 et 520 ne marchent pas car leur double donnerait un nombre à 4 chiffres.
ex: $700 + 700 = 1400$

Pour $x = 400$
 $y = 80$
ça ne marche pas car y est à 2 chiffres

Pour $x = 250$
 $y = 125$
 $xy = 500$
 $2+1+5 = 8$
8 $\neq$ 10 donc ça ne marche pas

Pour $x = 340$
 $y = 170$
 $xy = 680$
 $6+1+3 = 10$

Pour $x = 430$
 $y = 215$
 $xy = 860$
 $8+2+4 = 14 \neq 10$
ça ne marche pas.

Solution :

$x = 340$
$y = 170$
$xy = 680$

x**y****z**

0

Retrouve les nombres x, y, z à l'aide des indices suivants :

Chaque nombre est composé de trois chiffres.

Le nombre x est un multiple de 4 et la somme de ses trois chiffres est 9.

Le nombre y est le tiers du nombre x .

Le nombre z est le triple du nombre x .

Les nombres à retrouver sont 324, 108 et 972. Nous avons remarqué que dans ce cas, il n'était pas utile de donner autant d'indications que dans les propositions de l'Est Républicain.

Il est bien tentant de faire créer d'autres défis par des élèves ou des étudiants, respectant ou non le nombre et le type des consignes des jeux d'origine ; nous comptons bien nous y employer, et les lecteurs qui en créeraient, ou en feraient créer par leurs élèves, sont chaleureusement invités à nous les communiquer.

Faites-les parvenir, ainsi que d'éventuels comptes rendus des séances, à michel.ruiba@ecopains.net et francois.drouin2@wanadoo.fr. Nous en rendrons compte dans un prochain Petit Vert. Merci d'avance.

DANS NOS CLASSES RÉALITÉ ou FICTION ?

DHG et Surbooking

*Par Abdellatif Kbida,
Lycée Bichat, Lunéville*

Les gestionnaires du rectorat décident chaque année quel sera le volume horaire qu'ils débloquent pour chaque établissement scolaire. Pour cela, ils doivent prévoir et anticiper au plus juste le flux d'élèves et décider du nombre de classes à ouvrir.

Un lycée B recrute des élèves de seconde sur un ensemble de collèges de son bassin. Il y a potentiellement 330 élèves de troisième qui seraient scolarisés en classe de seconde à la rentrée prochaine.

Cependant au fil des années on a remarqué que pour diverses raisons (déménagement, redoublement, accident de la vie, etc.), un élève de troisième prévu s'inscrit effectivement dans ce lycée avec une probabilité de 94 %.

Soit X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre d'élèves qui s'inscrivent dans ce lycée.

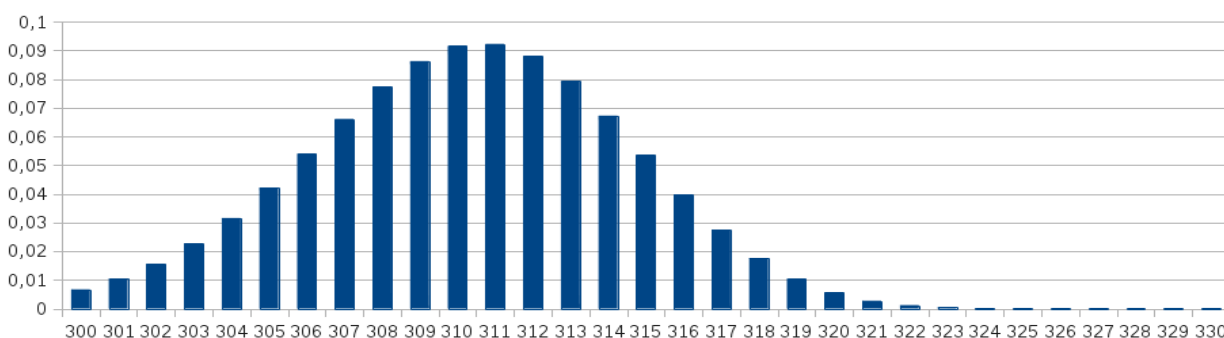
1. Justifier que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Le rectorat décide d'ouvrir 9 classes de seconde à 35 élèves soit une prévision de 315 élèves. Il pratique ce que l'on appelle du « surbooking ».
 - a) Calculer la probabilité qu'au plus 315 élèves s'inscrivent.
 - b) En déduire la probabilité qu'il y ait effectivement du surbooking à la rentrée prochaine.
3. L'ouverture d'une dixième classe est un surcôt que les gestionnaires souhaitent éviter. On pense que dépasser de un élève les 35 élèves par classe ne nécessite pas l'ouverture d'une dixième classe. Quel est le risque d'ouvrir une dixième classe selon ce critère ? Doit-on prévoir l'ouverture d'une dixième classe ?

Réponses

1. La variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $B(330, 94 \%)$:

- X comptabilise le nombre d'élèves s'inscrivant en classe de seconde ;
- deux issues contraires, l'élève de troisième s'inscrit ou pas $p = 94\%$ et $q = 6\%$;
- on répète 330 fois la même expérience aléatoire ;
- les expériences sont indépendantes.

Pour tout entier k compris en 0 et 330 on a $P(X = k) = \binom{330}{k} \times 0,94^k \times 0,06^{330-k}$



2. a) On calcule $P(X \leq 315) = \sum_{i=0}^{315} P(X = i)$ à l'aide d'un tableur par exemple,

on obtient $P(X \leq 315) \approx 0,8944$ (on pourrait aussi approcher cette loi binomiale par une loi normale $m = 330 \times 0,94 = 310,2$ et $\sigma = \sqrt{n p (1-p)} \approx 4,31$).

- b) Il y a surbooking dès qu'on a un nombre d'élèves strictement supérieur à 315 soit

$P(X > 315) = 1 - P(X \leq 315) \approx 0,1056$: on a approximativement 10,56 % de risque qu'il y ait du surbooking.

3. On sera obligé d'ouvrir une classe supplémentaire si on a $1 \times 9 + 1 = 10$ élèves en plus, soit

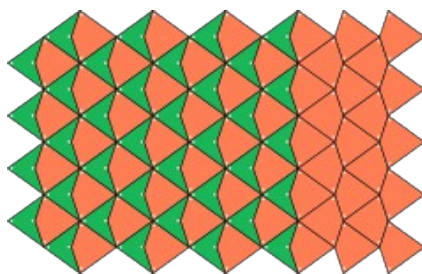
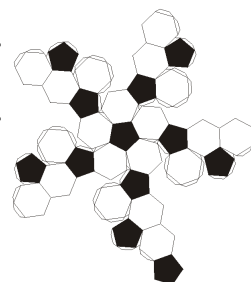
$P(X \geq 325) \approx 0,000058786 \approx 0,006 \%$. Le risque de devoir ouvrir une dixième classe est extrêmement faible, on maintient le nombre de classes de seconde de ce lycée à 9.

VU SUR LA TOILE

Bricolomaths

Les périodes de congés sont souvent l'occasion de réaliser quelques activités de bricolage. Il ne sera pas nécessaire d'attendre l'ouverture des magasins le dimanche pour préparer des découpes pour la rentrée 2014. Cependant, les sites que je vous propose cette fois-ci peuvent nécessiter du matériel.

On pourra imprimer et colorier nombre de patrons de polyèdres disponibles sur <http://www.korthalsaltes.com/> Il y en a pour tous les goûts (voir illustration ci-contre).

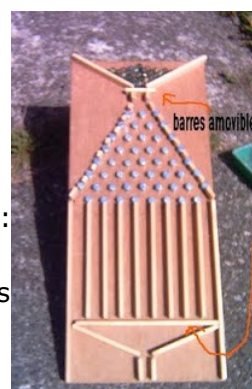


Pour les amateurs du pavage de Penrose, vous trouverez un kit de construction ici :

<http://lmrs.univ-rouen.fr/Vulgarisation/Penrose/penrose.html>

Une planche de Galton virtuelle est utilisable sous ce lien : <http://www.espace-sciences.org/explorer/animations-en-ligne/la-planche-de-sir-galton>, mais le mieux est de fabriquer la sienne avec les instructions suivantes :

<http://bidouillesetmathscollege.blogspot.fr/2009/09/planche-de-galton-seconde-premiere.html>



Le même site propose une multitude de réalisations à reproduire : <http://bidouillesetmathscollege.blogspot.fr/>

AVERTISSEMENT

CECI N'EST NI UN TRAITE, NI UN COURS.
C'EST SIMPLEMENT L'HISTOIRE D'ANSELME LANTURLU
ET DE L'UN DE SES VOYAGES,
AU PAYS DE LA GEOMETRIE.

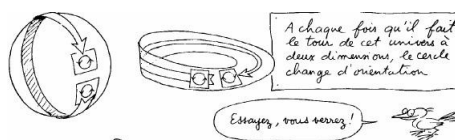
À LIRE DE PREFERENCE AVEC :

- * D'ABORD DE L'ASPIRINE
- * PUIS DE LA FICELLE
- * DES CISEAUX
- * DU RUBAN ADHESIF
- * UN RAPPORTEUR
- * ET UN JOLI BALLON

BIEN ROND...

1

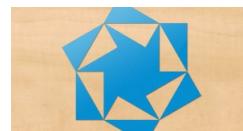
Certains d'entre vous se souviennent peut-être du Geometricon : <http://www.savoir-sans-frontieres.com/JPP/telechargeables/Francais/LE%20GEOMETRICON.pdf>. Il contient également son lot d'activités manuelles.



Enfin, le jardin de Kiran, en lien avec la pédagogie dite « Montessori », propose, conformément à leur philosophie, beaucoup d'activités manuelles :

<http://www.lejardindekiran.com/category/bricolage/>

Les triangles constructeurs permettent de réaliser de chouettes figures : <http://www.lejardindekiran.com/fabriquer-les-triangles-constructeurs-bleus-de-montessori-modeles-en-carton/>



gilles.waehren@wanadoo.fr

[retour au sommaire](#)

Solution du problème n° 117

Rappel de l'énoncé : Les cent passagers d'un vol en avion - toutes les places ont été réservées - s'apprêtent à embarquer. Le premier à monter dans l'avion, un brin étourdi, s'assied au hasard. Les suivants s'installent ensuite à la place prévue par leur billet, à moins que celle-ci ne soit déjà occupée, auquel cas ils choisissent une place au hasard. Quelle est la probabilité que le dernier passager à entrer trouve sa place libre ?

Nous avons reçu qu'une seule solution (de Jacques Choné), et deux programmes de simulation, l'un en Maple (de Jacques Choné), l'autre en Python (de Gilles Waehren, qui nous a également fourni l'algorithme).

La solution du problème : Généralisons le problème à n passagers. On note E_n l'événement étudié et p_n sa probabilité dans l'univers dans lequel il y a n passagers. Et on note P_n la fonction probabilité dans ce même univers.

On a évidemment $p_1 = 1$ et on va montrer que pour tout $n \geq 2$, on a $p_n = \frac{1}{2}$.

On peut supposer, sans perte de généralité, que les billets des passagers qui entrent successivement soient numérotés dans l'ordre $n, n-1, \dots, 2, 1$.

E_n est alors l'événement : « le passager avec le billet 1, qui entre en dernier lorsqu'il y a n passagers, trouve sa place libre » (attention, l'univers change avec n).

On note X_n la variable aléatoire uniforme sur $\{1, 2, \dots, n\}$ égale au numéro du siège occupé par le passager ayant le billet n (premier passager à entrer). On étudie l'événement E_n en le conditionnant par les valeurs que peut prendre X_n .

$$\text{On a : } p_2 = P_2(E_2) = P_2(X_2=1) \cdot P_2(E_2/X_2=1) + P_2(X_2=2) \cdot P_2(E_2/X_2=2) = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

La proposition annoncée est donc vraie pour $n=2$.

Soit n un entier au moins égal à 3. Supposons que pour tout $k \in \{2, \dots, n-1\}$, on ait $p_k = \frac{1}{2}$.

$$\text{On a : } P_n(E_n) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n P_n(E_n/X_n=k) \text{ . Or } P_n(E_n/X_n=1)=0 \text{ , } P_n(E_n/X_n=n)=1 \text{ et,}$$

pour tout $k \in \{2, \dots, n-1\}$, $P_n(E_n/X_n=k) = P_k(E_k)$ (ici il y a bien P_k car on a changé d'univers !).

En effet (pour cette dernière égalité), si le passager ayant le billet n (premier passager à entrer) occupe le siège k , les passagers ayant les billets $n-1, n-2, \dots, k+1$ occupent leur places prévues et on se retrouve dans la situation (changement d'univers) où les passagers $k, k-1, \dots, 1$ doivent se placer successivement, le premier passager à entrer choisissant une place au hasard.

$$\text{On obtient donc : } p_n = P_n(E_n) = \frac{1}{n} (0 + \sum_{k=2}^{n-1} p_k + 1) = \frac{1}{n} (0 + (n-2) \frac{1}{2} + 1) = \frac{1}{2} \text{ ,}$$

ce qui termine la démonstration.

J. Choné nous faisait également savoir qu'il existait de nombreuses références à ce problème, et en particulier la solution « astucieuse » (elle ne nécessite donc aucun calcul) suivante, dont nous donnons une traduction :

Lorsque le dernier passager monte à bord, il n'y a que deux possibilités. Ou bien il s'agit de son siège, ou bien il s'agit de celui du premier passager. En supposant qu'aucune préférence n'a été exercée par les passagers montant à bord concernant l'un ou l'autre des deux (derniers) sièges, ils ont chacun la même probabilité de devenir le dernier siège non occupé, à savoir 50%.

(<http://www.cut-the-knot.org/Probability/LostPass.shtml#solution>)

Un algorithme correspondant à la situation :**Fonction** remplissage () (retourne vrai ou faux)**Début**

avion ← liste des entiers de 1 à 100

pass1 ← entier aléatoire entre 1 et 100

retirer de avion l'élément pass1**pour** i allant de 2 à 100 **faire** : **si** i<100 **alors** : **si** i est élément de avion **alors** : retirer de avion l'élément i **sinon** :

place ← entier aléatoire entre 1 et taille(avion)

retirer de avion l'élément à l'indice place **finSi** **sinon** : **retourner** (i est élément de avion) **finSi****finPour****Fin****Un programme de simulation (en langage Python) :**

```

from random import randint

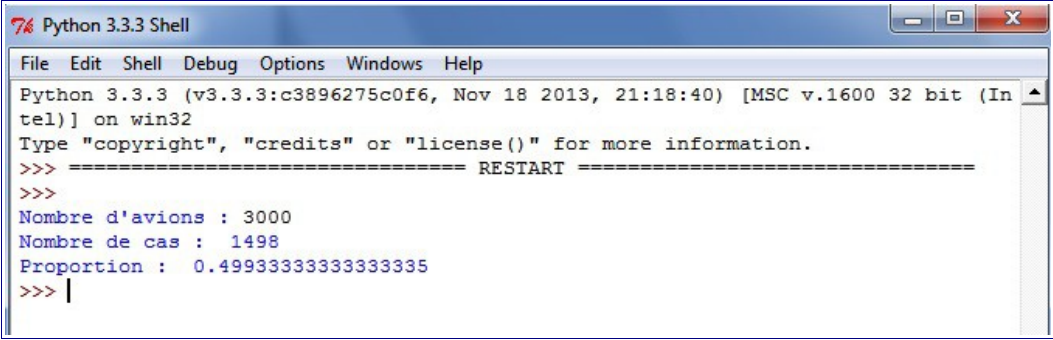
def remplissage():
    avion=[]
    for i in range(1,101):
        avion.append(i)
    pass1=randint(1,100)
    avion.remove(pass1)
    for i in range(2,101):
        if i<100 :
            if avion.count(i) != 0:
                avion.remove(i)
            else :
                place=randint(0,len(avion)-1)
                avion.remove(avion[place])
        else :
            return avion.count(i)!=0

def echantillonnage(N):
    S=0
    for i in range(N):
        if remplissage():
            S+=1
    return S

N=int(input("Nombre d'avions : "))
eff=echantillonnage(N)
print("Nombre de cas : ",eff)
print("Proportion : ",eff/N)

```

qui donne les résultats suivants :



```

Python 3.3.3 Shell
File Edit Shell Debug Options Windows Help
Python 3.3.3 (v3.3.3:c3896275c0f6, Nov 18 2013, 21:18:40) [MSC v.1600 32 bit (Intel)] on win32
Type "copyright", "credits" or "license()" for more information.
>>> ===== RESTART =====
>>>
Nombre d'avions : 3000
Nombre de cas : 1498
Proportion : 0.49933333333333335
>>> |

```

ce qui est conforme à ce qu'on attendait.

[retour au sommaire](#)

Problème du trimestre n°118

Problème de pesées proposé par André Stef

On dispose d'une balance de Roberval supposée équilibrée. Ce qui n'arrive bien sûr jamais, sauf en math (précision importante, car la pesée d'objets en physique, donc en "vrai" fait appel au "principe de double pesée". Si on vous fait le coup d'une simple pesée dans un commerce, appelez la police !).

On part donc en MATH du principe que si on place un objet sur chaque fléau de la balance, la balance est en équilibre si les deux objets ont même masse (donc même poids, ce que compare la balance), et penche sinon du côté de la masse la plus importante.

Problème connu : On a 9 boules identiques d'aspect mais une boule est plus lourde (mais non détectable "à la main"). Comment peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 2 pesées (au plus) ?

Ce n'est pas la question du Petit Vert, vous pouvez cependant chercher ou regarder la production d'un atelier MATH.en.JEANS sur le sujet (utile pour la suite) :

http://mathenjeans.free.fr/adh/articles/2009/VillerslesNancy_2009/pesee_Villers_2009.pdf.

Variation : On a 12 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Comment peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?

Ce problème est également connu et vous pouvez vous préparer à la suite en cherchant une solution.

Question 1 : On a 13 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?

Question 2 : On a 14 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?

Question 3 : On a 15 boules identiques d'aspect mais une boule est de masse (et donc de poids) différente. Peut-on déterminer de manière certaine cette boule en 3 pesées (au plus) ?

Question 4 : Reprendre ces questions en autorisant une boule supplémentaire régulière connue (on sait qu'elle est de même masse que toutes les autres sauf celle qui est donc classée "hors norme").

Question 5 : Combien de boules peut-on autoriser pour que si l'une d'entre elles (exactement) est de masse différente et qu'on a droit à 4 pesées ? (sans boule régulière de référence).

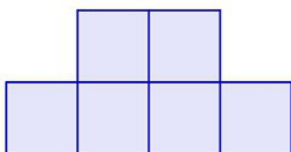
Question 6 : Problème plus général. On a droit à n pesées. Combien de boules sont autorisées ?

La rubrique « Problèmes » a un nouveau responsable : André STEF. Lui envoyer vos solutions à ce problème (nous espérons en avoir une grande quantité), ainsi que toute proposition de nouveau problème : Andre.Stef@univ-lorraine.fr

SOLUTION DU DÉFI COLLÈGE n° 117

Rappel de l'énoncé : Essayez de construire, avec le moins de cubes possible, une forme géométrique en trois dimensions

dont la vue de face est :

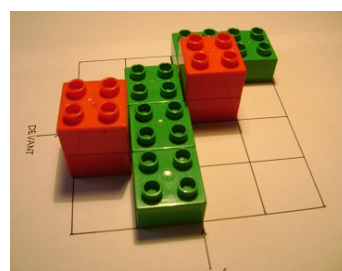
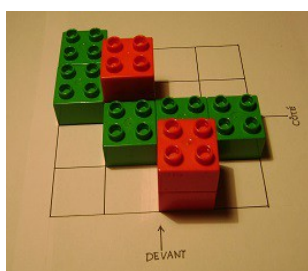
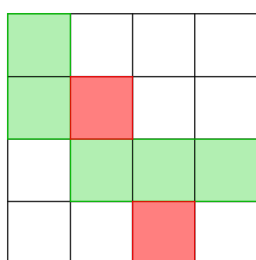


et dont une vue de profil est :

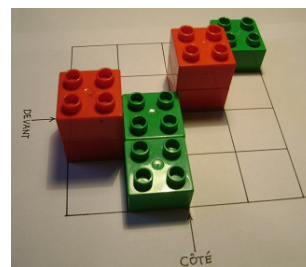
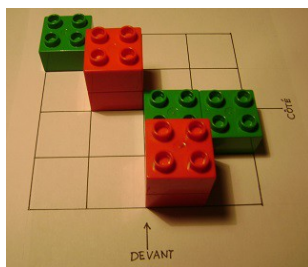
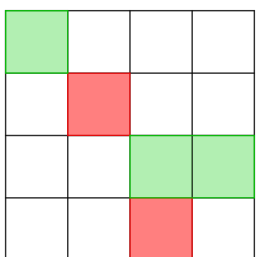


Combien faut-il de cubes au minimum pour la réaliser ?

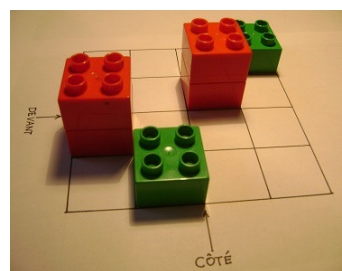
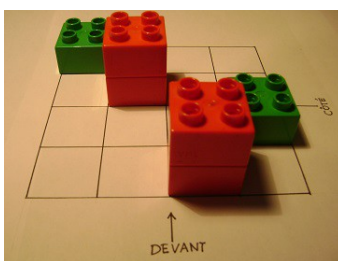
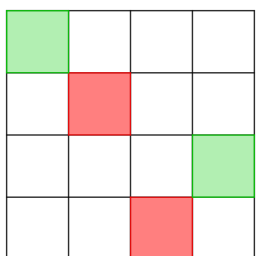
Une solution avec **9** cubes était assez facile à trouver. Nous vous donnons ci-dessous à gauche la vue de dessus, avec les conventions suivantes : ce qui est en vert correspond à un seul cube, et ce qui est en rouge à deux cubes superposés. Les deux images de droite sont une maquette en Lego (ici ce ne sont pas des cubes, mais des briques à base carrées, avec les mêmes conventions de couleurs).



Mais on pouvait également trouver une solution avec seulement **7** cubes, dont certains ne sont contigus que par des arêtes (dans la solution ci-dessus, les cubes étaient contigus par au moins une face).



Mais on pouvait encore faire mieux, avec seulement **6** cubes. Cette fois, ils ne sont pas tous contigus (certains rétorqueront qu'il ne s'agit alors pas d'une « forme géométrique », mais derrière ce vocable on peut y mettre ce que l'on veut). Vérifiez, cela donne bien les vues de face et de côté demandées.



Par contre, on peut démontrer qu'il est impossible de trouver une solution avec moins de 6 cubes ... ni avec plus de 20 cubes.

Solution du défi lycée n°117

Rappel de l'énoncé : Dans un jeu, dix personnes P1, ..., P10 tirent l'une après l'autre un billet dans un sac opaque qui contient vingt billets de 5 euros et un billet de 500 euros (ces billets sont indiscernables au toucher), et le gardent. Après chaque tirage, la probabilité que le billet de 500 euros soit encore dans le sac diminue ; pour éviter ce désavantage, P10 propose à P1 de lui donner 5 euros pour pouvoir tirer en premier, P1 tirant alors en dernier. P1 doit-il accepter ?

Remarque préalable : l'hypothèse « ces billets sont indiscernables » au toucher est importante ! Si, par exemple, le billet de 500 € était « plus facile à tirer » que les autres (par ex. parce qu'il est plus large), tout ce qui suit serait caduc.

Si P1 tire en premier :

Il a une proba $1/21$ de gagner 500 et $20/21$ de gagner 5 (la suite du tirage n'a aucune incidence sur son gain).

Espérance de gain $E = \frac{1}{21} \times 500 + \frac{20}{21} \times 5 = \frac{200}{7} \approx 28,57$

Si P1 tire en dernier :

Pour gagner 500, il faut que les neuf joueurs passés avant lui tirent un billet de 5, et que lui tire le billet de 500.

Proba que les neuf premiers joueurs tirent 5 : $\frac{20}{21} \times \frac{19}{20} \times \dots \times \frac{13}{14} \times \frac{12}{13} = \frac{12}{21}$

Proba que P1 tire le billet de 500 (sachant que les 9 premiers ne l'ont pas tiré) = $1/12$; proba qu'il tire un billet de 5 = $11/12$.

P1 a donc, dans le cas où aucun des neuf premiers n'a tiré le billet de 500, une proba $\frac{12}{21} \times \frac{1}{12} = \frac{1}{21}$ de gagner 500 et une proba $\frac{12}{21} \times \frac{11}{12} = \frac{11}{21}$ de gagner 5.

Mais si un des neuf premiers a tiré le billet de 500, P1 gagne 5. Cet événement étant complémentaire de l'événement « les neuf premiers joueurs tirent 5 », sa probabilité est donc de $9/21$.

L'espérance est de gain de P1 est donc $\left(\frac{1}{21} \times 500 + \frac{11}{21} \times 5 \right) + \frac{9}{21} \times 5 = \frac{200}{7} \approx 28,57$

La probabilité de gagner est donc la même quelle que soit la stratégie de P1. Il a donc tout intérêt à accepter la proposition de P10 (même si P10 ne lui offre qu'une somme dérisoire).

Et si on voyait les choses autrement ?

En réalité, mais vous ne le savez peut-être pas, les billets sont des petits êtres surnaturels doués d'autonomie. Ce sont eux qui décident (de façon strictement aléatoire) dans quel ordre ils vont être tirés, et ils se débrouillent pour aller dans la main du joueur correspondant. « On » sait donc déjà, avant que les joueurs ne commencent, lequel aura le billet de 500. Il est alors évident que chacun des 10 joueurs a la même probabilité que les autres de « tomber » sur le billet de 500 : $\frac{1}{21}$.

L'espérance de gain de chacun des joueurs est donc $E = \frac{1}{21} \times 500 + \frac{20}{21} \times 5 = \frac{200}{7} \approx 28,57$

On retrouve bien les espérances de gain données dans la solution ci-dessus.

Quelques commentaires de Rémi Peyre à propos de l'encadré précédent.

Oui, en effet, je pense que c'est la meilleure façon de voir les choses. Le point délicat est bien sûr de comprendre *pourquoi* il est effectivement licite de procéder ainsi. Je pense qu'il y a deux choses que j'estimerais important de mentionner :

- Cela ne change rien concernant nos joueurs d'imaginer qu'il y aura 10 personnes fictives qui continueront après eux de tirer les billets jusqu'au dernier, ce qui fait qu'on peut aussi bien imaginer que ce sont les billets qui choisissent chacun son joueur que l'inverse.
- Souligner la symétrie parfaite qui existe dans le problème entre les différents billets : il est bien clair qu'à l'échelle élémentaire, la probabilité que {le joueur n°1 tire le billet A, le joueur n°2 tire le billet B, ..., le joueur n°20 tire le billet T} est la même que la probabilité que {le joueur n°1 tire le billet M, le joueur n°2 tire le billet C, ..., le joueur n°20 tire le billet J}, et de même pour n'importe quelle permutation. Par conséquent, une fois qu'on ajoute ces possibilités élémentaires, la probabilité que le gros billet se retrouve dans la main du joueur n°1 est la même que celle qu'il se retrouve dans la main du joueur n°10.

DEFI COLLEGE n° 118

Le Diable et le Fainéant

Un Fainéant se désespérait d'être toujours sans le sou. Ne sachant plus à quel saint se vouer, il eût l'idée d'invoquer le Diable. A peine avait-il prononcé son nom qu'il le vit apparaître. Dominant son effroi, le Fainéant demanda à son visiteur une recette pour faire fortune.

« C'est enfantin, répondit le Diable. Il suffit de traverser plusieurs fois le pont que tu vois là-bas. Après chaque traversée, tu te trouveras avec, dans ta poche, deux fois plus d'argent qu'auparavant.

- Pas possible s'exclama le Fainéant.

- Je m'en porte garant, affirma le Diable. Mais attention ! Il y a une condition : pour me payer de ma peine, tu me donneras 24 euros au terme de chaque traversée miraculeuse. Entendu ?

- Entendu, répondit le Fainéant, enthousiasmé à l'idée de faire si facilement fortune. Commençons sur le champ ! »

Le Fainéant traversa donc le pont une première fois et, ô stupeur, constata qu'il avait dans sa poche le double de la somme qui s'y trouvait auparavant. Ravi, il s'empressa de donner 24 euros au diable et de traverser le pont une seconde fois. Il put s'assurer de nouveau que le diable n'avait pas menti : son argent avait encore doublé. Il remit 24 euros au diable et fit une troisième traversée, au terme de laquelle, l'argent ayant doublé une nouvelle fois, il se retrouva avec exactement... 24 euros en poche, juste de quoi payer son perfide conseiller qui disparut en ricanant.

Combien le Fainéant avait-il d'argent initialement ?

DÉFI LYCÉE n° 118

Piles de crêpes



Un cuisinier, qui n'a pas le compas dans l'œil, fait des crêpes et les pose au fur et à mesure sur un plateau. Malheureusement, ses crêpes ne sont pas toutes de la même taille. Une fois qu'il a constitué sa pile de crêpes (ou pourra supposer qu'il y en a n), comment faire pour les ranger dans l'ordre, de façon que la plus grande soit en bas de la pile et la plus petite en haut ?

Pour cela, on dispose uniquement d'une fine spatule, que l'on peut glisser sous une des crêpes, et l'on retourne d'un coup tout le paquet de crêpes qui est posé au-dessus de la spatule.

Le premier défi est le suivant : **écrire un algorithme permettant de trier la pile de crêpes**. On notera glisserretourner(k) la procédure qui permet de retourner les k crêpes du haut de la pile.

Le second défi est un peu plus complexe : on a constaté que les crêpes réalisées par le cuisinier avaient toutes une face plus grillée que l'autre. On veut, toujours en utilisant la seule procédure glisserretourner(k), faire en sorte que non seulement les crêpes soient rangées en ordre de taille, mais qu'elles aient toutes la face la moins brûlée sur le dessus. Écrire l'algorithme correspondant.

N.B. « Travaux pratiques » : on pourra vérifier que l'algorithme « fonctionne bien » en construisant des crêpes dans du carton épais !